Merc. 413º
-1
07/90/335

<36629748570018

<36629748570018

Bayer. Staatsbibliothek

Der

Contorwissenschaft

Zweyter Theil.

Die Anleitung,

alle Vorfälle im Handel, in gemeinen und höhern Geschäften mit Einsicht zu berechnen, enthaltend.

Von

Johann Michael Leuchs.

Nürnberg,
im Contor der Königlich-privilegirten allgemeinen Handlungs-Zeitung.
1821.

Vollständiges,
wissenschaftlich bearbeitetes

Rechenbuch

für

die höhern Stände,

besonders für den

Handelsstand.

Mit
einem Facturen- und Calculationsbuche,
und
mit vier Tafeln,
die Waarenpreise, die Wechselcurse, die Gewichtsverhältnisse, und die Münzen aller Länder enthaltend.

In zwey Theilen.

Von
Johann Michael Leuchs.

Erster Theil.

Mit drey Tafeln.

Nürnberg,
im Verlage des Contors der allgemeinen Handlungs-Zeitung.
1821.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

B S B
MÜNCHEN

Vorbericht.

Unsere Anweisungen zum Rechnen theilen sich in zwey Classen: die erste behandelt dasselbe wissenschaftlich; die andere mechanisch. Jene führt zum Selbstdenken, Selbsterfinden, zum Sichforthelfen: diese, so weit der Lehrer führt, und man im Gedächtnisse behält. Jene Bahn gingen alle Mathematiker und, seit Christian von Wolff, mehr und minder ausführlich und aufs bürgerliche Leben angewandt, Euler, Kästner, Karsten, Vega, Bürja, Michelsen, Langsdorf, Lorenz u. a.: diese, die allermeisten Verfasser der Rechenbücher für den Handelsstand.

Dieses Rechenbuch soll beyde vereinen; es soll das Rechnen wissenschaftlich begründet in seinem ganzen Umfange vortragen, dann aber auch auf alle Gegenstände des bürgerlichen Lebens durch die mannigfaltigsten Beyspiele und Aufgaben in Anwendung zu bringen lehren. Es ist gewöhnlich, ja die Recensenten machen es zur Pflicht, die Gründe anzugeben, warum man ein Buch schreibt, wenn schon so viele in demselben Fache vorhanden sind.

In zwey der neuesten Rechenbücher für Kaufleute, von Männern verfaßt, welche in diesem Fache großen Ruf hatten, fand ich eine und dieselbe Factura, von mehrern Waaren aus London, berechnet. Gleich der Anblick zeigte, daß die gefundenen Preise unrichtig seyn müßten: denn es waren die sämmtlichen Unkosten, die der Werth und die das Gewicht veranlaßten, auf den Werth geschlagen. Und so ward dann, nach richtiger Vertheilung der Unkosten, gefunden, wie man im 2n Theile dieses Werkes sehen wird, daß von den vier Waaren, drey um 10,11 und 28 Procente zu theuer, und die vierte um 22 Procente zu wolfeil von jenen berechnet worden waren. Als ich über diesen so wichtigen Gegenstand in andern Rechenbüchern für Kaufleute nachsah, fand ich größtentheils nur Facturen über Eine Waare, die ohnehin leicht zu berechnen sind, und wo auch mehrere vorkamen, ebenfalls auf jene Weise verfahren. Um eine richtigere Ansicht zu verbreiten, schrieb ich daher eine: Anleitung zur Berechnung der Facturen, welche 1806 meiner Theorie und Praxis des Buchhaltens angefügt wurde. Dieß Werk erfor-

derte nun eine zweyte Auflage, und ich entschloß mich es zu einem vollständigen Rechenbuche zu erweitern.

Zum Denken zu leiten und alles auf allgemeinere Begriffe zu führen, war Hauptzweck. Daher sind im ersten Theile die Gegenstände so wenig als möglich vereinzelnt; daher die Theorie nicht mit zu vielen Beyspielen unterbrochen; daher immer vergleichende Berechnungen angestellt; daher die Lehre der Brüche, der benannten Zahlen auf eine eigene Art vorgetragen; daher jeder Gegenstand von mehrern Seiten betrachtet; daher dem gemeinen Rechnen gleich das höhere mit Zeichen und Buchstaben, angeschlossen worden.

Da jede Wissenschaft in ihrer Allgemeinheit aufgefaßt, und zur Uebersicht gebracht werden muß: so darf man sie auch nicht in Classen zertheilen die nicht wesentlich verschieden sind. Deßwegen verweisen wir Aufschriften dieser Art: Gewinn- und Verlust-, Rabatt-, Zins-, Gesellschafts- Fracht-, Schiff- und Ließpfund-Rechnungen, u. s. w., in die Aufgabensammlung, am Ende des zweyten Theils.

Aufgaben in benannten Zahlen, welche vor Jahren in Zeitschriften und Büchern gegeben und ihre abweichenden Facite bestritten wurden, (z. B., man soll 384 fl. 17 kr. 3 Pfennige mit 99 fl. 15 kr. 1 Pfennig multipliciren, wo ein Rechenmeister 9178902 Gulden, 38 kr. und 1 Pf. herausbrachte.), haben mich veranlaßt die Lehre der benannten Zahlen anders vorzutragen und sie als Ganze, und Theile vom Ganzen, als Brüche von bestimmten Nennern, zu betrachten, wodurch dann jenen schiefen Ansichten vorgebeugt werden wird.

Der zweyte Theil dieses Werkes, welcher dem geübten Rechner interessanter als der erste seyn wird, soll enthalten: die Lehre durch Gleichungen zu rechnen (Algebra); das Finden der Quadrat- und Cubikwurzeln; das Berechnen der geometrischen Reihen; die höhern Zins-, und Zinses-Zins- und Rentenrechnungen; das Berechnen der Versetzungen und Zusammenstellungen mehrerer Dinge (Permutationen, Combinationen); das Berechnen des Wahrscheinlichen; geometrische Rechnungen; das Berechnen der Facturen mit einem Facturen- und Calculations-Buche, und Aufgaben zur Uebung.

Nürnberg am 24. Julius 1820.

Wie man Rechnen lernen, und dieses Buch dazu benutzen soll.

1) Man mache sich mit den **Kunstausdrücken recht bekannt**, so daß man einen ganz klaren, lebendigen Begriff von ihnen erhält. Das Eigenthümliche und Wesentliche einer Wissenschaft ist immer in ihnen enthalten. Hier findet man sie zu Anfang zusammen gestellt, und im Buche wieder, wo sie durch das Register aufgesucht, und mit einander verglichen werden können, um eine vielseitige Einsicht zu erlangen.

2) Ob gleich anzunehmen ist, daß jeder, der aus diesem Buche lernen will, die sogenannten Species bereits verstehe: so **gehe man sie doch genau durch**; theils um mit dem Vortrage bekannt zu werden; theils um etwa doch manches begründeter einzusehen. Besonders die vier Rechnungsarten mit Zeichen (S. 40 rc.), **in Ziffern und Buchstaben, rechne man nach, und durchdenke das darüber gesagte genau.** Wie sie hier vorgetragen wurden, muß die Buchstabenrechnung, ganz leicht zu verstehen seyn.

3) **Sacherklärungen, Auflösungen und Beweise suche man ganz aufzufassen und einzusehen.** Es ist ein großer Unterschied zwischen Lernen, und Verstehen oder Einsehen. So kann man das Ausziehen der Quadratwurzel lernen, und es dann so lange ausüben, als man es nicht vergessen hat; man kann es **begreifen und einsehen, und findet die Regel, ohne sie im Gedächtnisse behalten zu müssen**, immer aus aa + 2 ab + bb.

4) **Bey Aufgaben ist der Ansatz das Wichtigste; man muß ihn daher immer selbst zu finden suchen.** Man bedecke den im Buche stehenden, überdenke die Aufgabe, sehe was sie zu finden fordert, was sie als bekannt gibt, und in welchen Beziehungen das Bekannte oder Gegebene unter sich, und zu dem Unbekannten, Zusuchenden, stehet, und ordne den Ansatz darnach. Ist derselbe entworfen, dann vergleiche man ihn mit dem im Buche.

Will man sich gleich in mehrern Aufgaben derselben Arten üben, so kann man sie im zweyten Theile aufsuchen, wo die beygefügten Seitenzahlen anzeigen wohin sie gehören, und wo sie Erläuterung finden.

5) Man eile nicht von Aufgabe zu Aufgabe, sondern suche **jede von allen Seiten zu betrachten und auf verschiedene Arten aufzulösen.** Dadurch erlangt man eine Gewandtheit mit Zahlen umzugehen, und die kürzesten Auflösungen für einzelne Fälle gleich zu erkennen. Aus diesem Grunde findet man in diesem Werke so viele angegeben.

6) Ist

6) Ist man mit einer Abtheilung oder einer Lehre, z. B. der Decimalbrüche, arithmethischen Reihen rc., zu Ende: so durchgehe man dieselbe noch einmal, um zu prüfen, ob man das Einzelne behalten hat, und auch um das Ganze dadurch besser zu behalten, zu überschauen und im Zusammenhange zu erkennen.

7) Man sehe immer die Seiten oder Paragraphen (§) nach, welche angeführt werden, weil sie zu der Stelle erforderliche Erläuterungen, andere Darstellungen rc. enthalten.

Bücher, welche mit diesem Rechenbuche in Verbindung stehen.

Der erste Theil der Contorwissenschaft enthält das **Buchhalten**. (Die 2te Auflage erschien in diesem Jahre, auf Schreibpapier in 4to) mit eilf Handlungsbüchern, als Mustern, und kostet einen Ducaten.) Dieses ist nun zum Rechnen nicht erforderlich; aber das Rechnen ist zum Buchhalten erforderlich. Da nun anzunehmen war, daß jeder der das Buchhalten sich anschafft, auch dieß Rechenbuch nehmen werde; so sind die Facturen, und das Facturen- und **Calculationsbuch**, welche zu jenem gehören, in dieses verwiesen worden, um sie nicht doppelt abdrucken zu müssen.

Der **dritte** Theil der **Contorwissenschaft** ist die **Neueste Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde für Kaufleute, Geschäftsmänner und Zeitungsleser. Zweyte sehr vermehrte Auflage. Mit einem Anhange, nützliche Angaben enthaltend, und einem Kupfer, die Länge mehrerer Ellen und Schuhe, des Meters, der Arschine und die Grundfläche des Liters darstellend.** Auf Schreibpapier in 4to Preis fl. 4 48 kr.

Der bemerkte **Anhang** enthält: 1) **Angaben und Berechnungen** über das **Wahrscheinliche im Menschenleben.** Ein eben so anziehender, als wichtiger Gegenstand, und zu vielen Berechnungen erforderlich. 2) Alter rc. einiger Thiere. 3 und 4) Vergleichungen der **Barometer- und Pyrometer-Grade**, nach den verschiedenen Eintheilungen (von Reaumür, Fahrenheit, de Lisle, Celsus, Wedgewood). 5) Die **Temperaturen**, bey welchen feste Körper schmelzen rc. 6) **Wärmegrade**, bey welchen **Flüssigkeiten** sich verflüchtigen. 7) Die mittlern Höhen des Barometers und Thermometers mehrerer Orte 8) **Verhältniß der eigenthümlichen Gewichte fester und flüssiger Körper.** 9) Wie viel **Feuchtigkeit Kräuter, Wurzeln rc. durch Trocknen verlieren.** 10) **Oelgehalt der Gewächse.** 11) **Entfernung der Städte voneinander.** Ferner kann noch als hierhergehörig angesehen werden: **Leuchs vollständige Handelswissenschaft in drey Theilen.** Zweyte Auflage 1817—18. Für den Rechner ist darin besonders wichtig die **Werthbestimmungslehre** und die **Lehre der Wahrscheinlichkeit im Handel.**

Erklärung der eigenen Ausdrücke, welche in der Rechenkunst gebraucht werden.

Abziehen, der Zahlen, man sehe Subtrahiren.

Addiren, das; die **Addition**. (Von addere (dare ad) mehr dazu geben, hinzufügen.) Mehrere Zahlen oder Größen (z. B. 3 und 4 und 8) durch eine andere angeben, in welcher sie enthalten sind (15), heißt **Addiren** oder **Zusammenzählen** (=ziehen); das Geschäft selbst die **Addition** (Zusammenzählung), und die gefundene Zahl (15), die **Summe** oder das **Aggregat**. Die einzelnen Zahlen (3, 4, 8) selbst nennt man die **Posten** oder **Aggreganden**, **Summanden**.

Aequal, Aequation, von aequalis, gleich; Aequatio die Gleichmachung, Gleichung. Wenn Größen auf zweyerley Art ausgedrückt werden ($4+8=2+10$), so heißen sie **gleich**, aequal, und die Darstellung (Gleichstellung) selbst, die **Gleichung**, Aequation.

Aggregat, das, die **Aggreganden**. (Von aggregare sammeln, hinzufügen.) Man sehe: **Addiren**.

Agio, das, **Aufgeld**, das, was man **über** den bestimmten oder gewöhnlichen Werth oder Preis gibt. Zum Beyspiel, ein Conventionsthaler hat

den Werth von 6 Zwanzigern; wenn ich aber 100 Stück oder für 100 Gulden von jenen brauche, und es fordert jemand ein halb darüber: so sagt man, ich zahle ½ Procent (½ vom Hundert) Agio oder Aufgeld.

Algebra, die, ist die Wissenschaft, Rechnungs-Aufgaben durch **Gleichungen** aufzulösen, oder die Zahl, welche gesucht wird, durch Gleichungen (durch Auffindung zwey und mehrerer gleicher Werthe) zu finden.

Fragen wir, z. B., von welcher Zahl beträgt die Hälfte und das Achtel zusammen 30, und bezeichnen die zu suchende Zahl etwa mit einem Buchstaben (x), und bringen sie mit den bekannten auf eine Gleichung, um sie aus derselben zu finden: so heißt diese Auflösung **algebraisch**, und die Wissenschaft, die dieß lehrt, die **Algebra**.

Die unbekannte Zahl sey x; so ist $\frac{1}{2}$ x und $\frac{1}{8}$ x, also $\frac{5}{8}$ x, gleich 30; also auch 5 x gleich 240 und dann 1 x gleich 240 getheilt durch 5, kommen, 48, als die Zahl, welche diese Eigenschaft hat.

Da gewöhnlich auch für die bekannten Zahlen Buchstaben gesetzt werden, so heißt man sie auch die **Buchstabenrechnung**; allein dieß drückt den Begriff nicht aus.

Alligations-Regel, Alligations-Rechnung. (Alligare (ligare ad) etwas an das andere anbinden. Alligatio, das Verbinden.) Wenn wir Waaren etc. zu verschiedenen Preisen (etwa Weine zu 24 kr. und 48 kr.) oder von verschiedener Beschaffenheit (12 und 8löthiges Silber) haben, und wir wollen sie mit einander vermengen, so sind zwey Fälle möglich: es ist der dazwischen liegende Preis oder die Beschaffenheit bestimmt, und es sollen die erforderlichen Mengen gefunden werden, (wie viel von jeder Sorte Wein zu nehmen ist, damit der Preis auf 32 kr. komme; wie viel man von jeder Gattung Silber nehmen müsse, damit die Mischung 10löthig werde). Oder es kann die Menge der zu mischenden Gegenstände gegeben seyn, und wir sollen die Beschaffenheit oder den Preis der Mischung suchen. (Man habe 3 Theile des bessern Weines oder Silbers, und 1 Theil des geringern). Die Rechnung, die beydes zu finden lehrt, heißt Alli-

gations- oder Mischungs-Rechnung, und eine allgemeine Vorschrift dazu, Alligations-Regel.

Antichretischer Calcul. (Rechnung.) Wenn ein Schuldner seinem Gläubiger einen nutzbaren Gegenstand, z. B. ein Landgut, überläßt, um von den Ertrag desselben sich für die Zinsen rc. bezahlt zu machen, so heißt die Berechnung darüber der antichretische Calcul (von Antichresis, der Nießgebrauch.) Es wird nämlich vorausgesetzt, daß der Ertrag desselben größer oder kleiner als die Zinse, sey und der Unterschied jährlich nicht bezahlt werde, und also die Schuld entweder vermehrt oder vermindert wird. Es habe z. B. jemand 1000 Gulden zu 5 Procent Zinsen aufgenommen, so betragen diese jährlich 50 Gulden. Er tritt ihm aber einen Gegenstand ab, der jährlich 80 Gulden einträgt: so gehen alle Jahre (80 ÷ 50 =) 30 Gulden an dem Kapital ab, die der Schuldner im nächsten Jahre weniger zu bezahlen oder zu verzinsen hat. Im zweyten Jahr bliebe also noch 970 Kapital, von welchen der Zins $48\frac{1}{2}$ beträgt; diese von 80 abgezogen, gibt Ueberschuß $31\frac{1}{2}$, so daß also im dritten Jahre noch ($970 ÷ 31\frac{1}{2}$ =) $938\frac{1}{2}$ Gulden zu bezahlen oder zu verzinsen wären.

Hier wäre also zu berechnen, entweder wie lange der Schuldner das mehrertragende nutzbare Eigenthum dem Gläubiger zu überlassen habe, damit die Schuld getilgt werde, und jener wieder in Besitz desselben komme; oder wie viel er ihm zu irgend einer Zeit noch zu bezahlen habe.

Arbitrage (Wechsel-, Geld-), Arbitrage-Rechnung. Man kann eine auswärtige Schuld auf mehrere Arten bezahlen, eine auswärts stehende Forderung verschieden einziehen (baar, durch Wechsel, directe oder durch andere Orte.) Die Rechnung hierüber, durch welche wir finden, welche die nützlichste für uns ist, hat obigen Namen.

Arithmetica, Arithmetik, die, Rechenkunst, die Wissenschaft zu rechnen. Die Griechen nannten sie: Logistik; die Araber Algorithmus.

Auflösen, eine Rechnungs-Aufgabe, heißt durch Rechnen finden, was die Aufgabe fordert. Der Erfolg selbst: die Auflösung, Solution.

Z. B. Wie viel betragen 6 Pfund zu 24 Kreutzer? Auflösung: 2 fl. 24 kr.

Ausziehen, extrahiren, eine Wurzel, Quadrat-, Cubikwurzel ꝛc. ꝛc. Man sehe **Extrahiren**.

Basedow'ische Regel, nach ihrem Erfinder, dem bekannten Erzieher Basedow, so genannt, ist die Regula de quinque (zwey Regel de tri-Sätze, auf eine eigene Art angeordnet.)

Billion. Man sehe Million.

Brüche, gebrochene Zahlen, Theile von einem Ganzen. Wenn eine Einheit oder ein Ganzes in mehrere gleiche Theile getheilt wird, und davon ein oder mehrere Theile genommen werden: so heißt dieser in Zahlen ausgedrückte Theil, in Vergleichung des Ganzen, ein **Bruch**. ($\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$).

Die Zahl, welche angibt in wie viel Theile das Ganze getheilt ist (4, 6, 10), heißt der **Nenner**, Denominator; diejenige, welche die Theile anzeigt, die davon genommen werden sollen (3, 5, 7), **Zähler**, Numerator. (3 von den 4, 5 von den 6, 7 von den 10 Theilen.)

Oft findet man auch Brüche so ausgedrückt: $\frac{\frac{1}{2}}{3}$, $\frac{\frac{2\frac{1}{2}}{4}}{8}$. Dieß bedeutet, daß $\frac{1}{2}$ durch 3 getheilt werden soll (ein halb Drittel), gibt also $\frac{1}{6}$. Der zweyte, daß $2\frac{1}{2}$ durch 4 (= $\frac{5}{8}$) und das daraus entstehende ($\frac{5}{8}$) durch 8 getheilt werden soll (= $\frac{5}{64}$).

Hat der Zähler weniger Einheiten, oder ist er kleiner, als der Nenner: so heißt dieser Bruch ein **eigentlicher** oder **wahrer** Bruch ($\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$); hat er eben so viel oder mehr, ein **uneigentlicher** Bruch ($\frac{4}{4}$ (= 1), $\frac{7}{6}$ (= $1\frac{1}{6}$), $\frac{25}{10}$ (= $2\frac{5}{10}$ = $2\frac{1}{2}$).

Buchstaben-Rechnung nennt man, wenn im Berechnen, statt der Ziffern, Buchstaben gesetzt werden, und eben so verfahren wird, als wenn es Zahlen (Ziffern) wären. Z. B. 2 verhält sich zu 4, wie 4 zu 8. $2:4 = 4:8 = 4 \times 4 = 2 \times 8$: also $16 = 16$. $a : b = b : c$; also: $b \times b = a \times c$ und daher $bb = ac$.

Cal-

Calculare (Lateinisch) daher calculiren, heißt berechnen, ausrechnen. Die Calculation (Calculatio, Calcul), die Ausrechnung irgend eines Gegenstandes. Daher: Waaren-Calculation, die Berechnung der Preise, zu welchen uns (vom Auslande) bezogene Waaren, mit Zuziehung aller Unkosten (Frachten ꝛc.), in unserm Gelde und Gewichte kommen.

Coefficient, Coefficiens, ist in der Buchstabenrechnung der bestimmte Factor eines Products. Bey 6a (das so viel heißt, 6 soll mit dem Werth von a multiplicirt werden), ist 6 der Coefficient von a. Erheben wir a + b auf eine Potenz, z. B. die vierte: so kommt: $1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$, und die Zahlen 1, 4, 6, 4, 1, mit welchen die andern Größen multiplicirt werden sollen, nennt man ihre Coefficienten.

Combination, die, (Combinations-Rechnung, das Vereinigen, Verbinden) lehrt zu berechnen, wie oft eine gegebene Anzahl Buchstaben, Zahlen und andere Gegenstände (Elemente) je zu ein (Union oder Simplum), zu zwey (Binion oder Ambe), zu drey (Ternion oder Terne), zu vier (Quaternion oder Quaterne), zu fünf (Quinion oder Quine) u. s. w. zusammengestellt (nicht umstellt oder versetzt, man sehe Permutation) werden können. Z. B.

Die vier Zahlen oder Buchstaben: 1, 2, 3, 4
a, b, c, d

lassen sich einzeln, als Unionen, nur so oft als sie dastehen, verbinden; je zu zwey, als Binionen oder Amben, sechsmal:

1.2; 1.3; 1.4; 2.3; 2.4; 3.4.
ab, ac, ad, bc, bd, cd.

Je zu drey, als Ternionen oder Ternen, viermal:

1.2.3; 1.2.4; 1.3.4; 2.3.4.
abc, abd, acd, bcd.

Als Quaternen nur einmal: 1234 oder abcd. Man begreift, daß dadurch die Wahrscheinlichkeit der Spiele, u. a. z. B. des Lotto, bestimmt werden könne.

Cubik-

Cubik-Zahl, Cubik-Wurzel. Wenn eine Zahl (2, a.), zweymal mit sich selbst multiplicirt wird ($2 \times 2 \times 2 = 8$; $a \times a \times a = aaa$ oder a^3): so heißt das Produkt, das herauskommt (8; a^3); die Cubikzahl, die Zahl selbst (2, a), in Beziehung auf jene, die Cubikwurzel. Man sehe Potenz.

Curs, von currere, der laufende (derzeitige) Preis, den eine Sache eben hat, der Marktpreis. Daher der Geldcurs, der Wechselcurs. Italienisch Corso, Französisch Cours.

Decimal-Zahlen, Decimal-Brüche, Decimal-Rechnung, Maß rc. (von decem, zehn, decima, ein Zehntel.)

Decimalzahlen sind solche, welche in ihren Stellen von 10 zu 10mal fortschreiten, oder zehnmal, zehnfach, größer werden, wie dieß bey unserer Anschreibung der Zahlen geschiehet.

Decimalbrüche (Fractiones decimales) sind solche, welche von Stelle zu Stelle zehnfach abnehmen oder kleiner werden. Nämlich unsere ganzen Zahlen nehmen von der rechten zur linken Hand, vorwärts, von Stelle zu Stelle zehnfach zu: denken wir uns diese rückwärts zehnfach abnehmend, so sind dieß Decimalbrüche. Als:

Ganze Zahlen: vorwärts. | Decimalbrüche: rückwärts.

. . . . 9	9te — 100000 u. s. w.
8	8te — 10000
7	7te — 1000
6	6te — 100
5	5te — 10 Tausender
4	4te — Tausender
3	3te — Hunderter
2	2te — Zehner
1	1te Stelle, Einer
0	Null Einer
1	1te Stelle, Zehntel
2	2te — Hundertstel
3	3te — Tausendstel
4	4te — 10 —
5	5te — 100 —
6	6te — 1000 —
7	7te — 10000 — u. s. w.
8 9	

In

In diesem Falle ist also nur ein Zeichen nöthig, um zu wissen, ob eine Zahl eine ganze, oder ein Decimalbruch seyn soll, und dieses Zeichen ist ein Comma (,) vor Anfang der Decimalstellen. So schreibt man $\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{10}$: 0,5 (Null Ganzes und fünf Zehntel); $3\frac{1}{4}$: 3,25 (3 Ganzes und 25 Hundertstel statt $3\frac{25}{100}$).

Wir bedienen uns statt des Comma's, des Apostroph's, um Irrthümer zu vermeiden, weil das Comma auch bey ganzen Zahlen gebraucht wird, um sie leichter überschauen oder aussprechen zu können. So kann 45,724 heißen 45 tausend, 7 hundert und vier und zwanzig, aber auch $45\frac{724}{1000}$; in diesem Falle schreiben wir es 45'724. Man sehe unsere Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde 2te Aufl. Nürnberg, 1819.

D i g n i t ä t, man sehe Potenz.

D i s c o n t, Disconto (Discontiren, Ital. discontare, abziehen, abkürzen).

Wenn eine schuldige Summe früher bezahlt wird, als sie bezahlt werden sollte: so wird im Handel für die Länge dieses Zeitraums ein Abzug nach Procenten gestattet. Bey Waarenforderungen heißt ein solcher Abzug R a b a t t, bey Wechseln D i s c o n t. Beyde sollten auf hundert gerechnet, das heißt, die Procente, die abgerechnet werden, sollten zu den 100, als Divisor, hinzugefügt werden (von 106 ziehe ich 6 ab, was von der ganzen Summe); es ist aber nur beym Rabatt gewöhnlich, der Discont wird in Hundert berechnet (von 100 ziehe ich 6 ab, was von dem Ganzen).

D i v i d i r e n, D i v i s o r, D i v i d e n d, Q u o t i e n t. (Lat. dividere, theilen, zertheilen, quoties (quotus) wie oft, wie viel).

Wenn wir eine Zahl (24) durch eine andere (4) in gleiche Theile zerlegen sollen ($\frac{24}{4}$ oder 24 : 4 = 6), so nennt man dieß d i v i d i r e n, t h e i l e n; die Zahl, die in gleiche Theile getheilt werden soll (24), den D i v i d e n d; die, welche theilen soll (4), den D i v i s o r, T h e i l e r, und diejenige, welche durch die Theilung herauskommt (6), den Q u o t i e n t e n (Antheil). Der Quotient zeigt also an, wie oft der Divisor in dem Dividenden enthalten ist, (4 in 24, 6mal).

Ein-

Einrichtung der Brüche nennt man, wenn gemengte ($3\frac{1}{2}$) oder doppelte Brüche ($\frac{\frac{2}{3}}{4}$) auf einen Nenner ($\frac{7}{2}$, $\frac{2}{12}$) gebracht werden.

Erhebung zur Potenz. Man sehe Potenz.

Exempel, ein Beyspiel.

Exponent (exponere, aussetzen, ausstellen).

Wenn eine Größe ein oder mehrmal mit sich selbst multiplicirt werden soll, so wird dieß durch eine Ziffer hinter derselben, etwas aufwärts stehend, angezeigt. 4^2, a^2, zeigt also an, daß 4 mit 4, a mit a (= 16, = aa) multiplicirt werden soll; 4^3, a^3, daß 4.4.4, a × a × a (= 64, = aaa); 4^4, a^4, daß 4 × 4 × 4 × 4, aaaa, also vier gleiche Zahlen (Factoren), multiplicirt werden sollen. Diese oberhalb angeschriebenen Ziffern, welche anzeigen, wie viel gleiche Zahlen (4, a ꝛc.) multiplicirt werden sollen, heißen die Exponenten oder Anzeiger. Man sehe Potenz und Progression.

Extrahiren, Ausziehen, die Wurzel ausziehen. Aus einer gegebenen Zahl (256) diejenige finden, welche einmal (16 mal 16) oder mehrmal (4, 3mal, 4 × 4 × 4 × 4) mit sich selbst multiplicirt, dieselbe hervorbringt, heißt die Wurzel extrahiren oder ausziehen. Man sehe Potenz.

Factoren, sind diejenigen Zahlen, welche mit einander multiplicirt (3 × 4; 2 × 6; 3 × 2 × 2; 2 × 3 × 2) eine gegebene Zahl (12) hervorbringen, oder welche in ihr enthalten sind. Jene Zahlen sind also Factoren von 12. Man sehe: Multiplication.

Formeln, allgemeine, algebraische (von Forma, das diminutivum: Formula, Formular) heißen in der Rechenkunst allgemeine, durch Berechnung gefundene Regeln, durch welche Aufgaben ohne fernern Ansatz aufgelößt werden können. Sie können durch Zahlen, Buchstaben, und aus ihnen durch Worte ausgedrückt werden. Die sogenannten Universal-Regeln der Rechenmeister gehören auch hierher.

Zum

Zum Beyspiel: Aus der gegebenen Summe (30 = S) zweyer Zahlen, und ihrem Unterschiede (8 = u) die Zahlen selbst zu finden. Die kleinere Zahl sey x, so ist die größere x + u, beyde also gleich der Summe:

$$x + u + x = S. \text{ Also:}$$

$$2x = S \div u; \text{ und}$$

$$x = \frac{S \div u}{2}$$ die kleinere, und die größere um den Unterschied mehr, also $\frac{S \div u}{2} + u$.

Diese beyden Gleichungen geben also Formeln, Gesetze, Regeln, für alle Fälle dieser Art. Sie heißen, mit Worten ausgedrückt, also:

Um die Zahlen, deren Summe (30) und Unterschied (8) gegeben ist, zu finden: ziehe man von der Summe den Unterschied ab und theile den Rest durch 2, so hat man die kleinere; $\left(\frac{30 \div 8}{2} = 11\right)$, dazu den Unterschied addirt, (11 + 8 = 19), so hat man die größere Zahl.

Es sey die Summe 142, der Unterschied 25, so ist die kleinere $\frac{142 \div 25}{2} = \frac{117}{2}$ $= 58\frac{1}{2}$ und die größere $58\frac{1}{2} + 25 = 83\frac{1}{2}$; beyde also = 142, wie es seyn soll.

Suchen wir eine Formel (Universal-Regel), für die (Wechsel-) Cursberechnung nach Hamburg, und drücken das Veränderliche, die Summe (= S) und den Curs oder Preis, (= c) in diesen Buchstaben aus: so ist Ansatz und Berechnung also:

Wie viel bezahlen wir in Nürnberg (Frankfurt a. M. ꝛc.), für S. Banco Mark im Curs zu c?

Was für S. Banco Mark?

Für 300 Banco-Mark zahlen wir c Thaler Corr.

2 Thaler Corr. sind 3 Gulden Corrent.

10 Gulden Corrent sind 12 Gulden in Münze.

Wir haben also als Divisor das Product $300 \times 2 \times 10 = 6000$, und auf der andern Seite als Dividend, das Product: $3 \times 12 \times S \times c = 36 \times S.\ c.$ Theilen wir beide durch 6, so erhalten wir den bequemen Divisor 1000, und auf der andern $6 \times S\ c.$

Dieß ist nun auch eine Formel oder allgemeine Regel, und heißt mit Worten ausgedrückt für alle Fälle:

Man multiplicire die Summe der Banco-Mark mit dem Curs und mit 6, und theile das Product durch 1000, so hat man die Summe (den Betrag) im 24 Guldenfuß.

Es sey die Summe 1000 Mark Banko, der Curs 145 (Reichsthaler Corrent) = 145000,
multiplicirt mit 6

kommen . . 870000 getheilt durch 1000 = 870 Gulden im 24 Guldenfuß.

Gleichung (Aequatio). Wenn eine oder mehrere Größen auf zweyerley Art ausgedrückt werden: so heißt dieß allgemein eine Gleichung. $6 + 8 = 14$; $4 + 10 = 8 + 6$.

Eine algebraische Gleichung insbesondere heißt, wenn bekannte und unbekannte Größen, gemengt, einander gleich seyn sollen.

Wenn die Hälfte und ein Viertel einer Zahl gleich 12 seyn soll, und wir die unbekannte Zahl mit x bezeichnen: so ist also $\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} x = 12$, oder

$\frac{3}{4} x = 12$, und

$3 x = 48$, und

$1 x = 16$, die gesuchte Zahl, durch Gleichung gefunden.

Irrational-Zahlen, man sehe Zahlen.

Karakteristik oder **Kennziffer** der Logarithmen, Characteristica Logarithmi. Die Logarithmen für jede Größe werden in ganzen Einheiten oder Zahlen, und in Decimal-Zahlen oder Decimal-Brüchen angegeben. Die ganze Zahl desselben heißt die Karakteristik oder Kennziffer; der Decimal-Bruch, die Mantisse.

Da in unsern logarithmischen Tafeln für die

Zahlen 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000

als Logarithmen 0, 1, 2, 3, 4, 5

und so fort, jene von 10 zu 10, und diese um 1, in ganzen Zahlen, steigend, angenommen werden: so können die zwischen 1 und 10 fallenden Zahlen nur durch Brüche, und die zwischen 10 und 100, 100 und 1000 ꝛc. fallenden durch die ganze Zahl und durch Brüche ausgedrückt werden. Der Log. der Zahl 999 ist 2' 9997; oder 2 (Ganze) und $\frac{9997}{10000}$ Theile.

Da nun des Logarithmus ganze Zahl aus so viel Einheiten bestehet, als die Zahl, deren Log. er ist, Ziffern hat, weniger 1 (von 10 bis 99 ist der Log. 1; von 100 bis 999, 2, u. s. w.): so ist die ganze Zahl des Log., oder die Kennziffer leicht zu bestimmen, und wird daher in den größern Tafeln weggelassen, und nur der Decimalbruch, die Mantisse, angegeben.

So stehet z. B. in diesen Tafeln für die Zahl 71992, der Log. 8572842, ohne Kennziffer. Da nun 71992 aus 5 Ziffern bestehet, so ist jene $5 \div 1 = 4$, und der ganze Logarithmus also 4' 8572842.

Kettenbrüche, oder **continuirliche**, **fortlaufende Brüche**, sind solche, deren Nenner ganze Zahlen und ein Bruch sind, und deren (der angehängten Brüche) Nenner, wieder ganze Zahlen und Brüche sind. Jeder folgende nähert sich immer mehr dem gegebenen oder zu verwandelnden Bruche, als der vorhergehende. Ein gewöhnlicher Bruch wird in einen Kettenbruch verwandelt, wenn man den Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs, durch seinen Zähler dividirt. Der Zähler des neuen oder Kettenbruchs ist dann immer 1 und der Nenner eine ganze Zahl und ein Bruch. Es sey $\frac{18}{60}$ in einen Kettenbruch zu

verwandeln. Theilen wir den Zähler und Nenner mit 19 (dem Zähler), so kommt $\frac{1}{3\frac{3}{19}}$. Verfahren wir mit den $\frac{3}{19}$ wieder so, so kommt $\frac{1}{6+\frac{1}{3}}$, und das $\frac{19}{60}$ ist also eben so viel als $\frac{1}{3+\frac{3}{19}}$; oder $\frac{1}{3+\frac{1}{6+\frac{1}{3}}}$, wo immer der Werth des Bruches genauer ausgedrückt wird, bis er endlich durch den letzten, den ganzen wieder gibt. Denn $\frac{1}{3}$ von 60 ist 20, also etwas (um $\frac{1}{60}$) zu groß. $\frac{1}{3+\frac{1}{6}} = \frac{6}{19}$, von 60 ist $18\frac{18}{19}$, also schon genauer, und nur um $\frac{11}{19}$ zu klein.

Kettenrechnung, Kettensatz, ist eine Verbindung mehrerer (geometrischer) Verhältnisse (Proportionen) oder mehrerer Regel de tri-Sätze.

Fragen wir: Wie viel haben 100 Gulden Pfennige; wie viel 1 Ballen Schreibpapier Bogen? so finden wir dieß durch die Zwischen-Verhältnisse also:

Wie viel betragen in Pfennigen 100 Gulden?

1 Gulden gleich 60 Kreutzer.
1 Kreutzer gleich 4 Pfennige.
Kommen 24000 Pfennige.

Wie viel Bogen hat 1 Ballen Schreibpapier?

1 Ballen Schreibpapier	hat	10 Rieß.
1 Rieß	- -	20 Buch.
1 Buch	- -	24 Bogen.

Kommen: $10 \times 20 \times 24 = 4800$ Bogen.

In beyden Fällen sind es mehrere (zwey und drey) Regel de tri-Sätze, die hier zusammen gezogen sind.

Logarithmen, logarithmische Tafeln.

Wenn zwey Reihen Zahlen, die eine in geometrischer, die andere in arithmetischer Proportion fortgehen: so heißen diese die Logarithmen (Verhältnißzeiger) von jenen.

Es

Es sey die geometrische Reihe:

	1,	10,	100,	1000,	10000,	100000 ꝛc. ꝛc.				
oder:	1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	512 ꝛc.
die arithmetische:	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9 ꝛc.

Betrachten wir diese beyden Reihen, so zeigen sie, daß wenn zwey Glieder der arithmetischen Reihe addirt werden, ihre Summe immer unter dem Product der ober ihnen stehenden Zahlen der geometrischen Reihe, stehet. Z. B. 1 + 3 der untern, gleich 4; und ober 4 stehet das Product, der über 1 und 3 stehenden der geometrischen Reihe. 4 und 5 sind 9; und 16 mit 32 multiplicirt, gibt 512, welche ober 9 stehen. Die Summen der untern zeigen also die Producte der obern, und ihre Unterschiede die Quotienten derselben an, und heißen daher ihre Logarithmen. Bücher, in welchen die Logarithmen für alle Zahlen angegeben sind, heißen logarithmische Tafeln.

Mantisse, man sehe Karakteristik.

Million, Billion, Trillion, Quadrillion ꝛc. Um die Menge von Einheiten (die Größe) einer Zahl auszudrücken, haben wir die bekannten Namen von Eins bis Hundert. Zehnmal hundert (10 × 100) nennen wir Tausend (1000); hundertmal Tausend (100 × 1000; hundert Tausend (100000); tausendmal Tausend (1000 × 1000) hat wieder einen eigenen Namen, und heißt Million (1000000), und da man noch bis 100,000,000,000 zählt, so erhält diesen Namen eine Anzahl von wenigstens 7, höchstens 12 Ziffern. Million-mal Million, eine Billion (hat also 13 bis höchstens 18 Ziffern hintereinander); million mal eine Billion, heißt Trillion (also 19, bis hinauf 24 Ziffern); million mal eine Trillion, heißt Quadrillion (25 bis 30 Ziffern); million-mal Quadrillion, gibt eine Quinquillion (31 bis 36 Ziffern, da man bey allen bis 999999 diese Namen beybehält); diese wieder million-mal genommen Sextillion, und so von Million- zu million-mal weiter, Septillion, Octillion, Nonillion, Decillion ꝛc.

Folgende Zahlen sind auszusprechen:

Billionen. Millionen. Tausende.

9 999999 999999 999 999

Neun Trillionen.

9 Hundert und 99 Tausend 9 Hundert und 99 Billionen.

9 Hundert und 99 Tausend 9 Hundert und 99 Millionen.

9 Hundert 99 Tausend

Neun Hundert und Neun und neunzig.

Multipliciren, **Multiplication**, **Multiplicator**, **Multiplicand**, **Product**, **Factoren**. Eine Zahl (8) so viel mal nehmen, als eine andere (6) anzeigt, heißt sie **multipliciren**, **vervielfachen**, **vervielfältigen**, (8 × 6 = 48).

Jene, welche vervielfacht werden soll (8), wird der **Multiplicand**, die andere (6), welche anzeigt, wie oft jene vervielfacht oder genommen werden soll, der **Multiplicator**, genannt. Das, was herauskommt (die gefundene Zahl 48), heißt das **Product** (uneigentlicher Factum, Facit). Die **beyden** Zahlen, welche multiplicirt werden sollen, heißen auch **Factoren**.

Die deutschen Ausdrücke: **Vermehren**, **Vervielfältigen**, **Vervielfachen**, geben zu erkennen, daß die zu multiplicirende Zahl größer werden müsse, was doch nicht immer der Fall ist. Wenn es heißt, wir sollen 1000 mit ½ multipliciren oder vermehren; so kann man leicht glauben, es müsse mehr als 1000 herauskommen. Sagen wir aber, wir sollen 1000 ein halbmal nehmen, so begreift man gleich, daß nur 500 kommen könne.

Negativ und **positiv**, **negative** (verneinte) und **positive** (bejahte) Größen oder Zahlen. Eine Zahl (4) in Beziehung auf eine andere kann sie **vermehren** (6 + 4 = 10), und dann heißt die letzte (4) in Beziehung zur ersten (6),

eine

eine positive Zahl oder Größe; oder dieselbe kann jene vermindern (6 ÷ 4 = 2), dann heißt sie (4) eine negative.

In dem Cassabuch des Kaufmannes können alle einzelnen Ausgaben, die auf der rechten Blattseite (im Credit), als so viel negative Größen angesehen werden, weil sie seinen Geldvorrath vermindern; die auf der Debetseite verzeichneten Einnahmen aber, als so viel positive, welche die Geldmasse vermehren; jene sind in Beziehung auf diese entgegengesetzte Größen.

Die Begriffe von positiv und negativ sind indessen blos relativ: sie gelten beziehungsweise und wechselnd. Nehmen wir an, ein Kaufmann habe in seiner Casse 4000 Gulden, sey aber daran 1000 einem andern schuldig: so sind jene 4000 in Beziehung auf seine Casse wirklicher Besitz, eine positive Größe; in Beziehung auf seinen wahren Besitz, auf sein Vermögen aber (4000 ÷ 1000 =) nur 3000 positiv und 1000 negativ.

Eine eigentliche, wahre negative Größe (an sich) wäre wirklich erst die, welche weniger als Null, als Nichts betrüge; z. B. bey einem bankerotten Kaufmann, der tausend Gulden über sein Vermögen schuldig wäre. Er besitze 9000 (positiv) und sey 10000 (negativ) schuldig: so ist die wirkliche negative Größe (+ 9000 ÷ 10000 = ÷ 1000), also unter Null tausend; er müßte noch tausend besitzen um Nichts zu haben.

Nenner, der Brüche; man sehe Brüche.

Nonillion, man sehe Million.

Null-Brüche. So wollen wir die Decimalbrüche nennen, deren Zähler aus 10, 100, 1000 ꝛc., also aus Eins und Nullen, bestehet.

Numeriren, Numeration (von numerare, zählen, rechnen) heißt, jede Größe oder Anzahl mit Ziffern schreiben und aussprechen.

Wie schreibt man tausend und drey, mit Ziffern oder Zahlzeichen (1003); wie spricht man die Zahlen 6958 aus?

Octillion, man sehe Million.

Ope-

Operationen, arithmetische (Verfahren, Verfahrungs-Arten), nennt man die Anwendung der Vorschriften oder Regeln, welche die Rechenkunst angibt, um zur Auflösung der Aufgaben zu gelangen. Daher sind schon Addiren, Subtrahiren ꝛc. solche Operationen.

Permutationen (permutare, verändern, versetzen) **Versetzungen**, nennt man die verschiedenen Stellungen, welche einer Anzahl Gegenstände (Elemente), als Zahlen, Buchstaben, Personen u. s. w. gegeben werden kann.

Wie oft lassen sich drey verschiedene Gegenstände (1, 2, 3; a, b, c) versetzen?

123, 213, 312,	abc, bac, cab,
132, 231, 321,	acb, bca, cba,

also sechsmal. Verfährt man so mit 4, 5, 6 ꝛc. Gegenständen: so wird man das Gesetz finden, daß die Anzahl der möglichen Versetzungen verschiedener Gegenstände gleich ist, dem Produkt aller Zahlen von eins bis aufwärts zur gegebenen Zahl der Gegenstände.

Zwey Gegenstände lassen sich also $1 \times 2 = 2$ mal
drey, $1 \times 2 \times 3$ gleich 6 —
vier, $1 \times 2 \times 3 \times 4$ = 24 —
fünf, $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ = 120 —
sechs also 720, sieben 5040, und neun Gegenstände, etwa unsere Ziffern, 362880mal versetzen.

Eben so läßt sich das Gesetz finden, für die Fälle, wenn unter den gegebenen Gegenständen Wiederholungen mehrmal vorkommen. Z. B. aaa bb.

Wären dieß fünf verschiedene Gegenstände, so würden sie sich 120mal versetzen lassen, so aber nur zehnmal.

Positiv, positive Größen; man sehe Negativ.

Posten,

Posten, die, nennt man die angeschriebenen einzelnen Summen oder Zahlen. (Daher Schuldposten, ausstehende Forderungen; Waarenposten.) Eben so heißen die einzelnen Zahlen, die zusammen gezählt werden sollen. 5 + 6 + 8, sind drey Posten, die zusammen addirt werden sollen.

Potenz, Dignität. Die lateinischen Worte Potentia, Macht, Ansehen, Dignitas, Würde, Hoheit, würden schwerlich einen Begriff von der Bedeutung dieser Ausdrücke in der Rechenkunst geben, wo sie anzeigen, wie oft eine Zahl mit sich selbst multiplicirt worden ist. Nämlich, wird eine Größe (2, a) einmal mit sich selbst multiplicirt (2 × 2, a × a): so heißt das Product (4, aa) in Beziehung auf die Grundzahl (Wurzel 2, a) die zweyte Potenz oder Dignität, da 2 zweymal in 4 enthalten ist; wird sie zweymal mit sich selbst multiplicirt (2 × 2 × 2, oder a × a × a): so heißt das Product (8, aaa) die dritte Potenz oder Dignität von 2 oder von a. Drey, vier, fünf, sechsmal u. s. w. mit sich selbst multiplicirt, gibt die 4te, 5te, 6te, 7te Potenz u. s. w. 2 oder a heißen hier, in Beziehung auf das Product, die Wurzel der 2ten, 3ten rc. Potenz.

Die zweyte Potenz hat noch den eigenen Namen: Quadratzahl; die dritte Potenz: Cubikzahl (und ihre Wurzeln, Quadrat-, Cubikwurzel); die 4te Potenz: Biquadrat. Die übrigen, höhern, Potenzen haben keinen eigenen Namen mehr. Wird die Multiplication (die Erhebung zur Potenz) nicht vollzogen, sondern nur angedeutet, wie oft sie geschehen soll, so bemerkt man dieß durch kleinere Ziffern rc., hinter der Wurzel.

2^2, 2^3, 2^4, 2^5; oder a^2, a^3, a^4, a^5, zeigt also an, daß 2 oder a zur 2ten, 3ten, 4ten, 5ten Potenz erhoben, oder 1, 2, 3, 4 mal mit sich selbst multiplicirt werden soll. Die (Seiten-) Zahlen, welche die Potenzen anzeigen (hier 2, 3, 4, 5), heißen die Exponenten (von 2 oder von a).

Die Exponenten zeigen also an, wie viel gleiche Factoren eine Größe enthält oder enthalten soll: a^2, 3^2, also zwey $a \times a$, $3 \times 3 = 9$; a^3, 3^3, drey a.a.a, $3 \times 3 \times 3 = 27$; a^4, 3^4 vier gleiche Factoren: aaaa, $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$.

Probe, heißt die Untersuchung, ob man im Ausrechnen richtig verfahren habe. Gewöhnlich wählt man dazu das entgegengesetzte Verfahren. Das Addirte wird subtrahirt (8 + 6 = 14; 14 ÷ 6 = 8, oder 14 ÷ 8 = 6); das Subtrahirte wird addirt; das Multiplicirte dividirt (12 mal 12 = 144; 144 getheilt durch 12 = 12); das Dividirte multiplicirt; das Gefundene als gegeben gesetzt, und das Gegebene gesucht:

24 ℔. kosten 48 kr., was 1 ℔.?
kommen 2 kr.; 1 ℔. kostet 2 kr., was 24 ℔.?
kommen 48 kr.; so sind letztere Proben der erstern.

Procent, pro Centum (auch so bezeichnet: %) von, für, auf Hundert.

Dieses Wort wird gebraucht, wenn 100 die feste oder stehende Einheit ist, wie bey der Berechnung der Zinsen, des Rabatts, der Thara, Provision, Sensarie, Courtage u. s. w., welche der Bequemlichkeit wegen von Hundert bestimmt und berechnet werden. So gibt man von hundert Gulden, Thaler ꝛc. 4, 5, 6 jährlich Zinse; so von 100 ℔. einer Waare ½ oder 1 ℔. ꝛc. Gutgewicht, und man sagt dann, es werden 4, 5, 6 Procent Zinse, und ½ oder 1 Procent Gutgewicht gegeben.

Product. Wenn Zahlen mit einander multiplicirt werden, so heißt man das, was (durch die Multiplication) herauskommt, das **Product**. Man sehe Multipliciren.

Progression. Progressus, von pro und gradior, das Vorwärts- oder Fortschreiten (allein hier kann es auch das Rückwärtsschreiten heißen), ist eine Reihe von Zahlen, welche nach einem bestimmten Gesetze (auf gleiche Art) zu- oder abnimmt, steigt oder fällt.

Eine Reihe Zahlen kann nun um eine gleiche Größe zu- oder abnehmen durch **Addition** oder durch **Subtraction**, und dieß heißt dann eine **arithmetische Reihe** oder eine **arithmetische Progression**; oder sie kann ab- oder zunehmen durch **Division** oder **Multiplication**, und dieß heißt man dann eine **geometrische Reihe** oder **Progression**.

Z. B.: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 u. s. w.
$3\frac{1}{4}$, 3, $2\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{4}$, 2, $1\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{4}$, 1 u. s. w.
sind arithmetische Reihen oder Progressionen, von welchen die eine von Glied zu Glied um 2 zunimmt, und die andere um $\frac{1}{4}$ abnimmt.

Die Größen, um welche in den arithmetischen Reihen die Glieder ab- oder zunehmen (hier 2, $\frac{1}{4}$), heißen die Unterschiede oder Differenzen der Reihen.

Folgende:

1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{128}$, $\frac{1}{256}$ rc.
2, 6, 18, 54, 162, 486, 1458, rc. rc.
sind geometrische Reihen, von welchen die erste um die Hälfte (um das Zweyfache) ab-, die zweyte um das Dreyfache zunimmt. Die Zahlen, um wie vielmal (also durch Multiplication) eine geometrische Reihe zu- oder abnimmt (hier 2 und 3), heißen die Exponenten oder auch die Quotienten der Reihen.

Quadrat, Quadratzahl, Quadratwurzel. Jede Zahl oder Größe mit sich selbst multiplicirt, heißt ein Quadrat, eine Quadratzahl. 4 mit 4, a mit a multiplicirt, gibt 16, und aa; und 16, und aa sind also die Quadrate von 4 und von a, und diese (4 und a) heißen, in Beziehung auf die Quadrate, die Wurzeln, Quadratwurzeln.

Wenn aus einer Zahl die Quadratwurzel ausgezogen werden soll, so setzt man vor dieselbe dieß Zeichen: $\sqrt{}$ oder $\sqrt[2]{}$. Also $\sqrt{144}$, oder $\sqrt[2]{144}$, heißt, man soll aus 144 die Quadratwurzel, oder die Wurzel der zweyten Potenz oder Dignität ausziehen. Man sehe Potenz.

Das Quadrat einer zweytheiligen Größe ($2+3 \times 2+3 = 4+12+9$ oder $a+b \times a+b = aa+2ab+bb$) hat den eigenen Namen: Binom oder Binomium, wiewohl dieser Ausdruck auch in weitem Sinne genommen wird.

Quadrillion. }
Quintillion. } Man sehe Million.

Quotient, (quoties, wie oft.) Das, was durch das Theilen (Dividiren) einer Zahl gefunden wird, heißt der **Quotient**. 24 getheilt durch 4, kommt 6, als der Quotient von $\frac{24}{4}$. 6 ist in 24 so oft (viermal) enthalten. Man sehe Dividiren.

Rabatt, **Rabattrechnung**. Man sehe Discont.

Ration, siehe Verhältniß.

National-Zahlen, man sehe Zahlen.

Reduction, **Reduciren**, von reducere, zurückbringen (verwandeln). Ganze Zahlen und Brüche **reduciren**, heißt, sie in andere verwandeln, die **gleichen** Werth haben. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ sind gleich $\frac{6}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{12}$. Eben so bey andern Zahlen: $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$; $4 = \frac{16}{4}$ u. s. w.

Reesische Regel ist nichts weiter als die **Kettenregel** (mehrere Regeldetri-Sätze, mehrere Proportionen, mit einander verbunden, zugleich auszurechnen.) Sie hat ihren Namen von dem Holländer van Rees, welcher sie durch ein eigenes Werk bekannter machte.

Regel. Regeln sind in der Rechenkunst bestimmte Vorschriften oder Angaben, wie man verfahren muß, um eine Aufgabe richtig oder schnell auszurechnen.

Universal- (allgemeine) Regeln heißen dann wieder solche, welche sich auf **alle** Fälle einer Art, **Special**-Regeln, welche auf weniger Fälle anwendbar sind. Man sehe **Formel**.

Regel-Coeci, lehrt eine Zahl in mehrere Theile so zu theilen, daß, wenn man jeden Theil mit einer gegebenen Zahl multiplicirt, die Summe dieser Producte einer bestimmten Zahl gleich ist.

Z. B. ein Kaufmann soll 300 Ellen Tuch für 840 Gulden in vier Sorten liefern: zu 5, 4, $2\frac{1}{2}$ und 2 Gulden die Elle. Hier ist also 300 die Zahl, die so

getheilt

getheilt werden soll, daß jeder zu findende Theil: 40, 30, 120, 110 (= 300) mit den bestimmten Preisen multiplicirt: . . 5, 4, 2½, 2

200 + 120 + 300 + 220

diese Producte zur Summe die vorgeschriebene Zahl (840) geben.

Sie kommt mit der Alligations-Regel überein.

Regel Detri, Regula de tribus (numeris), **Dreysatz**, die Regel, aus drey gegebenen Zahlen die vierte geometrische Proportional-Zahl zu finden. Man soll eine Zahl suchen, welche sich zu 8 eben so verhält, wie 2 zu 4; oder was dasselbe ist, 2 Pfund kosten 4 Gulden, was 8 Pfund? Diese zu findende vierte Zahl ist 16; denn 16 verhält sich zu 8 eben so, wie 4 zu 2. Sie wird gefunden, wenn man das Product der zwey mittlern Glieder der Verhältnisse, mit dem ersten dividirt: $2:4=8:\frac{4\times 8}{2}=\frac{32}{2}=16$.

Regel Falsi (falsus, falsch), jetzt durch die Algebra ganz entbehrlich, lehrt Zahlen, durch willkührliche Annahme derselben, zu finden, deren Vielfache, oder Theile, welche herauskommen, wenn man sie mit ganzen Zahlen dividirt, sollen addirt oder subtrahirt, zusammen einer gegebenen Zahl gleichkommen.

Um die Aufgabe, die wir zur Verdeutlichung des Begriffs der **Gleichung** (S. 10.) algebraisch auflösten, durch die Regel Falsi herauszubringen, verfährt man also: Von einer Zahl sey die Hälfte und das Viertel zusammen 12; wie groß ist die Zahl? Wir nehmen sie nur willkührlich an, etwa gleich 4. Die Hälfte und das Viertel von 4 sind 2 und 1, zusammen also 3. (Also ist 4 nicht die rechte Zahl, sondern eine **falsche**; denn ¾ von ihr sollen 12 seyn.) Nun schließen wir durch die Regel Detri weiter: Wie sich verhalten die Theile der falschen (angenommenen) Zahl (3) zur ganzen (4): so verhalten sich die gegebenen Theile der zu suchenden Zahl (12) zur Zahl selbst. Also:

3 zu 4, wie 12 zu $\frac{4\times 12}{3}=16$. Oder: die Theile beyder verhalten sich zu einander, wie ihre Zahlen:

$3 : 12 = 4 : \frac{12 \times 4}{3} = 16$ (3 Theile geben 4 Ganze, was 12 Theile).

Dieß ist die einfache Regel Falsi; die doppelte fordert ein anderes Verfahren.

Regel Quinque, Regula de quinque, oder Regel von Fünfen (von fünf gegebenen Größen), auch Regula duplex genannt, weil sie zwey Regel Detri-Sätze enthält, lehrt, aus einer gegebenen Zahl und zwey Verhältnissen (Proportionen), oder aus fünf gegebenen Zahlen die sechste zu finden, deren Verhältniß zu einer der gegebenen Zahlen, aus den beyden Verhältnissen der übrigen vier Zahlen zusammengesetzt ist.

Z. B. 100 Kapital bringen in einem Jahre 5 Zinse, was 300 in 10 Jahren. Hier sind zwey Regel Detri-Sätze:

100 bringen 5, was 300? . . . . . kommen 15.

In 1 Jahr bekomme ich (von 300) 15, was in 10 Jahren? kommen 150.

Zusammen gezogen, also nach der Regel Quinque:

$$\begin{matrix} 100 \\ 1 \text{ Jahr} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} 5, \text{ was} \\ \text{in} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} 300 \\ 10 \text{ Jahren} \end{matrix}$$

$$= \frac{5 \times 300 \times 10}{100}$$

$$= 5 \times 3 \times 10 = 150.$$

Reihen, man sehe Progressionen.

Renten, heißen überhaupt Einkünfte, sie mögen von Grundstücken oder Kapitalien bezogen werden. Daher Rentenirer, Rentner, diejenigen, welche sie beziehen. Selbst die Staatsabgaben nennt man so, und die Aemter, die sie einziehen, Rentämter, Rentkammern, Renteyen, Renteneyen. In der Rechenkunst aber heißen Renten die Summen, welche ein Schuldner dem Gläubiger von einem geliehenen Kapital entrichtet, so daß das Kapital endlich ohne fernere Abgabe des Schuldners Eigenthum wird. Die Rente ist dann also immer größer

als

als der Zins des Kapitals, der hier Mise heißt. Sie können für eine bestimmte Zeit gegeben werden (z. B. 10 Jahre lang), und dann werden sie Jahr- oder Zeitrenten, Annuitäten, oder auf unbestimmte, so lange als der Bezieher der Rente lebt, dann werden sie Leib- oder Lebensrenten (Lebens-Versicherungen) genannt. Von diesen machen die Tontinen (von dem Erfinder, dem Italiener Tonti, also genannt) eine eigene Art aus. Bey dieser bekommen die lebenden Glieder der Gesellschaft die Renten der verstorbenen (entweder ganz, oder zum Theil), so daß also der zuletzt Lebende alle erhält.

Zur Erläuterung des Ganzen Folgendes. Eine 55jährige einzelne Person besitze 10,000 Gulden und müsse von diesem Gelde leben. Die gewöhnlichen Zinsen zu 4 Procent bringen nur 400 ein, und damit kann sie nicht standesgemäß leben. Im Ganzen genommen lebt sie wahrscheinlich nur noch 15 Jahre; sie könnte aber auch 30 und mehr Jahre leben. Das Kapital anzugreifen ist also bedenklich. Findet sich aber Jemand, der etwa annimmt, daß jene allerhöchstens noch 20 Jahr leben werde, und er in diesem (für ihn wahrscheinlich unglücklichsten) Fall $735\frac{83}{100}$ Gulden, statt 400 geben könne, und er bietet sich etwa ihr 700 jährlich zu geben, wenn ihm das Kapital abgetreten werde: so heißen diese 700 die Mise, Rente, oder bestimmter, die Leibrente, und der, der sie zu beziehen hat, der Rentenirer.

Resolution, Resolviren der Zahlen und Brüche (Resolutio, die Auflösung), heißt die Umwandlung in eine niedrige, ungleich genannte Zahl. 1 Gulden in 60, $\frac{1}{2}$ Gulden in 30 Kreutzer; $\frac{3}{4}$ Zentner in 75 ℔. umwandeln, nennt man sie resolviren.

Rest. Wenn wir eine Größe von einer andern abziehen, so heißt der Unterschied (die Differenz), den wir suchen, der Rest; 12 ÷ 3 gibt 9, als Rest. Wenn wir 26 durch 4 theilen, so kommt 6 und 2 bleibt (als Rest) übrig; wenn wir aus 50 die Quadratwurzel ausziehen, so kommt 7 (7 mal 7 = 49) und 1 bleibt übrig: so ist das Facit dort 6, hier 7; die Reste aber sind 2 und 1.

Römische Ziffern, man sehe Ziffern.

Spe-

Species, die vier, werden die vier Rechnungsarten: Addiren (Zusammenzählen oder Zusammenrechnen), Subtrahiren (Abziehen), Multipliciren (Vervielfältigen) und Dividiren (Theilen) genannt. Ehehin hat man das Schreiben, Erkennen und Aussprechen der Zahlen (Numeriren) dazu gezogen, und also fünf Species angenommen.

Subtrahiren, Subtraction. (Subtrahere, entziehen, entreißen), Abziehen, eine Zahl von einer andern hinwegnehmen, um den Ueberschuß (Unterschied, Differenz, Rest) zu finden. Von 12, 4 subtrahirt, bleiben 8; (12 ÷ 4 = 8). Die Zahl (12), von welcher eine andere abgezogen werden soll, heißt der **Minuend** (Minuendus, von minuare, kleiner machen); die, welche von jener hinweggenommen werden soll (4), der **Subtrahend** (Subtrahendus), die, welche nach dem Abziehen übrig bleibt (8), die **Differenz**, der **Unterschied**, **Ueberschuß** oder **Rest**.

Valuta, die beständige, veränderliche (Lateinisch Valor, Ital. Valore, Französ. Valeur), heißt der Werth, der Betrag. Die (Wechsel-) Curs-Zettel geben die Preise an, zu welchen von Zeit zu Zeit Wechselbriefe, in **andern** Orten zahlbar, gekauft oder verkauft werden können. Diese veränderlichen Preise des einen Ores beziehen sich immer auf eine bestimmte, unveränderliche Summe oder Einheit des andern Orts, und man sagt dann, dieser hat oder gibt die **beständige** oder **unveränderliche Valuta**, jener die **veränderliche**.

So stehet im Nürnberger Curszettel bey London 9¼ Gulden (im 20 Guldenfuß), bald mehr, bald weniger, welche für 1 Pfund Sterling gegeben oder gefordert werden. Jenes ist also die **veränderliche**, dieses (1 Pf. Sterl.) die **beständige** Valuta.

In einem andern Sinne nennt man auch den **Betrag eines Wechselbriefes**, den wir zahlen, **die Valuta**. Kaufen wir z. B. einen Wechselbrief auf 1000 Thaler lautend, und bezahlen dafür eben so viel, mehr oder weniger, so heißt die Summe, die wir dafür zu zahlen haben, die **Valuta** (der Betrag) des Wechselbriefes.

Ver-

Verhältniß, das, die **Ration**, die **Proportion** der Zahlen oder Größen zu einander, ist die Bestimmung ihres gegenseitigen Werthes durch Vergleichung derselben.

Wird bey der Vergleichung zweyer Zahlen (12 und 4) blos auf ihren Unterschied (Differenz) (8) gesehen: so nennt man diese einfache Beziehung eine **arithmetische Ration** (Ratio arithmetica), ein **einfaches arithmetisches Verhältniß**.

Wird bey dem Verhältnisse zweyer Zahlen auf das **Vielfache**, den **Quotienten**, der durch Division gefunden wird (3), gesehen: so heißt dieß einfache Verhältniß eine **geometrische Ration**, ein **einfaches geometrisches Verhältniß**.

Zwey (und mehrere) Rationen, in Verbindung, heißt eine **Proportion**, Proportionen, zusammen gesetzte Verhältnisse, oder überhaupt Verhältnisse; und zwar nach den einfachen Verhältnissen, aus welchen sie entstanden: **arithmetische** (6 ÷ 4 = 14 ÷ 12); oder **geometrische** Proportionen oder Verhältnisse (6 : 4 = 18 : 12; 6 verhält sich zu 4, wie 18 zu 12). Die einzelnen Größen oder Theile heißen die **Glieder**, Termini, (des Verhältnisses).

(Die Regel Detri ist also eine solche geometrische Proportion.)

Die Differenz oder der Quotient, welche die Abweichung oder das Verhältniß der Glieder anzeigt, heißt der **Exponent** (des Verhältnisses), wiewohl dieser Ausdruck gewöhnlich nur von geometrischen Verhältnissen gebraucht wird.

Verwandlung der Brüche, man sehe Reduction.

Welsche Practik. In Italien (Welschland genannt) ward zuerst der Handel und mit ihm die Rechenkunst mehr ausgebildet. Die Vortheile, oder das abgekürzte Verfahren beym Rechnen, heißt man daher noch die **welsche Practica**.

Wurzel, Quadrat-, Cubikwurzel rc., man sehe Potenz.

Zahlen, heißen die Menge der Einheiten oder ihrer Theile.

Ganze Zahlen (1, 2, 3 ꝛc.), gebrochene Zahlen (Brüche, ½, ¼, ⅜ ꝛc.) Jene sind Einheiten, diese Theile der Einheit.

Gerade Zahlen, die sich ohne Ueberrest (ohne Bruch) durch zwey theilen lassen (2, 4, 6, 8 ꝛc.); ungerade, die sich nicht ohne Ueberrest durch zwey theilen lassen (1, 3, 5, 7, 9 ꝛc.)

Theilbare Zahlen, in Factoren zerlegbare, welche aus andern durch die Multiplication entstehen können, 4 (2×2), 6 (2×3), 8 (2×4, oder: 2×2×2) u. s. w.; untheilbare, oder Primzahlen, welche sich nicht durch Division in ganze Zahlen zerlegen lassen, als: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 ꝛc.

Ungenannte, unbenannte Zahlen (numeri abstracti), heißt man, wenn nicht angegeben wird, was sie bezeichnen, und die also blos eine Menge von Einheiten ohne Namen (allgemein) darstellen; genannte, benannte Zahlen (numeri concreti) sind solche, welche angeben, was vor Einheiten sie bezeichnen: Pfunde, Gulden, Ellen ꝛc. Mit ungenannten Zahlen lassen sich alle Rechnungsarten anstellen (2 und 3 sind 5); die benannten aber müssen von einerley Art seyn: 2 Pfunde und 3 Pfunde sind 5 Pfunde; aber 2 Pfunde und 3 Ellen sind keine 5 Pfunde und keine 5 Ellen.

Bekannte Zahlen oder Größen sind diejenigen, die (zum Berechnen) gegeben; unbekannte, die (durchs Berechnen) erst gefunden werden sollen. Wie viel betragen 2 und 3 (bekannte gegebene Zahlen oder Größen)? 5, die vorher unbekannte, gesuchte und nun gefundene Zahl oder Größe.

Rational-, Irrational-Zahlen. Brüche und Zahlen, die genau angegeben werden können, heißen Rational-Zahlen; solche, die nicht genau bestimmt werden können, Irrational-Zahlen, auch surdische Zahlen (numeri irrationalis, oder incommensurabilis, unmeßbare, unbestimmbare). Die Quadrat-Wurzel von 4 läßt sich genau angeben; sie ist 2, und also rational. Von 5, 6, 7, 8 läßt sie sich nicht genau angeben. Sie fällt zwischen 2 und 3; aber kein Bruch gibt sie genau. Daher heißen die Wurzeln derselben unbestimmte, irrational.

Zahl.

Zahl-Zeichen, man sehe Ziffern.

Zähler, der Brüche, man sehe Brüche.

Zeichen der Rechnungs-Operationen. Das, was mit den Zahlen geschehen soll, die Verrichtungen beym Rechnen, kann durch Worte, und kann durch Zeichen angedeutet werden. So gibt das Zeichen:

+, **Additions-Zeichen** (plus, mehr) an, daß die Größen, zwischen welchen es stehet, addirt werden sollen: 3 + 4; a + b.

×, das Zeichen der **Multiplication**, zeigt an, daß die Größen, zwischen welchen es stehet, multiplicirt werden sollen: 3 × 4; a × b. Statt dieses (×) gebraucht man auch einen bloßen Punct: 3.4; a.b, zeigt also ebenfalls an, daß 3 mit 4, und a und b multiplicirt werden sollen. Buchstaben stellt man auch, wenn sie miteinander multiplicirt werden sollen, ohne alles Zwischenzeichen zusammen: ab. Jenes Zeichen (×) ziehen wir dem Puncte, der zu viele Anwendung hat, vor.

÷, oder auch —, (**Subtractions-Zeichen**) minus, weniger, zwischen zwey Größen, zeigt an, daß die hinter dem Zeichen (rechts) stehende Größe, von der vor dem Zeichen stehenden, abgezogen werden soll: 6 ÷ 4; a — b, zeigt also an, daß 4 von 6, b von a subtrahirt werden sollen. Jenes (÷) ziehen wir der Deutlichkeit wegen dem Horizontalstrich (—) vor.

:, das gewöhnliche **Colon** oder der **Doppelpunct**, ist das Zeichen der **Division**. Zwischen zwey Größen zeigt es an, daß die vordere durch die hintere getheilt werden soll. Also 8 : 2; a : b, heißt, 8 soll durch 2, a durch b dividirt werden. In Form eines Bruchs geschrieben bedeutet es dasselbe: $\frac{8}{2}$, $\frac{a}{b}$, sagt, daß die obere Größe durch die untere getheilt werden soll.

Auch die (geometrischen) **Verhältnisse** zeigt dieß Zeichen an: 4:8=3:6, heißt: 4 verhält sich zu 8, wie 3 zu 6. (Beyde nämlich wie 1 zu 2.)

( ), die Parenthese, Klammer. In diese werden die Größen eingeschlossen, welche durch eine andere, außer ihr stehende, multiplicirt oder dividirt (oder auch addirt, oder subtrahirt) werden sollen.

$(2+4) \times 3$ oder auch so: $(2+4)\ 3$; $(a \div b)\ c$, zeigt an, daß 2 und 4 (also 6) mit 3, und a weniger b, mit c multiplicirt werden sollen. Und $(3+4) \times (5+6) = 77$. Eben so:

$(2+4) : 3$; $(a \div b) : c$, daß 2 und 4 (also 6) durch 3, und $a \div b$, durch getheilt werden sollen. Dieß kann auch ohne Parenthese also geschrieben werden:

$$\frac{2+4}{3} \text{ und } \frac{a+b}{c}.$$

Ohne Klammer würde $2+4:3$ heißen, man soll 4 durch 3 theilen ($1\frac{1}{3}$) und dazu 2 addiren, ist dann $3\frac{1}{3}$; während die Klammer ausdrückt 2 und 4 sollen durch 3 getheilt werden, das dann $\frac{2}{3}$ und $1\frac{1}{3}$, also 2 gibt.

$\sqrt{}$, das Wurzelzeichen. Dieß bedeutet, daß aus der Größe oder Zahl, vor welcher es stehet, die Wurzel ausgezogen, oder daß sie in mehrere gleiche Factoren zerlegt werden soll. Welche Wurzel ausgezogen, oder in wie viel gleiche Factoren sie zerlegt werden soll, zeigt die ober ihr stehende Zahl oder Ziffer:

$$\sqrt[2]{256};\ \sqrt[3]{729};\ \sqrt[4]{256}, \text{ u. s. w.}$$

bedeutet, daß diese Zahlen in 2 (16mal 16 gleich 256), in 3 ($9 \times 9 \times 9 = 729$), in 4 ($4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$) gleiche Factoren zerlegt, oder daß die Quadrat-, die Cubik- und die Biquadratwurzel ausgezogen werden soll. Da das Ausziehen (Extrahiren) der Quadratwurzel am häufigsten vorfällt: so wird dieß auch durch das bloße Wurzelzeichen, ohne Ziffer (^{2}), angedeutet. $\sqrt{a}$ oder $\sqrt{256}$, heißt also schon, man soll aus a, oder aus 256 die Quadratwurzel ausziehen.

=, das Gleichheitszeichen. Es deutet an, daß die Größen, zwischen welchen es stehet, gleich sind, gleichen, eben denselben Werth, dieselbe Größe, haben.

$3+4=$ (gleich) 7; $6 \div 2 = 4$; $6 \div 2 = 3 + 1$ (6 weniger (minus) 2, gleich 3 und (mehr oder plus) 1); $a + b = x$ heißt, a und b zusammen gleich, oder eben so groß als x.

$>$, $<$, die Zeichen des Größern und Kleinern. Nämlich die Zahl, die an der Oeffnung des Winkels stehet, soll größer, die an der Spitze desselben, kleiner seyn. $7 > 3$. (7 ist größer als 3). $a < b$. (a soll kleiner als b seyn).

,. Das Comma. Dieses Zeichen wird in der Rechenkunst in zwey Fällen angewendet. Man setzt es:

Erstens bey großen Zahlen je zwischen drey und drey (zwischen Tausend), um die Zahl leichter übersehen und aussprechen zu können. So schreibt man die Zahl: 5696 oder 56966500, aus jenem Grunde also: 5,696 (5 Tausend, 6 Hundert und 96), und: 56,966,500 (56 Millionen, 966 Tausend, 500).

Zweytens gebraucht man das Comma, um Decimal-Zahlen zu bezeichnen, oder die ganzen Zahlen von den Decimal-Theilen oder Stellen (zehntheiligen Brüchen) zu sondern. In diesem Falle bedeutet dann: 5,696, fünf Ganze und 696 Decimal-Theile; oder diese Zahl heißt: $5\frac{696}{1000}$.

In dieser Bedeutung, um keine Mißverständnisse zu veranlassen, gebrauchen wir (man sehe unsere Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde) den Apostroph (') und schreiben also obige Decimal-Zahl also: 5'696.

Ziffern (Zahlzeichen) sind die Zeichen oder Figuren, durch welche wir Zahlen oder Einheiten ausdrücken.

Der arabischen oder indischen Zahlzeichen, welche durch die Araber auf uns gekommen sind, sind neun, welche ein bis neun Einheiten bezeichnen:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Vor dem Stellzeichen Null bedeuten sie das Zehnfache: 10, 20, ... 90, einmal zehn, zweymal zehn... neunmal zehn. Vor zwey Nullen das zehnmal zehn-, oder das Hundertfache u. s. w.

Die

Die unbequemern Römischen Zahlzeichen sind folgende, mit welchen durch Versetzen alle Zahlen ausgedrückt werden:

I, V, X, L, C, D, M.
1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000.

Mit diesen Zeichen werden nun die Zahlen in fortlaufender Ordnung also geschrieben:

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII, XIII, XIV, XV, XVI,
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16,
XVII, XVIII, XIX, XX, XXI, XXII, XXIII, XXIV, XXV, XXVI, XXVII,
17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27,
XXVIII, XXIX, XXX, XXXI
28, 29, 30, 31 ꝛc. Nun werden die Zeichen hinter den XXX angefügt, wie sie ober den Zahlen 2 bis 9 stehen, um 32 bis 39 zu bezeichnen. 40 kann XXXX (viermal zehn) geschrieben werden; kürzer aber XL. Nach dem XL werden nun die Zeichen von 1 bis 9 angefügt, um 41 (XLI) bis 49 (XLIX) auszudrücken. L ist dann 50; LI (51) bis LX ist dann 60 (funfzig zehn); und nun wieder nach obiger Ordnung LXI (61) bis LXIX (69). Nun folgt LXX (70) bis LXXIX (79), LXXX (80) bis LXXXIX (89), XC (90).

Die Zahlen zwischen 90 und 100 können dann verschieden ausgedrückt werden, z. B. 97, IIIC (100 weniger 3), oder LXXXXVII (50 + 40 + 7); 99, IC (100 ÷ 1), oder LXXXXIX. Die Hunderte werden durch so viel einzelne C (Centum) ausgedrückt, C (100), CC (200), CCC (300), CCCC (400), D 500, M (Mille) 1000, MD 1500 ꝛc. Um mehrere Tausende zu bezeichnen, findet nun ein dem bisherigen entgegengesetztes Verfahren statt. Jede kleinere Zahl, die bisher vor die größere gesetzt wurde, verminderte dieselbe um so viel: IX hieß 10 weniger 1; VC hieß 100 weniger 5, also 95. Bey M (1000) aber vervielfacht sie dieselbe um so viel. VM heißt also nicht 1000 weniger 5, also 996, sondern 5 mal 1000, also 5000; IXM, 9000 ꝛc. Unser jetziges Jahr 1820 wird wird also geschrieben: MDCCCXX.

Statt

Statt D (500) wird auch oft dieß Zeichen I), und statt M (1000) CI) gebraucht.

Zero, so viel als Null oder nichts. Es ist gleich Zero, es ist gleich 0 (Null).

Zerstreuen, der Brüche, heißt Brüche, deren Zähler mehrere Einheiten hat, in andere zerlegen, welche nur Eine Einheit haben.

$\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ und also in $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{8}$ in 4, 2 und 1 Achtel, also in $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, oder $\frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{2}}{2} + \frac{\frac{1}{4}}{2}$.

Zins (Interesse). Im weitern Sinn heißt Zins die Abgabe, die mir jemand für die Benutzung meines Eigenthums gibt. Daher dann, nach Beschaffenheit desselben, Grund-Zins, wenn sie für Grundstücke; Mieth-Zins, wenn sie für Gebäude ꝛc.; Geld-Zins, wenn sie für Geldvorlehn gegeben wird. Dieser gehet uns hier blos an. Der (Geld-) Zins wird von 100 (nach Procenten) gerechnet, und ist gewöhnlich 4, 5 bis 6, also $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$, $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$, $\frac{6}{100} = \frac{3}{50}$ des Kapitals. Diese Berechnung der Zinsen, heißt (einfache) Zins-Rechnung, Interessen-Rechnung.

Zinseszins, Zins auf (oder von) Zins, doppelte Zinsrechnung, Interusurium, Anatocismus. Wenn die jährlichen Zinsen von dem Schuldner nicht bezahlt, sondern zum Kapital geschlagen, und von diesen Zinsen wieder jährlich die Zinsen berechnet werden: so nennt man dieß Zins von Zins, Zinseszins.

Es sey das Kapital 2000 zu 5 Procent, so betragen die Zinsen am Ende des 1ten Jahres 100, diese zum Kapital (2000) geschlagen, kommen 2100 für das 2te Jahr zu verzinsen. Davon betrügen die Zinsen am Ende des 2ten Jahres 105; zu obigen 2100 geschlagen, kommen an Kapital und Zinseszins, für's 3te Jahr zu verzinsen, 2205, u. s. w.

Grund-

Grundsätze
für die ganze Rechenkunst.

I. Alle Theile des Ganzen sind dem Ganzen gleich, oder betragen eben so viel als das Ganze. $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1$; $24 + 30 + 6$ Kreutzer $= 60$ Kreutzer $= \frac{60}{60}$ Gulden $= 1$ Gulden; jene als Achtel oder achttheilige, diese als Sechzigstel oder als 60igtheilige Brüche betrachtet.

II. Das Ganze ist größer als ein oder etliche seiner Theile. $\frac{8}{8} > \frac{5}{8} + \frac{2}{8}$.

III. Zwey Größen oder Zahlen, die einer dritten gleich sind, sind sich selbst gleich. $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8}$; $\frac{8}{8} = 1$; also auch $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{8} = 1$. $2 + 9 = 11$, und $5 + 6 = 11$, so sind auch $2 + 9 = 5 + 6$. $a = b$ und $c = b$, so ist auch $a = c$. Daraus folgt:

IV. Von gleichen Größen oder Zahlen läßt sich die eine für die andere setzen, ohne die Gleichheit zu verlieren. Statt 11 läßt sich $2 + 9$, oder $5 + 6$; statt $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$, und wenn $a = b$ ist, an die Stelle des a immer b setzen.

V. Gleiches zu Gleichen hinzugefügt (addirt), gibt Gleiches.

$5 + 6 = 11$; $a = b$

Dazu $4 = 4$; $c = c$

Gibt $5 + 6 + 4 = 11 + 4$; $a + c = b + c$.

VI. Gleiche Größen von gleichen weggenommen (subtrahirt) bleibt Gleiches.

$5 + 6 = 11$; $a = b$

Abgezogen $4 = 4$; $c = c$

gibt $5 + 2 = 7$; $a \div c = b \div c$;

oder $5 + 6 \div 4 = 11 \div 4$.

VII. **Gleiche Größen oder Zahlen durch gleiche vervielfacht** (multiplicirt) **gibt gleiche.** (Die Producte sind gleich).

$5 + 2 = 7$; oder $5 + 6 \div 4 = 11 \div 4$

multiplicirt mit $4 = 4$ $\qquad$ $4 = 4$

gibt $20 + 8 = 28$; $\qquad$ $20 + 24 \div 16 = 44 \div 16$

Oder $a \div c = b \div c$

multiplicirt mit $a = a$

kommt $aa \div ca = ba \div ca$.

VIII. **Gleiche Größen oder Zahlen durch gleiche getheilt** (dividirt) **geben gleiche** (zum Quotienten.)

$20 + 8 = 28$ getheilt durch $4 = \frac{20}{4} + \frac{8}{4} = \frac{28}{4}$, gibt $5 + 2 = 7$.

IX. **Ungleiches durch Gleiches vermehrt oder vermindert, bleibt ungleich.** 8 ist größer als 4, und bleibt größer, wir mögen 2 von jedem abziehen oder hinzufügen, damit theilen oder vervielfachen.

X. **Nur Dinge einer Art** (gleichnamige) **lassen sich zusammen zählen, oder geben eine Zahl.** Drey Ellen und zwey Pfunde, 3 Aepfel und 2 Eyer lassen sich nicht als solche zusammen zählen, wir müßten sie denn allgemeiner, als Stücke, als Einzelnheiten nehmen, und dann können wir sagen, es sind fünf Stücke, fünf einzelne Dinge.

XI. **Eine gerade Zahl zu einer geraden addirt oder von ihr subtrahirt, gibt eine gerade.** $6 + 8 = 14$; $12 \div 8 = 4$. Also muß sich auch jede Zahl, deren letzte Ziffer (der Einer) eine gerade Zahl ist, durch 2 theilen lassen: $354 : 2 = 177$.

XII. **Eine ungerade Zahl zu einer ungeraden addirt oder von ihr subtrahirt, gibt eine gerade.** $5 + 7 = 12$; $9 \div 5 = 4$.

XIII. **Eine gerade Zahl zu einer ungeraden addirt oder von ihr abgezogen, gibt eine ungerade.** $4 + 5 = 9$; $8 \div 3 = 5$.

XIV. **Eine gerade oder ungerade Zahl mit einer geraden multiplicirt, gibt eine gerade.** $4 \times 6 = 24$; $4 \times 5 = 20$.

XV. **Eine ungerade Zahl durch eine ungerade multiplicirt, gibt eine ungerade.** $5 \times 3 = 15$.

XVI. **Eine gerade Zahl durch eine gerade dividirt, kann eine gerade oder ungerade geben.** (Folgt aus dem XIV. Grundsatz). $24:4=6$; $24:8=3$.

XVII. **Eine gerade Zahl durch eine ungerade dividirt, gibt eine gerade.** (Nach dem XIV. Grundsatz.) $6 : 3 = 2$.

XVIII. **Eine ungerade Zahl durch eine ungerade dividirt, gibt eine ungerade.** (Nach dem XV. Grundsatz.) $9 : 3 = 3$.

XIX. **Eine ungerade Zahl läßt sich durch eine gerade nie dividiren; es bleibt immer ein Rest.** 9 durch 2, 4, 6 ꝛc.

XX. **Brüche, deren Nenner einander gleich sind, verhalten sich** (als ganze Zahlen) **wie ihre Zähler.** $\frac{1}{4}$ verhält sich zu $\frac{3}{4}$, wie 1 zu 3; letzterer ist dreymal so groß als der erste. $\frac{12}{60} : \frac{48}{60}$, wie $12 : 48 = 1 : 4$.

Erste

Erste Abtheilung.

Das Rechnen im Allgemeinen.

Wir werden das Rechnen, wissenschaftlich behandelt, in drey Abtheilungen bringen können. In der ersten werden wir das Rechnen aus den ersten Begriffen ableiten, die Eigenschaften und Verhältnisse der Zahlen und alle Rechnungsarten angeben, und durch Beyspiele deutlich machen. In der zweyten Abtheilung werden wir das Rechnen mehr auf Gegenstände des bürgerlichen Lebens, besonders des Handels, anwenden, und in der dritten Abtheilung das Rechnen durch Gleichungen lehren.

Entwicklung des Begriffs der Rechnungsarten oder der Species.

§. 1. In allen Größen oder Zahlen, an jedem meßbaren Gegenstande, an jeder Menge von Einheiten, sind, in Beziehung auf die Größe, nur zwey Veränderungen möglich: sie lassen sich **vermehren** oder **vermindern**.

§. 2. Jede Vermehrung oder Verminderung kann auf zweyerley Art vorgenommen werden; entweder so, daß man zu einer Größe oder Menge von Einheiten, einzelne **hinzufügt** oder **hinwegnimmt**; oder so, daß man sie **mehrmal,**

das **Mehrfache**, hinzufügt oder hinwegnimmt. Hieraus entstehen die bekannten vier Rechnungsarten (Species): **Addiren, Subtrahiren, Multipliciren** und **Dividiren.**

Addiren und Multipliciren.

(Zusammenziehen und Vervielfachen.)

§. 3. Den Werth zweyer oder mehrerer Zahlen (3 und 4 und 8) durch **Eine** Zahl (15) ausdrücken, heißt **addiren, zusammenziehen, zusammenzählen, summiren**; die einzelnen Größen oder Zahlen, welche zusammen gezählt werden sollen (3, 4, 8), die **Posten, Aggreganden**, und die gefundene Zahl, welche sie in sich enthält (15), die **Summe**, das **Aggregat.**

§. 4. Eine Zahl (6) **mehrmal** (4mal) nehmen, oder mehrmal zu ihr selbst addiren ($6 + 6 + 6 + 6 = 24$), heißt **multipliciren**; die Zahl (6), welche mehrmal genommen werden soll, **Multiplicand**; die, welche anzeigt, wie oft sie genommen werden soll (4), **Multiplicator**, und die gefundene Zahl, welche beyde enthält (24), das **Product**, auch **Factum, Multiplum.** Jene, Multiplicand und Multiplicator (6 und 4) werden auch, in Beziehung auf das Product (24), die **Factoren** derselben genannt (von facere, hervorbringen, verursachen. Sie bringen das Product hervor.)

Subtrahiren und Dividiren.

(Abziehen und Theilen.)

§. 5. Eine Zahl von einer andern hinwegnehmen, abziehen, oder eine Zahl (6) um den Werth einer andern (4) vermindern, heißt das **Subtrahiren**, das **Abziehen**; die Zahl, von welcher abgezogen werden soll (6), heißt **Minuend.** Diejenige, welche abgezogen werden soll (4), **Subtrahend**, und die gefundene Zahl, welche nach dem Abziehen übrig bleibt (2), die **Differenz**, der **Rest, Unterschied.**

§. 6.

§. 6. Zu finden, wie oft eine Zahl (6) von einer andern (24) weggenommen werden kann, oder wie oft sie in derselben enthalten ist (4mal), heißt das **Dividiren, Theilen**; die Zahl, welche getheilt werden soll (24), **Dividend**, (die zu theilende); diejenige, mit welcher getheilt wird (6), **Divisor** (der Theiler), und die gefundene (4), **Quotient**, auch **Ration, Antheil**, der **Theil**.

Bezeichnung der vier Rechnungsarten.

§. 7. Es ist nicht immer erforderlich eine Rechnungs-Operation zu vollziehen, sondern es ist oft genug sie blos anzudeuten, oder zu bezeichnen was geschehen soll. Man hat daher eigene Zeichen eingeführt, welche die mit den Zahlen vorzunehmenden Rechnungen oder Verrichtungen andeuten.

So hat man für das Zeichen der Addition folgendes +, für die Subtraction — oder besser ·÷·, für die Multiplication einen bloßen Punct (.) oder ><, und für die Division zwey Puncte (:) gewählt.

3 + 4 bezeichnet also, daß 3 zu 4 addirt werden soll, und wird ausgesprochen 3 plus oder mehr 4 (3 zu 4); 6 — 4 oder 6 ·÷· 4, daß 4 von 6 abgezogen werden soll, und man liest es: 6 weniger 4, oder 6 minus 4 (6 ab 4); 6 . 2, oder 6 >< 2, zeigt an, daß 2 mit 6 multiplicirt werden soll, und man liest es: 6 multiplicirt mit 2; 6 : 2 (oder auch $\frac{6}{2}$), zeigt an, daß 6 durch 2 getheilt werden soll, und wird gelesen: 6 getheilt (dividirt) durch 2.

Soll eine Zahl mehrmal mit sich selbst multiplicirt werden: so bezeichnet man dieß, wie oft es geschehen soll, durch eine hinter der Zahl etwas aufwärts stehende kleinere Ziffer. 4^2 zeigt an, daß 4 mit 4 (mit sich selbst), 4^3, daß 4 >< 4 >< 4; 4^4 daß 4 >< 4 >< 4 >< 4, also die vier gleichen Factoren mit sich multiplicirt werden sollen. Man sehe in den Erklärungen: **Potenz**.

Das

Das Addiren der ganzen Zahlen.

Vortheile und Bemerkungen.

§. 8. Obgleich hier das Rechnen der vier Species, wenigstens in ganzen Zahlen, vorausgesetzt wird, weil dieses Werk nicht für die ersten Anfänger bestimmt ist: so wollen wir es doch, um keine Lücke zu lassen, berühren.

Da unsere neun Zahlzeichen ihren Werth als Einer von zehn zu zehnfach verändern, nach der Stelle, die sie einnehmen: so hat man auch beym Addiren vorzüglich darauf zu achten.

Wir sollen addiren:

	I.		II.		III.
	3572		84010		3572
	5609		3030		5609
Summe	9181		87040		84010
oder:	11	oder:	0	Null Einer	3030
	70		40	Vier Zehner	96221
	1100		000	Null Hunderter	
	8000		7000	Sieben Tausender	
	9181		80000	Acht zehn Tausender.	
			87040		

Im ersten Beyspiele sind Einer, bey welchen wir zu zählen anfangen müssen, 9 und 2, geben 11, oder 10 + 1; also 1 Einer und 1 Zehner. Den Einer schreiben wir an, den Zehner zählen wir zu den Zahlen der zweyten Stelle, den Zehnern. Diese 1 + 7 + 0 Zehner, geben 8 Zehner, welche wir in die zweyte Stelle setzen. Hunderter haben wir 5 und 6, geben 11; also 1 Hunderter, den wir anschreiben, und 1 Tausender, den wir zu den 3 und 5 Tausendern addiren, geben 9 Tausender. Unter der gefundenen Gesammt-Summe haben wir die Summe der Einer, Zehner ꝛc. einzeln anzuschreiben, um das Verfahren leichter übersehen zu können.

Im

Im zweyten Beyspiele haben wir keine Einer. Um nun die 3 + 1 = 4 Zehner, als solche bezeichnen zu können, müssen wir an die Stelle der Einer, o setzen (Null Einer). Auch haben wir keine Hunderter, und müssen, um die 3 + 4 = 7 Tausender, als solche zu erkennen, o anschreiben (Null Hunderter). Zehntausender haben wir nur in der obern Reihe, 8, die wir anschreiben.

Das dritte Beyspiel ist nun auch verständlich.

§. 9. Um Zahlen leichter richtig addiren zu können, muß man die Ziffern nicht zu nahe oder zu enge setzen, und genau senkrecht Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc.

Man gewöhne sich die Zahlenreihen zuerst von oben herab zusammen zu zählen und die Summe auf ein besonderes Blatt zu schreiben, und das anderemal von unten hinauf. Findet man beyde gleich, so schreibe man sie erst an.

Zählt man nur immer nach einer Richtung und begehet einen Fehler, und sagt etwa 8 und 5 sind 12, so hat man die 12 beym zweyten Zählen leicht wieder im Sinn; in der entgegengesetzten Richtung wird dieß vermieden, weil 8 und 5 zu andern Zahlen gezählt werden.

Wenn man beym Ueberblick der Reihe leicht je zwey und zwey Zahlen siehet, die 10 geben: so nehme man sie zusammen und die Zwischenliegende dann dazu; doch suche man nicht zu weit darnach, damit keine dazwischen ausgelassen werde. 9 gibt mit jeder Zahl 10 und noch so viel Einer weniger Einen, als die Zahl hat; eben so 8 weniger 2. Nämlich: 9 + 7 gibt 10 + 7 ÷ 1; 8 + 7 = 10 + 7 ÷ 2.

Wenn man lange Reihen, ganze Seiten, zu addiren hat: so kann man sie leichter theilweise addiren, und die einzeln gefundenen Summen wieder zusammen ziehen, um das Ganze zu haben.

§. 10. **Proben**, ob man richtig addirt habe, die aber selten anwendbar sind, gibt es zwey. Die erste ist, daß man von der gefundenen Summe die gegebenen Zahlen (Summanden) eine nach der andern abziehet, wo dann dieselbe

mit

mit der letzten aufgehen (gleich Null werden) muß. Die andere Art ist die sogenannte Neuner-Probe. Man addirt nach dieser die einzelnen Zahlen der Posten und die einzelnen Zahlen der Summe zusammen, und theilt jede durch 9, so muß die eine und die andere gleichen Rest übrig lassen.

z. B. 458 diese 4 + 5 + 8 = 17
zu 632 diese 6 + 3 + 2 = 11
gibt 1090 getheilt 28
Diese 1 + 0 + 9 + 0 = 10, durch 9, gehet
durch 9 getheilt, 3mal und gibt 27
bleibt 1 als Rest. bleibt 1 als Rest.

Allein man siehet, daß wenn wir aus Versehen die Summe 1090 versetzt und etwa 1009 geschrieben hätten, derselbe Rest geblieben wäre. Es ist also dieß eine unsichere Probe.

Die zwey Zahlen (458 und 632), die wir eben addirten, bestehen aus 4 und 6 Hundertern; aus 5 und 3 Zehnern, und aus 8 und 2 Einern. Also:

A. $458 = 400 + 50 + 8$
B. $632 = 600 + 30 + 2$

$A + B = 1090 = 1000 + 80 + 10 = 1000 + 90.$

Dieß Anschreiben könnte auch als Probe dienen.

Addiren mit Zeichen.

§. 11. Man soll folgende Zahlen addiren:

I. 8 + 4 + 5 + 3 = 20
zu 2 + 6 + 2 + 1 = 11
Sind 10 + 10 + 7 + 4 = 31

II. 8 + 6 ÷ 3 ÷ 1 = 10
6 ÷ 3 + 4 ÷ 2 = 5
14 + 3 + 1 ÷ 3 = 15

Das

Das **erste** Beyspiel ist an sich verständlich; das **zweyte** bedarf Erläuterung.

8 und 6 gibt 14; denn wenn kein Zeichen (+ oder ÷) dabeystehet, so bedeutet es, daß beyde Größen positiv sind, also plus (+) haben sollen; denn blos in diesem Falle läßt man es weg. + 6 und ÷ 3 zu addiren, heißt doch nur, wo 6 vorhanden sind, 3 nehmen, also bleibt (+) 3. Oder, wir haben die ersten zwey Zahlen (8 zu 6) addirt, und 14 gesetzt. Allein es war kein 6, es war 6 weniger 3, diese 3 müssen nun abgezogen werden, wenn die Summe richtig seyn soll. Das dritte Glied hat ÷ 3 und + 4, die addirt werden sollen. Wenn 0 oder Nichts zu 4 addirt werden soll, so würde es nur 4 geben, oder 4 würde bleiben. Allein ÷ 3 ist so viel weniger als Null, und es kann also auch nur so viel weniger geben, also + 1. Es folgt auch daraus: wir haben das vor ÷ 3 stehende + 6 zu voll genommen, oder addirt. Es war aber kein volles 6, sondern 6 weniger 3, also nur (+ 3; wir müssen daher dieß 3 wenigstens im zweyten Gliede, von + 4, wieder abziehen. Die letzten Glieder sind beyde weniger. Wenn 1 abgezogen werden soll und noch 2, so ist die Summe, die abgezogen werden soll, 3, oder ÷ 3.

$$\text{III.}\quad \begin{array}{r} 4 + 6 \div 2 + 10 = 18 \\ 3 \div 2 + 5 \div 4 = 2 \\ 6 \div 1 \div 4 + 6 = 7 \\ \hline 13 + 3 \div 1 + 12 = 27 \end{array} \qquad \text{IV.}\quad \begin{array}{l} a + b + 3c \div d \\ 3a \div 2b + c \div 2d \\ 5a + b \div 2c + d \\ \hline 9a \quad + 2c \div 2d \end{array}$$

Im **dritten** Beyspiele haben wir im zweyten Gliede + 6 und ÷ 2 und ÷ 1, also ÷ 3, von + 6, gibt + 3 als Summe. Im 3ten ist der Ueberschuß bey minus, und zwar 1; im 4ten bey plus, und zwar 12.

Im **vierten** Beyspiele haben wir Buchstaben, die jede Zahl vorstellen können, und an deren Anwendung wir uns gewöhnen müssen. a (welchem wir 1 vorsetzen können), also 1a + 3a + 5a geben 9a. Die b heben sich auf; denn wenn wir 2b addiren und 2b abziehen sollen: so kommt 0b, also nichts; es gleicht sich aus. Das Uebrige ist aus den andern Beyspielen begreiflich.

Gesetzt nun es bedeute a, 8; b, 4; c, 3; d, 5: so ist die Summe 9a = 9mal 8 = 72

+ 2c = 2mal 3 = 6

78

Davon ab (÷) 2d = 2mal 5 = 10

kommen 68.

Man setze nun im Beyspiele statt der Buchstaben, die Zahlen, die sie vorstellen, und die Produkte aus; so wird es also stehen:

8 (a)	+ 4 (1b)	+ 9 (3c = 3 × 3)	÷ 5 (d)	= 16
24 (3a)	÷ 8 (2b)	+ 3 (1c)	÷ 10 (2d)	= 9
40 (5a)	+ 4 (1b)	÷ 6 (2c)	+ 5 (1d)	= 43
72		+ 6	÷ 10	= 68.

Also wie oben.

Die Regel der Addition mit Zeichen ist also: Wenn die Zeichen gleich, oder einerley sind, so zählt man die Zahlen oder Buchstaben zusammen und setzt dasselbe Zeichen dazu. Wenn die Zeichen verschieden sind, so ziehet man die kleinere von der größern ab, und setzt zu der übriggebliebenen (dem Reste) das Zeichen der größern Zahl.

Das Abziehen der ganzen Zahlen.

Vortheile und Bemerkungen.

§. 12. Die Zahl, von welcher eine andere abgezogen werden soll, heißt der **Minuend**, die zu vermindernde Zahl; die, welche von dieser hinweggenommen werden soll, der **Subtrahend**, die abzuziehende Zahl, und die, welche übrig bleibt, der **Ueberschuß**, **Unterschied**, **Differenz**, **Rest**.

Die abgezogene und der Rest müssen also zusammen den Minuenden ausmachen; die Addition ist daher die Probe der Subtraction.

Wir

Wir sollen abziehen von dem

I. Minuenden:	9181	II. 87020	III. 96221
den Subtrahenden:	5609	÷ 3130	ab 87040 } addirt.
Rest	3572	83890	bleibt 9181 }
			96221 Probe.

von 11 (= 9 + 2)
ab 9
2, Rest der Einer.

von 70 (80 ÷ 10)
ab 00
70, Rest der Zehner.

von 1100 (= 600 + 500)
ab 600
500, Rest der Hunderter.

von 8000 (9000 ÷ 1000)
ab 5000
3000, Rest der Tausender.

Im ersten Beyspiele sollen wir 9 Einer von einem Einer abziehen. Dieß gehet nicht an; wir nehmen daher einen von den 8 Zehnern (entlehnen eins), und haben dann 11, von welchen 9 abgezogen, 2 als Rest geben. Nun sind noch 7 Zehner (8 ÷ 1 = 7); von welchen 0 Zehner (nichts) abgezogen, 7 Zehner übrig bleiben. 6 in der dritten Stelle läßt sich wieder nicht von 1 abziehen, wir entlehnen daher von dem Tausender, und dann bleibt von 11 ÷ 6, 5 Hunderter. Von den nun um 1 vermindertem 9 Tausender, bleibt 8, von welchem 5 abgezogen, 3 Tausender als Rest bleiben. Unter diesem Beyspiele ist das Verfahren anschaulich gemacht.

Im zweyten Beyspiele sind keine Einer, und wir setzen daher, um die Zehner u. s. w., die etwa folgen möchten, als solche zu erkennen (um die Decimalstelle zu bezeichnen), ein 0. Drey von 2 läßt sich nicht abziehen; wir haben daher von Hunderten, und, da auch dort eine Null stehet, von den 7 Tausen-

dern 1 zu entlehnen. Wir haben also von 102 Zehnern (= 99 + 3) 3 Zehner abzuziehen, bleiben 99, von welchen das erste 9, der Zehner, angeschrieben, und vom zweyten 9, dem Hunderter, der Subtrahend 1, als Hunderter, abgezogen wird, bleiben dann 8 Hunderter. Das 7, in der vierten (Decimal-) Stelle, ist durch das Entlehnen 6 geworden. 3 von 6, bleiben 3; und da von 8 in der fünften Stelle nichts abzuziehen ist, so wird es im Rest angeschrieben.

Das **dritte** Beyspiel bedarf keiner Erklärung. Wir haben mit demselben gleich die **Probe** angestellt; wir haben den Subtrahenden zum Rest addirt, und so mußte, wenn richtig verfahren wurde, der Minuend als Summe kommen.

Das Abziehen mit Zeichen.

§. 13. Es sey die Aufgabe:

	I.		II.
	8 + 4 + 5 + 3 = 20	Minuend.	8 + 6 ÷ 3 ÷ 1 = 10
ab:	2 + 6 + 2 + 1 = 11	Subtrahend.	6 ÷ 3 + 4 ÷ 2 = 5
	6 ÷ 2 + 3 + 2 = 9	Rest.	2 + 9 ÷ 7 + 1 = 5.

Im I. Beyspiele sind, bis auf das zweyte Glied von vorn, die gefundenen Reste begreiflich. Im zweyten Gliede sollen 6 von 4 abgezogen werden. Dieß gehet nicht; es fehlen 2 um Null zu seyn. Diese fehlenden müssen daher als fehlend, ÷ 2, angemerkt werden.

Im II. Beyspiele, zweytem Gliede, ist ÷ 3 von + 6 abzuziehen.

Addiren wir zu beyden . . + 3 . . + 3 (nach dem V. Grundsatze, gleiche Größen zu gleichen addirt, gibt gleiche), so kommen . . . 0 und + 9.

Null von 9 abgezogen, bleibt (+) 9. Oder auch also: Wir haben im ersten Gliede 6 von 8 abgezogen, und als Rest 2 gesetzt. Es war aber nicht 6, sondern 6 ÷ 3; wir haben also 3 zu viel von 8 abgezogen, und müssen es daher wieder addiren.

Im

Im dritten Gliede ist + 4 von ÷ 3 abzuziehen. Es fehlen also hier (bey ÷ 3) schon 3 um Null zu seyn, und noch 4 um den abzuziehenden 4 gleich zu seyn; also zusammen ÷ 7. Oder: Wir haben im zweyten Gliede den Minuenden + 6 zu voll angenommen; er war nicht + 6, sondern + 6 ÷ 3. Der Rest + 9 ist also um 3 zu groß und diese müssen wieder abgezogen werden. Nun sollen aber nach der Aufgabe auch 4 abgezogen werden; also ÷ 3 und ÷ 4 = ÷ 7.

Im letzten Gliede sind von ÷ 1 abzuziehen ÷ 2. Addiren wir zu beyden, nach dem V. Grundsatze, etwa: + 3   + 3,

so kommen + 2   + 1.

+ 1 von + 2 abgezogen, gibt + 1 als Rest. Oder, wir haben den vorstehenden Minuenden 3, um 1 zu groß, und den Subtrahenden um 2 zu groß angenommen, also den Rest 7 um 1 zu klein gesetzt, welches daher wieder zu addiren ist.

	III.		IV.
	13 + 3 ÷ 1 + 12		9a + 2c ÷ 2d
ab:	4 + 6 ÷ 2 + 10	ab:	1a + b + 3c ÷ 1d
Rest:	9 ÷ 3 + 1 + 2	bleibt:	8a ÷ b ÷ c ÷ d
ab:	3 ÷ 2 + 5 ÷ 4	ab:	3a ÷ 2b + c ÷ 2d
Rest:	6 ÷ 1 ÷ 4 + 6	bleibt:	5a + b ÷ 2c + d

Das Verfahren in diesen Beyspielen ist aus dem obigen begreiflich. Sie sind zugleich Probe der Additions-Exempel (S. 41).

Was wir hier ableiteten, liegt kürzer in folgender **Regel der Subtraction:**

Man verwandele die Zeichen der abzuziehenden Größen in die entgegengesetzten, und addire den so veränderten Subtrahenden zum Minuenden: so gibt die Summe den gesuchten Unterschied.

In unserm zweyten Beyspiele hatten wir:

von	+ 8 + 6 ÷ 3 ÷ 1
abzuziehen:	+ 6 ÷ 3 + 4 ÷ 2
und fanden als Rest:	2 + 9 ÷ 7 + 1

Verändern wir nun die Zeichen des Subtrahenden in die entgegengesetzten, und **addiren**: so stehet es so:

+ 8 + 6 ÷ 3 ÷ 1
÷ 6 + 3 ÷ 4 + 2
+ 2 + 9 ÷ 7 + 1.

Das

Das Multipliciren oder das Vervielfachen ganzer Zahlen.

Vortheile und Bemerkungen.

§. 14. **Vervielfachen** (Multipliciren), heißt eine Zahl (den **Multiplicanden**) so vielmal zu sich selbst addiren (so oft nehmen), als eine andere (der **Multiplicator**) Einheiten hat. Die gefundene Zahl heißt das **Product**, und jene gegebenen Zahlen nennt man auch die **Factoren**, weil das Product durch sie hervorgebracht wurde.

Sollen wir 25 mit 3 multipliciren, so heißt dieß eben so viel, als 25 dreymal zu sich selbst addiren:

25 + 25 + 25, gibt 75.

Oder, da 25 zwey Zehner und 5 Einer enthält (20 + 5): so heißt es eben so viel, wir nehmen die Einer dreymal (3 . 5 = 15) und die Zehner dreymal (3 . 20 = 60) und haben dann 60 + 15 = 75.

Man soll 234, als Multiplicand,
multipliciren mit 32, als Multiplicator.

```
 468
702
Kommt 7488 als Product.
```

Oder:

```
  234
   32
    8, Einer mit Einer.
   6,0, Einer mit Zehner.
  4,0 0, Einer mit Hunderter.
  1 2,0, Zehner mit Einer.
  9,0 0, Zehner mit Zehner.
6,0 0 0, den Zehner mit dem Hunderter.
Kommt: 7 4 8 8.
```

Oder, da 234 ist:

$$\begin{array}{l} 200 + 30 + 4 \text{ (2 Hunderter, 3 Zehner, 4 Einer.)} \\ \text{mit } 32,\ 32,\ 32 \text{ multiplicirt.} \\ \text{gibt: } 6400 + 960 + 128 = 7488. \end{array}$$

Oder man zerlege auch 32 in 30 und 2 (3 Zehner, 2 Einer), und multiplicire: so kommt:

$$\begin{array}{rcrcr} 200 \times (30 + 2) & = & 6000 & + & 400 \\ 30 \times (30 + 2) & = & 900 & + & 60 \\ 4 \times (30 + 2) & = & 120 & + & 8 \\ \hline & & 7020 & + & 468 = 7488. \end{array}$$

§. 15. Ein **Vortheil** beym Vervielfachen ist oft das Zerlegen einer Zahl in ihre Factoren, wo man die andern nur mit diesen zu multipliciren hat, um das Product zu bekommen. In unserm Beyspiele sind die Factoren von 32, 4 und 8. Multipliciren wir nun 234 mit 8, so kommen 1872, und diese mit 4, gibt 7488, wie oben.

Oft gewährt einen Vortheil das Multipliciren mit 10, 100 ꝛc., oder das Anfügen von ein oder zwey Null an den Multiplicanden, und dann das Addiren oder Abziehen der Einheiten, die der Multiplicator mehr oder weniger hat. Hätten wir 234 mit 9 zu multipliciren, so könnten wir ein Null anfügen, kommt 2340. Nun haben wir sie aber zehnmal genommen, also einmal zu viel ($10 \div 9 = 1$).
Ziehen wir nun jene Zahl einmal ab 234

so kommt (9×234) = 2106.

Hätten wir mit 11 zu multipliciren, so dürfen wir nur ein 0 anfügen, und wir haben dann den Multiplicanden 10mal genommen, und ihn dann noch einmal dazu addiren.

Also: $234 \times 11 = 2340$, das Zehnfache.
+ 234, das Einfache.
2574, das Eilffache.

Sollen

Sollen wir 234 mit 97, 98 oder 99 multipliciren, und wir setzen zwey Nullen an jene: so kommen 23400, und wir haben sie also mit hundert multiplicirt, und im ersten 3, im andern 2, im dritten 1mal zu oft genommen, und müssen 234 ebenso vielfach von 23400 abziehen, um das wahre Product zu finden.

Also: $234 \times 99 = 23400 \div 234 = 23166.$
$234 \times 98 = 23400 \div 468 = 22932.$
$234 \times 97 = 23400 \div 702 = 22698.$

Haben wir 234 mit 25 zu multipliciren, und setzen 2 Nullen zu jener, so haben wir sie viermal zu viel genommen ($4 \times 25 = 100$) und also 23400 durch 4 zu theilen, um das Product von $234 \times 25 = 23400 : 4 = 5850$, zu bekommen. Das Product von 234×50 ist dann also $23400 : 2 = 11700$.

Die **Probe** des Multiplicirens ist das Dividiren. Wenn wir 5850 durch einen der Factoren (25 oder 234) theilen, so muß der andere ohne Rest herauskommen.

Multipliciren mit Zeichen.

§. 16. Es sollen multiplicirt werden:

I.	II.
$3 + 4 = 7$	$a + b$ } die Factoren
mit $2 + 6 = 8$	mit $c + d$ }
$18 + 24$	$ad + bd$
$6 + 8$	$ac + cb$
$6 + 26 + 24 = 7 \times 8 = 56.$	$ac + cb + ad + bd$, das Product.

Diese Beyspiele sind aus dem obigen verständlich. Wie wir dort die Einer, Zehner u. s. w. des Multiplicanden, mit den Einern, Zehnern rc. des Multiplicators vervielfachten, so hier die einzelnen Glieder. Dort wurden sie in eine Summe gebracht, hier aber sind sie durch Zeichen zusammen gefügt.

III.

$$
\begin{array}{r}
8 + 3 \div 4 = 7 \\
5 \div 2 + 6 = 9 \\
\hline
+ 48 + 18 \div 24 \\
\div 16 \div 6 + 8 \\
+ 40 + 15 \div 20 \\
\hline
\end{array}
$$

$40 \div 1 + 22 + 26 \div 24 = 63$, oder 7 mal 9.

IV.

$$
\begin{array}{r}
a + 2b \div c \\
a \div x \\
\hline
\div ax \div 2bx + cx \\
+ aa + 2ba \div ac \\
\hline
aa + 2ab \div ax \div 2bx \div ac + cx.
\end{array}
$$

Im 3ten Beyspiele haben wir, wie geschehen soll, die einzelnen Glieder des Multiplicators mit allen Gliedern des Multiplicanden multiplicirt und voreinander angeschrieben. 6 mal 4 ist 24; 6 mal 3 ist 18; 6 mal 8 ist 48, u. s. w. Eben so ist es bey dem 4ten mit den Buchstaben geschehen; cx zeigt, daß beyde, oder der Werth beyder (wie oben $6 \times 4 = 24$) multiplicirt werden sollen. Die Glieder der Zahlen-Produkte haben wir dann, wie sie eben unter einander standen, addirt. $\div 16 + 15$ gibt $\div 1$; $+ 48 \div 6 \div 20 = 22$ u. s. w. Bey den Buchstaben fanden sich keine gleichen Glieder (mehrere aa, ab, ax ꝛc.), sie wurden daher blos durch die Zeichen addirt. Da dieß alles verständlich ist, so haben wir nur noch die Zeichen (+ und ÷), in ihren Verwandlungen zu betrachten.

Daß **positive** Größen ($+ 8 \times + 5 = + 40$; $+ a \times + a = + aa$) **positive** Producte geben, auch dieß ist klar; denn + 8 soll 5 mal; a, a mal (bejaht) zu sich selbst addirt werden, also das Positive positiv so viel mal genommen werden, und muß also ein positives Product (+ 40, + aa) geben.

Negative Größen mit **positiven** ($\div 4$ mit $+ 6$; $\div x$ mit $+ a$) multipliciren, heißt dann nach oben, die negative ($\div 4$, $\div x$) so oft zu sich selbst addiren, als die positive (+ 6; + a) Einheiten hat, und das Product muß also, wie die Größe selbst ist, **negativ**, verneinend, werden; also $\div 4 \times + 6 = \div 24$; $\div x \times + a = \div ax$.

Negative Größen mit **negativen** multipliciren ($\div 4 \times \div 2$; $\div c \times \div x$) heißt doch blos, das so viel mal Verneinte, so viel mal bejahen; also so viel mal positiv (+) setzen. (Das Verneinte verneinen, heißt es bejahen.)

Im 3ten Beyspiel haben wir 5 ÷ 2 (= 3) mit ÷ 4 zu multipliciren; das heißt, wir sollen diese negative Größe (÷ 4), 5 ÷ 2 mal, also dreymal zu sich selbst addiren, kommt ÷ 12. Nun multiplicirten wir aber + 5 mit ÷ 4 und setzten das Product gleich ÷ 20. Wir haben sie daher (÷ 4) zu oft negativ genommen; wir haben sie 5 mal genommen, und hätten sie nur 5 ÷ 2 mal, also nur 3 mal negativ (3 mal ÷ 4 = ÷ 12) nehmen sollen, und müssen 2 mal 4 = 8 dazu addiren: Daher ÷ 20 + 8 = ÷ 12.

Aus diesem folgt nun die allgemeine Regel für die Multiplication mit Zeichen:

Einerley Zeichen, + und +, ÷ und ÷, geben +; zweyerley Zeichen, ÷ und +, geben ÷.

Oder, Größen, welche plus und plus, minus und minus haben, mit einander multiplicirt, geben das Zeichen plus, und minus und plus geben minus.

Um mit dem Gebrauch der Buchstaben vertrauter zu machen, wollen wir das 4te Beyspiel in Zahlen umwandeln. Da die Buchstaben alle gegebenen Zahlen vorstellen können, so wollen wir annehmen, die Buchstaben a, b, c, x haben etwa die Werthe: . . . . . . 8, 4, 6, 3.

Der Multiplicand war: a + ab ÷ c
also: 8 + 8 ÷ 6 = 10

Der Multiplicator: a ÷ x
also: 8 ÷ 3 = 5

Das Product war: aa + 2ab ÷ ax ÷ 2bx ÷ ac + cx
also in Zahlen (8 × 8 = aa): 64 + 64 ÷ 24 ÷ 24 ÷ 48 + 18

Diese Glieder geben ebenfalls 50, wie oben 5 mal 10.

Divi-

Division ganzer Zahlen.

Vortheile und Bemerkungen.

§. 17. Eine gegebene Zahl (Dividend, 12) in so viel Theile zerlegen, als eine andere (Divisor, 4) angibt, heißt sie dividiren, oder **theilen**. Der gefundene Theil (3) heißt der **Quotient**.

Der Quotient (3) mit dem Divisor (4) multiplicirt, gibt also den Dividenden ($3 \times 4 = 12$) wieder. Multipliciren und Dividiren, sind daher, wie Addiren und Subtrahiren, entgegengesetzte Verfahren.

Die Rechnungs-Vortheile sind dann auch hier dieselben, die wir bey der Multiplication angaben, nur in entgegengesetzter Anwendung.

Wir wollen die Beyspiele wählen, welche wir bey der Multiplication (§. 14.) gaben.

I. Man soll mit 32, als Divisor, theilen 7488, als Dividenden, so kommen:

64	2,00, zwey Hunderter.
1088	
96	3,0, drey Zehner.
128	
128	4, Einer.
Zusammen also	234 als Quotient.

Oder man theile mit den Factoren der 32 (4 und 8) 7488 durch 4,
kommt: 1872, und durch 8,
kommt: 234 als Quotient.

Oder wir zerlegen die 7488 in Tausender, Hunderter u. s. w., und dividiren die einzelnen Glieder mit 32, oder den Factoren 8 und 4, und addiren die einzelnen Quotienten:

$$\begin{array}{lllll} & 7000 + & 400 + & 80 + & 8 = 7488, \text{ als Dividend.} \\ \text{mit } 4. & 1750 + & 100 + & 20 + & 2 \\ \text{mit } 8. & 218\tfrac{6}{8} + & 12\tfrac{4}{8} + & 2\tfrac{4}{8} + & \tfrac{2}{8} = 234, \text{ als Quotient.} \end{array}$$

Vortheile beym Dividiren sind:

1) Die schon angegebene Zerfällung des Divisors in seine Factoren.

2) Wenn der Divisor ein Theil von 10, 100, 1000 rc. ist, das Multipliciren des Divisors und des Dividenden, mit der Zahl, mit welcher jener 10, 100, 1000 rc. wird. Man darf dann nur so so viel Zahlen von dem Dividenden abschneiden, als der Divisor Nullen hat, um den Quotienten zu haben.

Wäre zum Beyspiel der Divisor etwa eine von folgenden Zahlen:

$3\frac{1}{3}$; 5; $12\frac{1}{2}$; 25; $33\frac{1}{3}$, so hätten wir diese und den Dividenden nur zu multipliciren mit . . 3; 2; 8; 4; 3, um zum neuen Divisor zu haben: . . . . 10; 10; 100; 100; 100.

Sollen wir also mit 25 die Zahl 5850 theilen, und multipliciren

$$\begin{array}{lll} \text{mit} & 4 & 4 \\ \hline \text{so kommt:} & 100 \text{ und} & 23400. \end{array}$$

Da nach dem VII. Grundsatze (S. 33.) die Verhältnisse gleich geblieben sind, so dürfen wir nur die zwey Nullen abschneiden, um den Quotienten (234) zu haben.

Noch einen Vortheil findet man unten §. 19. angegeben.

Die **Probe der Division** ist die Multiplication des Divisors mit dem Quotienten, wo dann das Product dem Dividenden gleich seyn muß.

$$\frac{5850}{25} = 234; \text{ also auch}$$

$$5850 = 234 \times 25.$$

Divi-

Dividiren mit Zeichen.

§. 18. Es sollen dividirt werden

I. mit 2 + 6, als Divisor, 6 + 26 + 24, als Dividend II. durch a + b, ac + cb + ad + bd

6 + 18	+ 3
8 + 24	+ 4
8 + 24	
o + o	

kommt als Quotient 3 + 4.

ac + cb	+ c
+ ad + bd	+ d
+ ad + bd	

kommt als Quotient c + d.

Das Verfahren in diesen Beyspielen wird an sich deutlich seyn, oder doch durch die Erklärung folgender werden.

Wir dividiren daher:

III. 5 ÷ 2 + 6, in 40 ÷ 1 + 22 + 26 ÷ 24. Kommt:

+ 40 ÷ 16 + 48	+ 8
+ 15 ÷ 26 + 26 ÷ 24	
+ 15 ÷ 6 + 18	+ 3
÷ 20 + 8 ÷ 24	
÷ 20 + 8 ÷ 24	÷ 4
o + o ÷ o = o	

Ist also der Quotient = 8 + 3 ÷ 4.

IV. a ÷ x in aa + 2ab ÷ ax ÷ 2bx ÷ ac + cx. Kommt:

aa ÷ ax	+ a
+ 2ab ÷ 2bx ÷ ac + cx	
+ 2ab ÷ 2bx	+ 2b
÷ ac + cx	
÷ ac + cx	÷ c

Ist also der Quotient = a + 2b ÷ c.

Im

Im 3ten Beyspiele finden wir, daß das erste Glied des Divisors + 5 im ersten Gliede des Dividenden + 40, + 8 mal enthalten ist, und haben nun diesen gefundenen Quotienten + 8 mit allen Gliedern des Divisors + 5 ÷ 2 + 6 zu multipliciren und von den Gliedern des Dividenden abzuziehen. Das abzuziehende Product ist + 40 ÷ 16 + 48. Aus den Regeln der Multiplication (S. 50.) wissen wir, daß + mit + und ÷ mit ÷ multiplicirt, immer +, und ÷ mit +, immer ÷ geben; also gibt auch + 8 mit ÷ 2 multiplicirt, ÷ 16. Als Rest bleibt + 15 ÷ 26 + 26 ÷ 24. Denn das erste Glied 40 ÷ 40 hebt sich auf oder gibt 0. Von ÷ 1, ÷ 16 abziehen, heißt zu ÷ 1, 16 addiren, nach Seite 45, kommt + 15. Von + 22, + 48 abziehen, geht nicht an; es fehlt 26, also ÷ 26 (S. 44). Der 2te Rest ist: ÷ 20 + 8 ÷ 24, und der Divisor + 5 ist in ÷ 20 auch ÷ 4 mal enthalten. Der gefundene dritte Quotient ÷ 4, mit dem zweyten Gliede des Divisors ÷ 2 multiplicirt, gibt nach S. 49, + 8, wodurch sich das Ganze aufhebt, und die Glieder des Quotienten + 8 + 3 ÷ 4 gefunden werden.

Das 4te Beyspiel ist nun auch dadurch klar. + a, das erste Glied des Divisors, gehet in aa, a mal. Das gefundene + a, als erstes Glied des Quotienten mit den Gliedern des Divisors a ÷ x multiplicirt, gibt + aa ÷ ax als Product. In dem Rest + 2ab ꝛc. ist a, 2b mal enthalten. Denn 2ab kann als Product von den zwey Factoren 2b × a, wie 40 = 5 × 8 angesehen werden, wenn wir also mit einen dividiren, bleibt der andere, als Quotient $\frac{2b \times a}{a} = 2b$; $\frac{5 \times 8}{5} = 8$.

Diese + 2b mit dem Divisor a ÷ x multiplicirt, gibt + 2ab ÷ 2bx, und abgezogen, bleibt der Rest ÷ ac + cx, in welchem + a, der Divisor, c mal und zwar, wie gezeigt wurde, negativ (also ÷ c), enthalten ist. Dieß ÷ c mit a ÷ x multiplicirt, gibt ÷ ac + cx, welches sich mit dem Rest hebt.

Die **Regel für die Division mit Zeichen**, die aus der Regel für die Multiplication (S. 50.) folgt, ist also: **Wenn der Divisor und der Dividend einerley**

nerley Zeichen haben (also + und +, oder ÷ und ÷): so ist der Quotient positiv, oder +.

Wenn der Divisor und der Dividend zweyerley (also entgegengesetzte + und ÷, oder ÷ und +) Zeichen haben: so ist der Quotient negativ, oder er bekommt das Zeichen ÷.

§. 19. Noch einen Vortheil beym Dividiren und Multipliciren.

Es fällt in Geschäften oft vor, daß man immer mit einer und derselben Zahl, andere zu dividiren oder zu multipliciren hat.

So war bey Ausarbeitung der Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde, häufig mit 4864, 24 rc. zu multipliciren und zu dividiren. Es waren nämlich die Anzahl Assen zu finden, die einzelne Münzen wogen, oder an Gold oder Silber enthielten, und die Cölnische Mark wird in 4864 Holländische Assen und auch in 24 Karat rc. getheilt. In solchen Fällen kann man sich das Multipliciren und Dividiren erleichtern, wenn man die einfachen Producte dieser Zahlen von 1 bis 9 sich anmerkt. Wir wollen nur 24 wählen.

Haben wir nun mit 24, 1667168 zu dividiren: so sehen wir aus dieser Tafel, daß 24 in 166, 6 mal enthalten ist, denn 7 mal 24 ist 168, also 2 mehr als wir haben. Ziehen wir von 166 das Product in der Tafel 144 ab,

und setzen 7 hinzu, 22

so kommt als nächster

Dividend . . 227, und in diesen ist nach der Tafel 24, 9 mal enthalten = 216, die wir dann nur wieder abziehen dürfen, u. s. w.

1	24
2	48
3	72
4	96
5	120
6	144
7	168
8	192
9	216

Haben wir uns nun auch eine solche Tafel von der Zahl 4864 verfertiget, welche alle Produkte von 1 bis 9 enthält, und wir haben die Zahl (4864) etwa mit 749 zu multipliciren: so dürfen wir nur aus der Tafel die Producte von 9 (mal 4864) von 4 und 7 nach der Ordnung aus derselben anschreiben und addiren, um das Product von 4864 × 749 zu haben.

Das Rechnen mit Brüchen.

§. 20. **Brüche** lassen sich als Theile vom Ganzen, und als Ganze, welche getheilt werden sollen, betrachten.

Zwey Drittel ($\frac{2}{3}$) sind zwey Theile vom Ganzen in drey Theile getheilt, also von $\frac{3}{3}$, zwey genommen. Zwey Drittel sind aber auch soviel als 2 getheilt durch 3 (2 : 3) und also der dritte Theil, oder ein Drittel von zwey. Im ersten Fall, wenn das Ganze (1) in bestimmte Theile (3) getheilt werden soll, heißt die Größe, welche anzeigt, in wie viel Theile (3) das Ganze getheilt werden soll, der **Nenner**, weil der Bruch davon seinen Namen hat (Drittel).

Die Zahl, welche angibt, wie viel Theile davon genommen (zusammen gezählt) werden sollen (2), heißt der **Zähler**. Im andern Fall ist jene (3) der **Divisor**, und diese (2) der **Dividend** (2 : 3 = $\frac{2}{3}$). In jenem Fall also: $\frac{2}{3}$ $\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$ (zwey Drittel); in diesem: $\frac{2}{3}$ $\frac{\text{Dividend}}{\text{Divisor}}$ (2 getheilt durch 3).

Grundlehren für die Brüche.

§. 21. **Je größer der Zähler ist, im Verhältniß zum Nenner, oder bey gleichem Nenner: desto größer ist der Bruch.**

$\frac{2}{3}$ ist mehr als $\frac{1}{3}$; $\frac{7}{12}$ ist größer als $\frac{6}{12}$, $\frac{5}{12}$ u. s. w. Denn $\frac{2}{3}$ sind 2 Theile von dreyen; $\frac{1}{3}$ nur 1 Theil ꝛc.

§. 22.

§. 22. **Brüche, deren Zähler zu ihren Nennern gleiche Verhältnisse haben, sind einander gleich.**

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ sind einander gleich. Eben so: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$ u. s. w. Jene Zähler verhalten sich zu ihren Nennern, wie 1 zu 2; diese wie 2 zu 3. Oder, wenn in jenem Falle das Ganze, die Einheit, in 2, 4, 8, 10 Theile zerlegt wird: so sollen wir immer die Hälfte davon nehmen; und wenn in diesem das Ganze in 3, 6, 9, 12 getheilt wird, den dritten Theil zwey mal.

§. 23. **Brüche, deren Zähler so groß ist als der Nenner,** $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$ rc. **sind ein Ganzes, oder gleich 1**; denn es werden ja alle Theile des Ganzen genommen. Daraus folgt dann:

§. 24. **Brüche, deren Zähler kleiner sind, als die Nenner, sind weniger als das Ganze.**

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, sind weniger als $\frac{3}{3}$, oder 1 Ganzes.

§. 25. **Brüche, deren Zähler größer sind als der Nenner, sind mehr als das Ganze.**

$\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{6}{3}$ sind mehr als $\frac{3}{3} = 1$; sie sind $\frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$; $\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}$; $\frac{3}{3} + \frac{3}{3} = 1 + 1 = 2$.

§. 26. Brüche, welche mehr als ein Ganzes betragen, heißen **uneigentliche Brüche.**

Aus diesen Sätzen wird sich, die Lehre mit Brüchen zu rechnen, ableiten lassen.

Brüche zu addiren.

§. 27. Wenn wir $\frac{1}{3}$ zu $\frac{2}{3}$, oder $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8} + \frac{3}{8}$ addiren sollen: so sollen wir angeben, wie viel jene zusammen Theile vom Ganzen, getheilt in drey, und wie viel Theile diese vom Ganzen, in 8 Theile zerlegt, sind; oder wie viel jene zusammen Drittel ($1 + 2 = \frac{3}{3}$), dieses Achtel ($1 + 2 + 3 = \frac{6}{8}$) ausmachen.

Daraus folgt also die Regel: **Man addire die Zähler zusammen, und setze den gemeinschaftlichen Nenner darunter, so hat man die Summe.**

In diesem Falle müssen es aber immer gleiche Theile vom Ganzen seyn, das heißt, die Brüche müssen gleiche Nenner haben.

Sollen wir aber $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$ addiren, so sind dieß keine gleichen Theile vom Ganzen, und wenn wir die Zähler addiren wollten, könnten wir keinen dieser Nenner darunter setzen; wir müßten sie denn in Brüche von gleichem Werthe und einerley Nenner umwandeln.

§. 28. Nach dem VII. u. VIII. Grundsatze, S. 35, bleiben die Verhältnisse der Zahlen dieselben, wenn wir sie mit gleichen Größen multipliciren oder dividiren. $\frac{1}{2} \times 12$ (nämlich: Zähler (1) und Nenner (2) multiplicirt mit 12) $= \frac{12}{24}$; $\frac{1}{3} \times 8 = \frac{8}{24}$; $\frac{1}{8} \times 3 = \frac{3}{24}$. Diese $\frac{12}{24} + \frac{8}{24} + \frac{3}{24}$ sind also eben so viel als $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$.

Da sie nun gleiche Nenner haben, so dürfen wir nur ihre Zähler ($12 + 8 + 3 = 23$) addiren, und den gemeinschaftlichen Nenner darunter setzen, um die Summe ($\frac{23}{24}$) derselben zu bekommen.

Nun haben wir also ein Mittel, Brüche von verschiedenen Nennern auf einen gemeinschaftlichen bringen, um sie dann addiren zu können: **wir dürfen sie nur mit Zahlen multipliciren, welche einerley Nenner hervorbringen.** Diese Zahlen nun, mit welchen man jeden Bruch multipliciren muß, um gleiche Nenner hervorzubringen, sind, wie es schon die Anschauung zeigt, die **Nenner der andern Brüche.** Wenn wir also $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$ auf einerley Nenner bringen sollen, so haben wir $\frac{1}{2}$ mit 3 und 8 ($= 24 \times \frac{1}{2} = \frac{24}{48}$), $\frac{1}{3}$ mit 2 und 8 ($= 16 \times \frac{1}{3} = \frac{16}{48}$), $\frac{1}{8}$ mit 2 und 3 ($= 6 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{48}$), Zähler und Nenner, zu multipliciren, um Brüche zu bekommen, welche gleiche Nenner, und eben die Werthe oder Größen der gegebenen haben. Oder, was dasselbe ist, wir haben alle Nenner (2, 3, 8) mit einander zu multipliciren ($= 48$) und aus diesen gefundenen gemeinschaftlichen Nenner den Werth oder Antheil jedes Bruches zu nehmen; also $\frac{1}{2}$ von $48 = \frac{24}{48}$, $\frac{1}{3}$ von $48 = \frac{16}{48}$, $\frac{1}{8}$ von $48 = \frac{6}{48}$, und die Summe aller ist dann $24 + 16 + 6 = \frac{46}{48}$ oder $\frac{23}{24}$.

§. 29.

§. 29. Um gleich den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner (oder die kleinste Zahl, aus welcher alle Brüche genommen werden können) zu finden: dürfen wir nur diejenigen der zu addirenden Brüche vom Multipliciren **ausschließen**, deren Nenner schon in einem andern enthalten sind, als oben den Nenner 2 (von $\frac{1}{2}$), weil 2 schon in 8 (den Nenner des $\frac{1}{8}$) enthalten ist. Wir haben dann nur die Nenner von $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{8}$ zu multipliciren, und bekommen 24 als den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner der Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$.

Hätten wir $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$ zu addiren, so wäre das Product aller Nenner ($2 \times 3 \times 4 \times 12 =$) 288, und $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$ daraus genommen: $\frac{144}{288}$, $\frac{96}{288}$, $\frac{216}{288}$, $\frac{120}{288}$; die Zähler addirt: $\frac{576}{288}$ die Summe. Da nun aber die Nenner 2, 3, 4 in den Nennern 12 enthalten, oder Factoren desselben sind: so lassen sich alle in Brüche dieses Nenners (in Zwölftel), als des kleinsten, verwandeln, und wir bekommen $\frac{6}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{5}{12}$, deren Summe dann $\frac{24}{12}$, oder 2 Ganze, wie oben, beträgt.

Sind ganze Zahlen mit Brüchen zu addiren, so werden beyde besonders addirt; als $2\frac{1}{2} + 4\frac{1}{3} + 6\frac{3}{4} + 8\frac{5}{12}$, so beträgt hier die Summe der ganzen Zählen (2, 4, 6, 8 =) 20, und die Summe der Brüche ($\frac{24}{12} =$) 2; die Gesammtsumme also ($20 + 2 =$) 22.

Erleichterungs-Mittel bey Umwandlung der Brüche in gleiche Nenner.

§. 30. Da man jeden Bruch, ohne seinen Werth zu verändern, in einen andern verwandeln kann, wenn Zähler und Nenner mit einer und derselben Zahl multiplicirt (oder dividirt) werden ($\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ ꝛc.): so entstehet dadurch eine Erleichterung, wenn der Rechner mit einer Gattung von Brüchen vorzüglich vertraut ist, und den Werth jedes Bruches in diesen gleich anzugeben vermag.

So rechnen wir in Süddeutschland z. B. in Gulden zu 60 Kreuzern. Ein Kreuzer ist also der sechzigste Theil eines Guldens oder $\frac{1}{60}$. Durch viele Uebung wissen wir nun auswendig, wie viel die meisten Brüche von andern Nennern in

Sechzigsteln oder in Kreuzern betragen. Haben wir also die erst angegebenen Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$ zu addiren, und wissen, daß $\frac{1}{2}$ Gulden = 30

$\frac{1}{3}$ — = 20

$\frac{3}{4}$ — = 45

$\frac{5}{12}$ — = 25, alle also

= 120 Kreuzer oder

$\frac{120}{60}$ = 2 Ganze betragen: so haben wir jene Brüche in lauter sechzigtheilige oder in solche verwandelt, deren Nenner 60 ist.

In Sachsen und Preußen wird in Thalern zu 24 Groschen gerechnet. Man wird also dort geübt, jeden Theil des Ganzen (Thaler) in 24igsteln (in Groschen) angeben zu können; man weiß, ohne zu rechnen, daß $\frac{1}{2}$ Thaler = 12 Groschen oder $\frac{12}{24}$

$\frac{1}{3}$ — = 8 — — $\frac{8}{24}$

$\frac{3}{4}$ — = 18 — — $\frac{18}{24}$

$\frac{5}{12}$ — = 10 — — $\frac{10}{24}$

diese Thaler-Brüche also . . . . . = 48 — — $\frac{48}{24}$

gleich 2 Ganze betragen.

In Frankreich wird in Franken als Einheit, und in Centimen oder hundert Theilen der Einheit gerechnet. Eben so in einen Theil von Italien in Lire zu 100 Centesimi, und in Rußland in Rubeln zu 100 Kopeken. Man ist also dort in Brüchen geübt, deren Nenner 100 ist, oder in Hundertsteln, und weiß also jeden Bruch leicht in diese zu verwandeln.

$\frac{1}{2}$ ist dann 50 Centimen oder Kopeken oder $\frac{50}{100}$

$\frac{1}{3}$ . . $33\frac{1}{3}$ . . . . $\frac{33\frac{1}{3}}{100}$

$\frac{3}{4}$ . . 75 . . . . $\frac{75}{100}$

$\frac{5}{12}$ . . $41\frac{2}{3}$ . . . . $\frac{41\frac{2}{3}}{100}$

Also das Ganze 200 . . . . $\frac{200}{100}$, gleich 2 Ganzen.

Bre-

Bremen rechnet in Thalern und Grote, 72 auf einen Thaler, und ist also geübt, alles in Brüchen leichter anzugeben, deren Nenner 72 ist. $\frac{1}{2}$ ist dann 36

$\frac{1}{3}$ . . 24

$\frac{3}{4}$ . . 54

$\frac{5}{12}$ . . 30

Diese also $\frac{144}{72}$

Dieß sind also Umwandlungen von Brüchen verschiedener Nenner, in Brüche von einen gemeinschaftlichen Nenner, die mit jenen gleichen Werth haben.

Aufgabe. Es sollen folgende allgemeine oder unbenannte ganze Zahlen und ihre Brüche von verschiedenen Nennern, in benannte ganze Zahlen und ihren Theilen gemeinschaftlichen Nenners ungeändert addirt werden.

Unbenannte Zahlen:	Benannte Zahlen: Gulden.	Kreuzer.	Thaler.	Groschen.	Franken oder Rubel.	Centimen oder Kopeken.	Thaler.	Grote.
$2\frac{1}{2} = 2\frac{6}{12}$	2 .	30	2 .	12	2 .	50	2 .	36
$4\frac{1}{3} = 4\frac{4}{12}$	4 .	20	4 .	8	4 .	$33\frac{1}{3}$	4 .	24
$6\frac{3}{4} = 6\frac{9}{12}$	6 .	45	6 .	18	6 .	75	6 .	54
$8\frac{5}{12} = 8\frac{5}{12}$	8 .	25	8 .	10	8 .	$41\frac{2}{3}$	8 .	30
20 + 24 Zwölftel	20 +	120 Sechzigstel	20 +	48 Vier und zwanzigst.	20 +	200 Hundertstel	20 +	$\frac{144}{}$ Zwey und siebenzigstel

welche sämmtlich 22 Ganze betragen, und in Brüchen von verschiedenen Nennern (60, 24, 100, 72) ausgedrückt sind, deren Summe $\frac{120}{60}$, $\frac{48}{24}$, $\frac{200}{100}$, $\frac{144}{72}$, also jede 2 Ganze beträgt.

Brüche

Brüche von einander abzuziehen.

§. 31. Einen Bruch ($\frac{3}{8}$) von einem andern ($\frac{7}{8}$) abziehen oder subtrahiren, heißt so viel solcher Theile (Achtel) hinwegnehmen, als der Zähler anzeigt (3); also: $\frac{7}{8} \div \frac{3}{8}$, bleibt $\frac{4}{8}$. Daraus folgt also, daß die Brüche einerley Nenner haben müssen; denn von $\frac{14}{16}$ können $\frac{3}{8}$ nicht abgezogen, es müssen jene in Achtel oder diese in Sechzehntel oder in irgend einen andern Bruch von gemeinschaftlichem Nenner, nach Seite 58, verwandelt werden.

Um diesen gemeinschaftlichen Nenner, ohne Veränderung des Werths des Bruchs zu finden, multipliciret man Zähler und Nenner jedes Bruches mit dem Nenner des andern, so hat man Brüche von einerley Nenner und unveränderten Werthen.

Man soll von $\frac{3}{4}$ abziehen $\frac{1}{3}$, so kömmt $\frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$, und $\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$, und $\frac{9}{12} \div \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$, der gesuchte Rest.

§. 32. Auch hier kann das im §. 30. angegebene Erleichterungs-Mittel angewendet werden. Wissen wir gleich jeden Bruch in Sechzigsteln anzugeben, oder daß . . . $\frac{3}{4} = 45$ Kreuzer
$\frac{1}{3} = 20$ —
der Unterschied also . $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$. Oder, wer in Groschen (Thalertheilen, 24igsteln) rechnet: $\frac{3}{4} = 18$
$\frac{1}{3} = 8$
$\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ u. s. w.

Man habe von $6\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{2}$ abzuziehen: so sind diese gleich $\frac{20}{3}$, $\frac{5}{2}$, und jene mit 2, diese mit 3 multiplicirt $\frac{40}{6} \div \frac{15}{6} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$. Oder $6\frac{2}{3}$ sind gleich

mit $5 + \frac{1}{2} + {}^{1} + \frac{2}{3}$,
ab $2 + \frac{1}{2}$
bleibt $3 \quad + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$. Nun sind $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$;
dazu addirt 3
kommen $4\frac{1}{6}$.

Brin-

Bringen wir $6\frac{2}{3}$ und $2\frac{1}{2}$ auf sechzigtheilige Brüche, so kommen statt $6\frac{2}{3} = 6 . 40$

statt $2\frac{1}{2} = 2 . 30$

der Unterschied $4 . 10$,

das heißt 4 Ganze und 10 Sechzigstel, oder $4\frac{10}{60} = 4\frac{1}{6}$.

In Thalertheilen: 6 . 16

und 2 . 12

$4 . \frac{4}{24} = 4\frac{1}{6}$.

Brüche zu multipliciren.

§. 33. Wenn wir 4 mit $\frac{1}{2}$ multipliciren sollen, so heißt dieß, wir sollen 4 ein halbmal nehmen, also die Hälfte von 4, gibt 2. Sollen wir $\frac{1}{2}$ mit $\frac{1}{3}$ multipliciren, so heißt dieß ebenfalls, wir sollen das halb ein drittelmal oder das Drittel ein halbmal nehmen. Wenn wir diese Brüche in ganze Zahlen verwandeln, oder mit irgend einer Zahl multipliciren, daß sie zu Ganzen werden, z. B. mit 6, so bekommen wir statt $\frac{1}{2}$, 3, und statt $\frac{1}{3}$, 2, und wissen nun diese zu multipliciren; 2 mal 3 ist 6. Nun haben wir $\frac{1}{2}$ sechsmal, und $\frac{1}{3}$ auch sechsmal, das Product beyder ($2 \times 3 \times 6$), also 6 mal 6, daher 36 mal zu oft genommen, und müssen es mit dieser Zahl dividiren ($\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$), um das wahre Product von $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ zu bekommen. Oder: sehen wir die Zähler von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$, also 1 und 1, als ganze Zahlen an, und multipliciren wir sie mit einander, so kommt $1 \times 1 = 1$. Allein wir haben hier $\frac{1}{2}$, 2 mal, und $\frac{1}{3}$, 3 mal, das ganze Product ($1 \times 1 =$) 1, also (2 mal 3 =) 6 mal zu groß angenommen, und es wieder mit 6 zu dividiren: $1 : 6 = \frac{1}{6}$.

§. 34. Die allgemeine Regel, die hierin liegt, wie Brüche multiplicirt werden können, ergibt sich deutlicher durch Buchstaben. Wir sollen den Bruch $\frac{a}{b}$ mit den $\frac{c}{d}$ multipliciren. Nehmen wir die Zähler a und c als ganze Zahlen an, so ist ihr Product ac. Nun ist aber a, b mal, c, d mal, ac also bd mal

zu groß genommen, und muß damit dividirt werden, um das wahre Product von $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ zu bekommen; welches dann $\frac{ac}{bd}$ ist.

Es seyen $\frac{3}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Multipliciren wir jeden Bruch mit seinen Nenner, so kommen die Zähler als ganze Zahlen $\frac{3 \cdot 4}{4} = 3$; $\frac{2 \cdot 3}{3} = 2$. Das Product der Zähler $3 \times 2 = 6$ ist also nun das Product der Nenner 3 mal $4 = 12$ zu groß, oder das wahre ist $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Aus diesem folgt also die

Allgemeine Regel:

Um das Product der Brüche zu finden, multiplicirt man die Zähler mit einander, und die Nenner mit einander: so gibt das Product der Zähler den gesuchten Zähler, und das Product der Nenner, den gesuchten Nenner.

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ multiplicirt, geben die Zähler $2 \times 3 \times 5$, das Product 30, als gefundener Zähler, und die Nenner, $3 \times 4 \times 6$, zum Product 72, als gefundenen Nenner, und $\frac{30}{72} = \frac{5}{12}$ ist also das Product jener drey Brüche.

§. 35. Sind ganze Zahlen dabey, so können diese entweder in Brüche verwandelt, und als solche behandelt werden; oder man kann auf eine andere Art damit verfahren. Es seyen $2\frac{3}{4}$ mit $4\frac{1}{2}$ zu multipliciren: so ist $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ und $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$; das Product also $\frac{11}{4} \times \frac{9}{2} = \frac{99}{8} = 12\frac{3}{8}$. Oder man verwandle beyde in ganze Zahlen, und multiplicire sie etwa mit 4; so ist $2\frac{3}{4} \times 4 = 11$, und $4\frac{1}{2} \times 4 = 18$. Das Product der ganzen Zahlen $11 \times 18 = 198$ ist nun 4 mal $4 = 16$ mal zu viel genommen worden und muß also mit 16 dividirt werden, um das wahre Product ($\frac{198}{16} =$) $12\frac{6}{16} = 12\frac{3}{8}$ zu finden.

Dritte Art. $2\frac{3}{4}$ mit $4\frac{1}{2}$ multipliciren, heißt doch nur $2\frac{3}{4}$ viermal und dann noch ein halbmal nehmen. Nehmen wir $2\frac{3}{4}$ viermal, so kommt $8 + \frac{12}{4} = 8 + 3 = 11$. Nehmen wir $2\frac{3}{4}$ noch ein halbmal; kommt $\frac{2\frac{3}{4}}{2} = 1\frac{3}{8}$, welche mit $11 = 12\frac{3}{8}$, wie oben, betragen.

§. 36. Erleichtern können wir uns die Rechnung, wenn wir, wie im §. 30., die gegebenen Brüche in solche umwandeln, in welchen wir mehr geübt sind: in Gulden, Thalern, Zentnern ꝛc., als Ganzen; in Kreuzern, als Sechzigsteln; in Groschen, als Vier und zwanzigsteln; in Pfunden, als Hundertsteln. Nehmen wir dann $2\frac{3}{4}$ an als:

	Gulden,	Kreuzer;	als Thaler,	Groschen;	als Zentner,	Pfunde.
	2,	45	2,	18	2,	75
und multipliciren mit		$4\frac{1}{2}$		$4\frac{1}{2}$		$4\frac{1}{2}$
so kommen .	8 .	180	8 .	72	8 .	300
	1 .	$22\frac{1}{2}$	1 .	9	1 .	$37\frac{1}{2}$
	9 .	$202\frac{1}{2}$	9 .	81	9 .	$337\frac{1}{2}$
		60		24		100
Oder:		$12\frac{22\frac{1}{2}}{60}$		$12\frac{9}{24}$		$12\frac{37\frac{1}{2}}{100}$
Oder:		$12\frac{3}{8}$		$12\frac{3}{8}$		$12\frac{3}{8}$

welches man dann kürzer, als es hier mit Vorsatz geschehen, auszudrücken weiß.

Von dem Theilen der Brüche.

§. 37. Eine Zahl (Dividend) durch eine andere (Divisor) theilen oder dividiren, heißt eine Zahl suchen (Quotient), welche anzeigt, wie oft der Divisor im Dividenden enthalten ist, oder wie viel mal er sich abziehen lasse. §. 17.

Sollen wir 4 mit $\frac{1}{4}$ dividiren ($4 : \frac{1}{4} = \frac{4}{\frac{1}{4}}$): so sollen wir also die Zahl finden, die angibt, wie oft $\frac{1}{4}$ in 4 enthalten ist. In 1 ist $\frac{1}{4}$ vier mal enthalten; in 4 also 4 mal 4 = 16.

Sollen wir, umgekehrt, $\frac{1}{4}$ durch 4 dividiren, so kommt als Quotient $\frac{1}{16}$, denn $\frac{1}{4} : 4 = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$. Wenn nämlich jenes $\frac{1}{4}$ sechzehn mal größer wäre $\frac{16}{4}$

= 4, so wäre der Divisor 4 nur 1 mal darin enthalten; er ist aber 16 mal kleiner, und also 1 : 16 oder $\frac{1}{16}$ mal darin enthalten.

Sollen wir $\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{4}$ theilen, so finden wir, daß $\frac{1}{4}$ dreymal in $\frac{3}{4}$ enthalten ist, also der Quotient 3 betrage.

§. 38. Aus dem VII. Grundsatze wissen wir, daß die Verhältnisse der Zahlen einander gleich bleiben, wenn sie mit einer und derselben Zahl multiplicirt werden. Wir wollen daher die Zahlen der angeführten Beyspiele mit einer Größe multipliciren, durch welche diese Brüche in ganze Zahlen verwandelt werden, etwa mit 8.

Es soll dividirt werden:

	4	durch	$\frac{1}{4}$;	$\frac{1}{4}$	durch 4;	$\frac{3}{4}$	durch	$\frac{1}{4}$. Multipliciren
wir diese mit	8		8	8	8	8		8, so
kommen .	32	:	2;	2	: 32;	6	:	2

also $\frac{32}{2} = 16$; $\frac{2}{32} = \frac{1}{16}$; $\frac{6}{2} = 3$, wie oben, als Quotienten.

Wählen wir andere Beyspiele. Es sollen getheilt werden:

	6 durch	$\frac{3}{8}$;	$\frac{7}{8}$	:	5;	$4\frac{1}{3}$	:	$2\frac{1}{2}$;	$3\frac{1}{5}$	:	$5\frac{1}{4}$;	$\frac{5}{6}$	:	$\frac{2}{3}$. Multipli-
cirt mit	8	8;	8		8;	6		6;	20		20;	6		6.
Kommen:	48	: 3;	7	:	40;	26	:	15;	64	:	105;	5	:	4.
Also:	$\frac{48}{3}$ = 16;		$\frac{7}{40}$		;	$\frac{26}{15}$	=	$1\frac{11}{15}$;	$\frac{64}{105}$		;	$\frac{5}{4}$	=	$1\frac{1}{4}$.

§. 39. Auch kann man, wie oben, die Brüche in andere umändern, mit welchen wir bekannter sind, z. B. $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$ in Sechzigstel oder in Kreuzer:

$$\frac{5}{6} = \frac{50}{60},\ \frac{2}{3} = \frac{40}{60};\ \text{also } 50 : 40 = 5 : 4 = 1\frac{1}{4}.$$

Ferner $3\frac{1}{5} : 5\frac{1}{4}$ in Hundertel (Pfunde, Centimen):

$$\frac{320}{100} : \frac{525}{100} = 320 : 525,$$

diese getheilt durch 5 = 64 : 105

oder $\frac{64}{105}$.

Aus

Aus diesen Beyspielen läßt sich nun ein Gesetz oder eine allgemeine Regel auffinden, die wir aber deutlicher aus Beyspielen mit Buchstaben nachweisen wollen.

§. 40. Es soll der Bruch $\frac{a}{b}$ durch $\frac{c}{d}$ dividirt werden. Um beyde Brüche in ganze Zahlen zu verwandeln, und die Verhältnisse gleich zu erhalten: dürfen wir sie nur nach dem VII. Grundsatze mit dem Produkte der Nenner b, d multipliciren.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$$

multiplicirt mit bd

kommt $\frac{abd}{b} : \frac{cbd}{d}$

oder $ad \;:\; cb = \frac{ad}{cb}$.

Es ist also $\frac{ad}{bc}$ der Quotient von $\frac{a}{b}$ getheilt durch $\frac{c}{d}$. Betrachten wir diesen Quotienten $\frac{ad}{bc}$ genauer, so sehen wir, daß der Zähler des Dividends (a) mit dem Nenner des Divisors (d), und der Nenner des Dividends (b) mit dem Zähler des Divisors (c) multiplicirt worden ist; oder daß der Quotient $\left(\frac{ad}{bc}\right)$ entstand, aus der Multiplication des Dividenden mit dem umgekehrten $\left(\frac{d}{c}\right)$ Divisor. Der Dividend ist $\frac{a}{b}$, der Divisor $\left(\frac{c}{d}\right)$ umgekehrt $\frac{d}{c}$; diesen multiplicirt mit jenen, also $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{cb}$. Untersuchen wir dieß bey ganzen Zahlen mit Brüchen.

Es soll, statt des obigen Beyspiels, $4\frac{2}{3}$ oder $4 + \frac{2}{3}$, dividirt durch $2\frac{1}{2}$ oder $2 + \frac{1}{2}$, gegeben seyn:

$$a + \frac{b}{c} \text{ getheilt durch } d + \frac{e}{x}$$

Bringen wir die ganzen Zahlen auf Brüche derselben Nenner, so kömmt:

$$\frac{ac + b}{c} \text{ und } \frac{dx + e}{x}$$

multiplicirt mit $\qquad c$

$$ac + b \text{ und } \frac{dxc + ec}{x}$$

multiplicirt beyde mit $\qquad x$

$$acx + bx : dxc + ec.$$

Regel. In beyden Fällen haben wir den Quotienten gefunden, **indem wir des Dividenden Zähler mit dem Nenner des Divisors, und des Dividenden Nenner mit dem Zähler multiplicirten; oder, was dasselbe ist, er wird gefunden, wenn wir den Divisor umkehren (den Nenner zum Zähler, den Zähler zum Nenner machen) und mit einander multipliciren.**

Haben wir also zu dividiren:

$4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$ durch $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, und kehren diesen in $\frac{2}{5}$, so ist $\frac{13}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{26}{15} = 1\frac{11}{15}$.

$\frac{5}{6}$ getheilt durch $\frac{2}{3}$, umgekehrt $\frac{3}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{12} = 1\frac{1}{4}$.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d}, \text{ umgekehrt } \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Dieß Verfahren wird auch dadurch begreiflich: Wenn wir $\frac{5}{6}$ durch $\frac{2}{3}$ dividiren sollen, und wir theilen durch den Zähler 2, so kommen $\frac{5}{12}$. Nun haben wir $\frac{5}{6}$ aber 3 mal zu viel getheilt; denn es sind nicht 2, mit dem wir theilen sollten, sondern mit 2 getheilt durch 3, also 3 mal weniger; wir müssen daher das $\frac{5}{12}$ dreymal größer nehmen oder mit 3 multipliciren, kommen $\frac{15}{12} = 1\frac{1}{4}$.

Von

Von den Decimalbrüchen.

§. 41. Von diesen Brüchen, ob wir sie gleich schon im Allgemeinen angedeutet haben, müssen wir, ihrer Wichtigkeit wegen, besonders handeln.

§. 42. Unsere gewöhnlichen Brüche (z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ rc.) haben verschiedene Nenner (2, 3, 4, 5, 6). Verwandelt man diese Brüche in andere, deren Nenner aus zehntheiligen Zahlen (10, 100, 1000, u. s. w.) bestehet, so werden solche Brüche Decimalbrüche genannt.

Der Decimalbruch von $\frac{1}{2}$ wäre also $\frac{5}{10}$
von $\frac{3}{4}$ = $\frac{75}{100}$
von $\frac{1}{5}$ = $\frac{2}{10}$
von $\frac{7}{8}$ = $\frac{875}{1000}$.

Da nun nach diesem jeder Zähler, der aus einer Ziffer bestehet (wie 5 und 2) 10, der aus zwey Ziffern bestehet 100 (wie 75), und der aus drey Ziffern (wie 875) bestehet 1000, zum Nenner hat: so bestehet der Nenner aus eben so viel Decimalstellen (aus eben so viel mal 10), als der Zähler Zahlen oder Ziffern hat. Es bestimmt daher der Zähler den Nenner, und es wäre sonach unnöthig den Nenner anzuschreiben, wenn man nur auf irgend eine Art **bezeichnet, daß Zahlen die Zähler von Decimalbrüchen seyn sollen.**

Um ihren Charakter als Brüche, und besonders als Decimalbrüche, zu bezeichnen, wird vor dem Nenner der Decimalbrüche eine Null mit einem Punkt oder Comma gesetzt (wir wählen den Apostroph).

Sonach schreibt man o'5 statt $\frac{5}{10}$ (o Ganzes, 5 Zehntel).
o'75 statt $\frac{75}{100}$ (o Ganzes, 75 Hundertstel).
o'2 statt $\frac{2}{10}$ (o Ganzes, 2 Zehntel).
o'875 statt $\frac{875}{1000}$ (o Ganzes, 875 Tausendstel).

Das Null vor der ganzen Zahl bezeichnet also, daß hier kein Ganzes, sondern $\frac{5}{10}$ (Null Ganzes und $\frac{5}{10}$) zu verstehen sey.

Wenn

Wenn 0'5 so viel als $\frac{5}{10}$ oder $\frac{1}{2}$ bedeutet, so wird man $1\frac{1}{2}$ in Dezimalzahlen mit 1'5 bezeichnen können; 1 Ganzes und $\frac{5}{10}$.

§. 43. Um einen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, darf man nur dem Zähler so viel Nullen anfügen, bis der Nenner, darein dividirt, aufgehet. Z. B. man verwandele $\frac{3}{4}$ in einen Decimalbruch. Man hänge an 3 eine beliebige Anzahl Nullen, und dividire mit 4 bis kein Rest bleibt:

```
4) 30 | 75
   28 |
   --
    20
    20
```

Wir hatten also zwey Nullen nöthig, und der Quotient 0'75 ist der gesuchte Decimalbruch von $\frac{3}{4}$, denn $\frac{75}{100}$ ist = $\frac{3}{4}$.

Man suche von $\frac{1}{16}$ den Decimalbruch:

```
16) 10000 | 0625
    96..  |
    ----
      40
      32
      --
       80
       80
```

Der Decimalbruch ist also 0'0625 oder $\frac{625}{10000}$.

Das Null vor 625 ist hier ganz nothwendig, um zu bezeichnen, daß dieß 625 Zehntausend-Theile sind. So: 0'625 geschrieben, würde er nur $\frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$ heißen.

Man verwandele $\frac{1}{3}$ in einen Decimalbruch:

```
3) 10000 | 3333 . . . 1/3
   9...  |
   ----
    10
     9
    --
    10
     9
    --
    10
     9
```

Wie

Wie man siehet, könnte die Division ins Unendliche fortgesetzt werden, und es würde immer noch ein Rest bleiben, folglich $\frac{1}{3}$ sich nie genau in einen Decimalbruch verwandeln lassen. Ein Drittheil wäre also gleich $0'3\frac{1}{3} = 0'33\frac{1}{3} = 0'333\frac{1}{3} = 0'3333\frac{1}{3}$ u. s. w. (also $\frac{3\frac{1}{3}}{10}$, $\frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{333\frac{1}{3}}{1000}$, und so ins Unendliche fort, ohne je gleich 1 zu werden.

Jn je mehreren Decimalstellen der Werth von $\frac{1}{3}$ genommen wird, je unbedeutender wird der übriggebliebene Rest, oder je näher wird der Bruch angegeben. Denn im ersten Fall ($0'3\frac{1}{3}$) ist der Rest $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{10}$; im andern ($0'33\frac{1}{3}$) $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{100}$ u. s. w.

Braucht man es bey einem vollständigen Decimalbruch nicht so genau zu nehmen, so kann man von den hintern Zahlen so viel weglassen, als es ohne Nachtheil der geforderten Genauigkeit geschehen kann.

Z. B. $\frac{7}{8} = 0'875$ oder $\frac{875}{1000}$ ist $= \frac{8}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$, (oder gleich $\frac{800}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{5}{1000}$).

Sind nun in unserer Rechnung $\frac{5}{1000}$ (0'005) eine nicht zu beachtende Kleinigkeit, so können wir, statt 0'875, nur 0'87 nehmen Sind die $\frac{7}{100}$ und $\frac{5}{1000}$ oder $\frac{75}{1000}$ (0'075) ebenfalls in unserer Rechnung unbedeutend, so können wir $0'8 = \frac{4}{5}$ setzen.

§. 44. Der Vortheil der Decimalbrüche bestehet nicht etwa blos darin, daß sie wie ganze Zahlen geschrieben, sondern daß sie auch im Rechnen wie ganze Zahlen behandelt werden können. Addiren wir z. B.:

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{2} = 0'5 & \text{oder} = & 0'50 \\ \frac{1}{4} = 0'25 & = & 0'25 \\ \frac{2}{5} = 0'4 & = & 0'40 \\ \hline \quad\; 1'15 & & \end{array}$$

so finden wir 1'15 (oder $1\frac{15}{100} = 1\frac{3}{20}$).

(Begreiflich müssen die zehntheiligen zu den zehntheiligen, die hunderttheiligen zu den hunderttheiligen Decimalstellen addirt werden. Um keinen Irrthum

zu

zu veranlassen, kann man hinter die einfachern Nullen anhängen, damit die Decimalstellen den andern gleich werden; also statt o'5 etwa o'50, u. s. w., jener wären $\frac{5}{10}$, dieser $\frac{50}{100}$, also eben derselbe Werth).

Anmerkung. Um durch Namen und Formen den Anfänger nicht abzuschrecken, denke derselbe nur an Zentner und Pfunde, wenn der Zentner nämlich in 100 Pfund getheilt, angenommen wird, und dann die Zentner als Ganze, und die Pfunde als Decimalbrüche, als Hundertstel (Zentnertheile), angesehen werden. Sollen wir diese nun so anschreiben, daß wir sie als Ganze (als Zentner) und als Theile vom Ganzen (als Pfunde, als Hundertstel) erkennen, und setzen den Zentner, als Einheit, als Ganzes gleich 1: so werden wir ein Pfund, als den hundertsten Theil desselben, nicht auch mit 1 bezeichnen, sondern o'01, das heißt Null Zentner (Null Ganzes, Null Zehner) 1 Hundertstel $\frac{0'01}{100} = \frac{1}{100}$ Zentner. Einen Zentner und ein Pfund werden wir dann auch nicht so schreiben können 1'1. Denn wenn 1 Zentner $= \frac{100}{100}$ und 1 Pfund $= \frac{1}{100}$ Zentner ist: so sind beyde $\frac{101}{100} = 1\frac{1}{100}$ Zentner und nicht $\frac{11}{100}$. 1 Zentner und 1 Pfund sind daher so anzuschreiben: 1'01. Wenn wir also folgende Gewichte als Ganze (Zentner) und als Theile vom Ganzen, (als Hundertstel des Zentners, als Pfunde) anschreiben wollen: so wird man folgende Ansätze als richtig erkennen:

1	Zentner	und	25	Pfunde	=	1'25
2	—	—	5	—	=	2'05
0	—	—	50	—	=	0'50
0	—	—	2	—	=	0'02
3	Zentner	und	82	Pfunde	=	3'82 zusammen.

Das heißt $\frac{382}{100} = \frac{300}{100} + \frac{82}{100} = 3 + \frac{82}{100}$ (und $\frac{82}{100} = \frac{80}{100} + \frac{2}{100} = \frac{8}{10} + \frac{2}{100}$).

Vom Addiren der Decimalbrüche.

§. 45. Wir sollen folgende gemeine Brüche in Decimalbrüche umwandeln und addiren. (Man denke dabey nur wieder an Zentner und Pfunde oder an Franken und Centimen):

$2\frac{1}{2}$ = 2'5 oder 2'50, oder 2'500 (denn $2\frac{1}{2}$ ist $2\frac{5}{10}$ oder $2\frac{50}{100}$ oder $2\frac{500}{1000}$).
$3\frac{1}{4}$ = 3'25 — 3'25, — 3'250
$5\frac{7}{8}$ = 5'875 — 5'875, — 5'875

$11\frac{5}{8}$ = 11'625 — 11'625, — 11'625.

Die Summe dieser Decimalbrüche ist also 11'625 oder $11\frac{625}{1000}$, oder 11 Ganze $+ \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$; oder $11 + \frac{3}{5} + \frac{1}{50} + \frac{1}{200} = 11 + \frac{120}{200} + \frac{4}{200} + \frac{1}{200} = 11 + \frac{125}{200} = 11 + \frac{25}{40} = 11\ \frac{5}{8}$.

Wir haben also beym Addiren der Decimalbrüche mit der letzten Ziffer, den 1000 Theilen angefangen, da war nur eine Ziffer, ein 5 Tausendstel; dann mit den nächsten, den Hundertsteln. Da waren zwey Ziffern; 5 und 7 = 12 oder $\frac{12}{100}$ oder $\frac{2}{100}$ und $\frac{1}{10}$, wovon wir die 2 (Hundertstel) anschrieben, und 1 ($\frac{1}{10}$) zu den Zehnteln hinzufügten. In der letzten Reihe, den Zehnern, waren drey Zahlen (drey Zehntel) zu addiren, 5 + 2 + 8 = 15 oder 15 Zehntel ($\frac{15}{10}$), dazu das Zehntel von den Hundertsteln, kommen 16 Zehntel, oder ein Ganzes und 6 Zehntel. Diese 6 Zehntel angeschrieben, und das 1 Ganze zu den Ganzen gezählt, kommen 11 Ganze und 625 Decimaltheile, 11'625 oder $11\frac{625}{1000}$.

§. 46. Man habe folgende gemeine Brüche in Decimalbrüche umzuwandeln und zu addiren:

Getheilt durch: — Decimalbrüche;

$$\frac{5}{16} = \frac{5\text{'}0000}{16\text{'}0000} : 16 = 0\text{'}3125 \left(= \frac{31\frac{1}{4}}{100}\right)$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3\text{'}0000}{8\text{'}0000} : 8 = 0\text{'}3750 \left(= \frac{3\frac{3}{4}}{10}\right)$$

$$\frac{7}{10} = \frac{7\text{'}0000}{10\text{'}0000} : 10 = 0\text{'}7000 \left(= \frac{7}{10}\right)$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4\text{'}0000}{5\text{'}0000} : 5 = 0\text{'}8000 \left(= \frac{8}{10}\right)$$

$$1\frac{1}{4} = \frac{5\text{'}0000}{4\text{'}0000} : 4 = 1\text{'}2500 \left(1\frac{25}{100} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 1\ \frac{2\frac{1}{2}}{10}\right)$$

$3\frac{7}{16}$ — 3'4375

§. 47. Kehren wir zu unsern gewohntern Begriffen (in genannten Zahlen) zurück, mit welchen wir vertrauter sind, und sehen sie als Theile vom Zentner (als Hunderttheile) als Pfunde an, und wir haben dann

statt $\frac{5}{16}$ Zentner,	0 Zentner	$31\frac{1}{4}$ Pfund
— $\frac{3}{8}$	— 0	— $37\frac{1}{2}$ —
— $\frac{7}{10}$	— 0	— 70 —
— $\frac{4}{5}$	— 0	— 80 —
— $1\frac{1}{4}$	— 1	— 25 —
Zusammen also	3 Zentner	$43\frac{3}{4}$ Pfund.

Oder $3\frac{43\frac{3}{4}}{100}$ Zentner, und erkennen, daß dieß eben so viel ist als $3\frac{4}{10} + \frac{3\frac{3}{4}}{100}$, oder $3\frac{4375}{10000}$ Zentner, und daß $\frac{4}{10}$ Zentner eben so viel ist als $\frac{40}{100}$, $\frac{400}{1000}$, $\frac{4000}{10000}$ u. s. w.

Vom Abziehen der Decimalbrüche.

§. 48. Das Subtrahiren geschiehet nun eben so wie bey gewöhnlichen ganzen Zahlen.

Wir sollen abziehen:

I. von $\frac{1}{2}$ = 0'5, oder 0'50.
$\div$ $\frac{1}{4}$ = 0'25 $\div$ 0'25
Rest $\frac{1}{4}$ = 0'25 = 0'25

II. von $2\frac{5}{6}$ = 2'833 . . . $\frac{1}{3}$
$\div$ $1\frac{1}{3}$ = 1'333 . . . $\frac{1}{3}$
$1\frac{1}{2}$ = 1'5.

III. von $\frac{3}{8}$ = 0'375 = 0'3750
ab $\frac{1}{16}$ = 0'0625 = 0'0625
bleibt Rest $\frac{5}{16}$ = 0'3125 = 0'3125

IV. 2'005
$\div$ 0'505
1'5

Im ersten Beyspiele soll von $\frac{5}{10}$ oder $\frac{50}{100}$ abgezogen werden $\frac{25}{100}$; es bleibt also, da im letzten Ansatz die Nenner gleich sind, und man also nur die Zähler von einander abzuziehen hat, 50 $\div$ 25 = 25 Hundertstel, also 0'25 ($\frac{25}{100}$).

Im

Im zweyten Beyspiele haben wir von $2\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{3}$ in Decimalen abzuziehen. Beyde Brüche lassen sich nicht genau in Decimalzahlen angeben; es bleibt immer ein Rest, der sich aber hier gegenseitig aufhebt, und also genau, 1'5 ($1\frac{5}{10}$) gibt. Hätten wir aber von $\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{4}$, also von 2'833 . . . $\frac{1}{3}$

$\div$ 1'25 abzuziehen gehabt, so wären 1'583 . . . $\frac{1}{3}$ übrig geblieben, also ein Rest, der sich nicht genau in Decimalen ausdrücken läßt, und wo, bey 1'583, ein Drittel von 10000 Theilen, $\frac{\frac{1}{3}}{10000}$tel fehlt. Wir können indessen diesen Unterschied immer kleiner machen, wenn wir den Decimalbruch in mehr Decimalstellen ausdrücken. So fehlt, wenn wir den Decimalbruch von $\frac{5}{6}$ so weit fortführen: 1'58333 . . . $\frac{2}{6}$ nur der dritte Theil von einem Million-Theil.

Das dritte und vierte Beyspiel ist aus dem, was wir über das erste sagten, verständlich.

Vom Multipliciren der Decimalbrüche.

§. 49. Das Multipliciren der Decimalbrüche wird genau so vollzogen, wie das der ganzen Zahlen. Man habe zu multipliciren:

I. $\frac{1}{2}$ = 0'5	II.	$2\frac{5}{6}$	=	2'833 . . . $\frac{1}{3}$
mit $\frac{1}{4}$ = 0'25		$\times\ 1\frac{1}{3}$	=	1'333 . . . $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{8}$ = 0'125		$\frac{17}{6} \times \frac{4}{3}$		8499
		$\frac{68}{18}$		8499
				8499
		$3\frac{14}{18}$		2833
		$3\frac{7}{9}$	=	3'776389 . + . .

III. 25' (Ganze) = 25	IV. 0'004 = $\frac{4}{1000}$	V. 2'05 = $2\frac{5}{100}$
× 0'004 = × $\frac{4}{1000}$	0'02 = $\frac{2}{100}$	0'04 = $\frac{4}{100}$
0'100 = $\frac{100}{1000}$	0'00008 = $\frac{8}{100000}$	8'20. Oder $\frac{205}{100}$
oder 0'1 = $\frac{1}{10}$		0'0. und $\frac{4}{100}$
		0'0820 = $\frac{820}{10000}$
		oder 0'082 oder $\frac{82}{1000}$

Das erste Beyspiel ist an sich deutlich. Wir haben $\frac{5}{10}$ mit $\frac{25}{100}$ zu multipliciren, kommen $\frac{125}{1000}$ oder 0'125. Wir hätten auch 0'5 in 0'50 ($\frac{50}{100}$) verwandeln können, und hätten dann (50 × 25) 0'1250 ($\frac{1250}{10000} = \frac{125}{1000}$) erhalten.

Wir sehen daraus, daß wir vom Product immer so viel Zahlen, als Decimalstellen, abschneiden müssen, als die Factoren zusammen haben; in diesem Falle hier 1 und 2, also 3. Hätten wir statt 0'5 zu multipliciren 0'005 = $\frac{5}{1000}$
und 0'25 mit 0'025 = $\frac{25}{1000}$
so kommen auch 125.

Allein wir können hier nicht schon Null Ganzes vorsetzen und 0'125 schreiben ($\frac{125}{1000}$), denn jeder Factor hat drey, beyde also sechs Decimalstellen; wir müssen daher noch drey hinzufügen, also 0'000125 (= $\frac{125}{1000000}$).

Das zweyte Beyspiel ist ebenfalls verständlich; wir haben beyde Factoren multiplicirt und die Producte addirt, und sieben Zahlen erhalten. Da beyde Factoren nur sechs Decimalen haben, so ist die siebente Stelle (3) das Ganze. Indessen ist die gefundene Decimalzahl 3 und 776389 Millionentheile nicht genau $3\frac{7}{9}$, weil sich beyde Brüche, $\frac{5}{8}$ und $\frac{1}{3}$, in zehntheiligen Brüchen nicht genau ausdrücken lassen; es fehlt in beyden, so weit wir sie hier fortsetzten, $\frac{1}{3}$ von zehntausend Theilen. Nehmen wir dieß Drittel hinzu, etwa als Probe, so werden wir wieder den gemeinen Bruch genau haben.

$\frac{1}{3}$ von 2833 ist $944\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$ von 1333 ist $444\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{3}$ . . $\frac{1}{9}$
zusammen $1388\frac{7}{9}$
Diese addirt zu obigen 3'776389
kommen $3'777777\frac{7}{9}$,

oder $3'\frac{777777\frac{7}{9}}{1000000}$. Multipliciren wir mit 9, und addiren den Zähler 7 dazu, so

kommen $\frac{34000000}{9000000}$

und durch 9 getheilt $3\frac{7}{9}$, wie oben.

Im **dritten** Beyspiele sind 25 Ganze mit 4 Tausendsteln zu multipliciren; es sind also hier nur drey Decimalstellen, 0'004, und dem Product 100 müssen daher auch drey zukommen; also 0'100, und da die Nullen rechts, wenn keine ganzen Zahlen folgen, nichts bezeichnen, 0'1 oder $\frac{1}{10}$.

Im **vierten** Beyspiele sind 4 Tausendstel mit 2 Hundertsteln zu multipliciren; wir haben also links der 8 noch vier Nullen nach Null Ganzem hinzuzufügen, um die Decimalstelle von 8 zu bezeichnen.

Im **fünften** Beyspiele haben wir 2 Ganze und 5 Hundertstel mit 4 Hundertsteln zu multipliciren. Das Product 820 sind also Zehntausendstel (100 × mit 100steln = 10000stel); wir haben also den 820 noch 0'0 (Null Ganzes, Null Zehntel) vorzusetzen, um jene als Zehntausendstel $\left(\frac{820}{10000}\right)$ ausdrücken, oder die Null rechts weggelassen, also: 0'082 $\left(\frac{82}{1000}\right)$.

Vom Dividiren der Decimalbrüche.

§. 50. Wie in den bereits vorgetragenen drey Rechnungsarten die Decimalbrüche als ganze Zahlen behandelt wurden: so auch in dieser vierten, dem Theilen; und wie es beym Multipliciren die Haupt-Eigenheit war, in dem Producte die Decimalstellen gehörig zu bezeichnen: so auch hier beym Dividiren, dieselben für den Quotienten richtig zu bestimmen. Dort hatte das Product so viel Decimalstellen, als die beyden Factoren, der Multiplicand und der Multiplicator zusammen genommen; hier, wie wir finden werden, enthält der Quotient so viel Decimalstellen, als der Dividend mehr hat, als der Divisor. Hat der Dividend 6 und der Divisor 2, so hat also der Quotient (6 ∸ 2 =) 4 Decimal- oder Nullstellen.

§. 51. Wir sollen dividiren:

I. $\frac{1}{8}$ = 0'125
durch $\frac{1}{2}$ = 0'5
$= \frac{125}{5} = 25$
oder 0'25, der Quotient.

II. 0'1 = | $\frac{0'100}{25}$ = 4,
durch 25 Ganze |
= $\frac{1}{10}$: 25 | also = 0'004.
= $\frac{1}{250}$ = $\frac{4}{1000}$ |

III. 0'00008
durch 0'02
also der Quotient 0'004 4

IV. 0'082(0) = $\frac{820}{10000}$
durch 0'04 = $\frac{400}{10000}$
205 | = $\frac{820}{400}$ = 2 $\frac{5}{100}$
also: 2'05 |

V. 86'02 durch 3'4
68 kommt 25'3
18'02
170
102

Im ersten Beyspiele sollen $\frac{125}{1000}$ durch $\frac{5}{10}$ getheilt werden. Theilen wir durch 5, so kommen $\frac{25}{1000}$. Nun ist aber dieser Quotient zehn mal (um die Decimalstelle des Divisors) zu klein; es war nicht mit 5, es war mit 5 getheilt durch 10 zu dividiren. Wir haben also den Quotienten 10 mal größer zu nehmen, und müssen daher dem Zähler eine Null hinzufügen ($\frac{250}{1000}$), oder von dem

Nenner

Nenner eine hinwegnehmen ($\frac{25}{100}$ =) 0'25. Oder: 0'125 : 0'5 = $\frac{125}{1000}$: $\frac{500}{1000}$ = $\frac{125}{500}$ = $\frac{25}{100}$ = 0'25.

Im zweyten Beyspiele ist 0'1 ($\frac{1}{10}$) durch 25 Ganze zu theilen $\left(\frac{0'1}{25}\right)$. Fügen wir dem 0'1 so viel Nullen an, bis es in 25 zu theilen ist 0'100 (= $\frac{100}{1000}$ = $\frac{1}{10}$): so haben wir $\frac{0'100}{25}$ = 4 Tausendstel, weil diese 0'100 Tausendstel sind; also 0'004 der Quotient in Decimalen. Oder wir fügen dem Decimalbruch 0'1 die erforderliche Anzahl Nullen hinzu, die seinen Werth nicht ändern, und dividiren wie gewöhnlich 0'100 .... und sagen: 25 in Null Ganzem gibt Null Ganzes (0'); 25 in 1 gibt 0 (Zehntel); 25 in 10 gibt 0 (Hundertstel); 25 in 100, gibt 4 (Tausendstel), und Quotient stehet dann also: 0'004.

Im dritten Beyspiele haben wir 0'00008 durch 0'02 zu dividiren. Theilen wir mit diesem 2 ($\frac{2}{100}$): so kommt 0'00004. Das ist aber 100 mal zu viel getheilt, es ist nicht 2, mit dem wir theilen sollten, es ist $\frac{2}{100}$; wir müssen also den Quotienten 0'00004 mit 100 multipliciren, oder was dasselbe ist, zwey Decimalstellen, so viel als der Divisor hatte (zwey Nullen), hinwegnehmen, so kommt 0'004.

Im vierten Beyspiele ist 0'082 durch 0'04 zu theilen. Fügen wir dem Dividenden noch eine Null an (0'0820), so kommt 205, und da der Dividend dann 4 und der Divisor nur 2 Decimalstellen hat: so hat der Quotient nur (4 ÷ 2 =) 2; also ist derselbe 2'05, oder 2 Ganze und $\frac{5}{100}$.

Im fünften haben wir 86'02 ($86\frac{2}{100}$) durch 3'4 ($3\frac{4}{10}$) zu theilen. Als ganze Zahlen behandelt (nämlich: 8602 : 34), kommt 253 zum Quotienten; und da der Dividend 2, der Divisor 1 Decimalstelle hat, so kommt auf dem Quotienten (2 ÷ 1 = 1) nur eine; also ist derselbe 25'3, oder $25\frac{3}{10}$. Oder: Multipliciren wir den Divisor und den Dividenden mit 10, wodurch ihr Verhältniß zu einander unverändert bleibt (Seite 33), so kommt (eine Decimalstelle vorgerückt):

rückt): 34 und 660'2; getheilt, kommt 25 Ganze, und 3 Zehntel, also wie

68 . oben.

180 .

170 .

10'2

10'2.

Vom Rechnen mit benannten Zahlen, als Ganze und Theile betrachtet.

§. 52. Rechnungen in benannten Zahlen sind Rechnungen mit Ganzen und Brüchen von verschiedenen bestimmten Nennern, und Brüche der Brüche.

Wenn der Zentner 100 Pfunde, der Frank 100 Centimen, der Rubel 100 Kopeken hat: so sind jene (Zentner, Franken, Rubeln) Ganze, diese Hundertheile von ihnen, und wir rechnen also mit Ganzen und Hundertsteln. Wenn der Gulden 60 Kreuzer hat, so rechnen wir mit Ganzen und sechzigtheiligen Brüchen. Wird der Kreuzer wieder in 4 Pfennige getheilt, und jene als Ganze angesehen, so sind diese Brüche, welche vier zum Nenner haben (Viertel); und werden die Kreuzer als Brüche betrachtet: so sind diese Brüche von Brüchen, Viertel von Sechzigsteln $\left(\frac{\frac{1}{60}}{4} = \frac{1}{240}\right)$ oder 240zigstel des Guldens, als Ganzen, oder der vierte Theil des Kreuzers, als Ganzen. Rechnen wir in Thalern zu 24 Groschen, so rechnen wir mit Ganzen oder Einheiten und Brüchen, welche 24 zum Nenner haben. Wird der Groschen in 12 Pfennige getheilt, so sind dieses Zwölftel von jenem, oder der Pfennig $\left(\frac{1}{12 \times 24} = \frac{1}{288}\right)$ der 288zigste Theil vom Thaler, und wir rechnen **mit Brüchen und Brüchen von Brüchen bestimmter Nenner.**

Wir wollen nun die verschiedenen benannten Zahlen, als Brüche betrachtet, in den vier Rechnungsarten durchgehen.

Vom

Vom Addiren der benannten Zahlen, als Ganze und Brüche betrachtet.

§. 53. Man habe zu addiren:

$$\begin{array}{lccccccl}
 & \text{Gulden.} & & \text{Kreuzer.} & & \text{Pfennige.} & & \text{Gulden.} \qquad \text{Gulden.} \\
\text{I.} & 3 & . & 40 & . & 2 & = & 3+\frac{40}{60}+\frac{\frac{2}{4}}{60} \text{ oder } \frac{2}{240} \\
 & 4 & . & 5 & . & 3 & = & 4\;\frac{5}{60}+\frac{\frac{3}{4}}{60} \quad „ \quad \frac{3}{240} \\
 & 6 & . & 13 & . & 3 & = & 6\;\frac{13}{60}+\frac{\frac{3}{4}}{60} \quad „ \quad \frac{3}{240} \\
\hline
 & 13 & . & 58 & . & 8 & = & 13\;\frac{58}{60}+\frac{\frac{8}{4}}{60} \text{ oder } \frac{8}{240}=\frac{2}{60} \\
 & +1 & & +2 & & & & +\;\frac{2}{60} \\
\hline
 & \text{14 Gulden.} & & & & & & \text{14 Gulden.}
\end{array}$$

Hier wurden zuerst die Pfennige, die Viertel vom Kreuzer, addirt, kamen 8, also $\frac{8}{4}$ = 2 Ganzen von Kreuzern, oder $\frac{8}{4}$ Sechzigstel = $\frac{8}{240}$ vom Gulden. Kreuzer waren 58, also 58 Sechzigstel, jene 2 dazu addirt = $\frac{60}{60}$ = 1 Gulden; zu den 13, kommen 14 Gulden.

§. 54. Man habe Thaler, Groschen, Pfennige zu addiren; also Ganze, Vier und zwanzigstel und Zwölftel von Vier und zwanzigsteln, oder 288stel vom Thaler.

$$\begin{array}{lccccl}
 & \text{Rthlr.} & \text{Gr.} & \text{Pf.} & & \\
\text{II.} & 2 & .\;6 & .\;4 & = & 2+\frac{6}{24}=\left(2+\frac{6\times 12}{24\times 12}=2\frac{72}{288}\right)+\frac{\frac{4}{12}}{24}=\frac{4}{288} \\
 & 3 & .\;12 & .\;6 & = & 3+\frac{12}{24}=\left(3+\frac{12\times 12}{24\times 12}=3\frac{144}{288}\right)+\frac{\frac{6}{12}}{24}=\frac{6}{288} \\
 & 6 & .\;5 & .\;2 & = & 6+\frac{5}{24}=\left(6+\frac{5\times 12}{24\times 12}=\frac{60}{288}\right)+\frac{\frac{2}{12}}{24}=\frac{2}{288} \\
\hline
 & 11 & .\;23 & .\;12 & = & 11+\frac{23}{24}=\left(11 \quad + \quad \frac{276}{288}\right)+\frac{\frac{12}{12}}{24}=\frac{12}{288} \\
 & & +1 & & & +\frac{1}{24} \qquad + \quad \frac{12}{288} \\
 & & 11+\frac{24}{24} & & & \qquad\qquad + \; 1 = \frac{288}{288} = \text{1 Ganzes} \\
 & +1 & & & & \qquad\qquad \text{12 Thaler als Ganze.} \\
 & \text{12 Ganze.} & & & &
\end{array}$$

Der Pfennige, die hier zu addiren, sind 12, also $\frac{12}{12}$ (= 1) des Groschens oder $\frac{\frac{12}{12}}{24} = \frac{12}{288}$ des Thalers. Der Groschen als Vier und zwanzigstel sind 23, dazu $\frac{1}{24}$ Thaler der Pfennige sind = $\frac{24}{24}$ = 1 Thaler. Diesen zu den eilften, kommen 12 Thaler.

§. 55. Die Decimal-Rechnung hat auch hier dadurch die größten Vorzüge, daß nicht die Theile, und die Theile der Theile getrennt angeschrieben, und erst durch Division von einer Classe auf die andere gebracht werden müssen: sondern daß sie durch bloßes Addiren von 10 zu 10 auf einander übergehen, und wir selbst die einzelnen Abtheilungen nicht einzeln anzuschreiben brauchen. Z. B. in Frankreich wird 1 Frank in 10 Decimen, 1 Decime in 10 Centimen getheilt. In Rußland eben so der Rubel in 10 Griwen, ein Griwe in 10 Kopeken (also 1 Rubel = 100 Kopeken). In Nordamerika der Dollar in 10 Dimen, 1 Dime in 10 Cent.

III. Man Addire:

Franken, Rubel oder Dollar:		Decimen, Griwen, oder Dimen:		Centimen, Copeken oder Cents:		Centimen, Copeken, Cents:	
5	.	6	.	3,	sind eben so viel als:	563	= $\frac{563}{100}$ Franken
4	.	2	.	7	= . . .	427	
8	.	9	.	5	= . . .	895	
3	.	—	.	6	= . . .	306	
7	.	5	.	—	= . . .	750	
6	.	—	.	—	= . . .	600	
33	.	22	.	21	=	3541	= $\frac{3541}{100}$
+ 2	+	2	÷	20			
35	.	4	.	1	=	35'41	= $35\frac{41}{100}$ = 35 + $\frac{4}{10}$

+ $\frac{1}{100}$, oder 35 Franken, 4 Decimen, 1 Centime.

Im ersten Ansatze, letzter Reihe, haben wir 21 Centimen u. s. w. Da 10 eine Decime ꝛc. betragen, so sind 20 Centimen, zwey Decimen ($\frac{20}{10}$ Decimen), welche also in die zweyte (von den Hundertsteln in die Zehnteln) kommen. In der

der zweiten Reihe, den Zehnteln, haben wir 22, jene 2 Decimen dazu, kommen 24 Decimen ($\frac{24}{10}$), welche also 2 ganze Franken und 4 Decimen geben. Jene 2 Franken zu den 33 gibt 35 Franken, 4 Decimen, 1 Centime, oder 35 Franken und 41 Centimen.

In dem letzten Ansatze ist alles in Centimen (in Hundertsteln, wie es geschehen soll), angeschrieben worden, da die Stelle jeder Ziffer schon den Werth bezeichnet. 563 Hunderttheile ($\frac{563}{100}$) sind 5 Ganze ($\frac{500}{100} = 5$) oder Franken; $\frac{63}{100}$ sind $= \frac{60}{100}$ ($= \frac{6}{10}$) $+ \frac{3}{100}$ also 6 Decimen und 3 Centimen, oder 63 Centimen, und die ganze Summe dann wieder 3541 Hundertstel (Centimen) oder 35 Franken, 41 Centimen. Nehmen wir die Centimen als Pfunde an (100 auf einen Centner), mit welchen wir bekannter sind, und die Franken als Zentner: so ist das Ganze 35 Zentner und 41 Pfund ($\frac{41}{100}$ Zentner), oder 3541 ℔.

§. 56. Das deutsche Medicinal-Gewicht, mit welchem in unsern Apotheken gewogen wird, hat zur höchsten Einheit das (Medicinal-) Pfund. Dieses wird in 12 Unzen, 1 Unze in 8 Drachmen, 1 Drachme in 3 Scrupeln, 1 Scrupel in 20 Grane abgetheilt. 1 Pfund hat also $12 \times 8 \times 3 \times 20 = 5760$ Grane. Haben wir nun folgende Gewichte zu addiren, so gehen sie als Brüche von diesen Nennern immer zur größern Einheit über:

IV. $\frac{11520}{5760} \quad \frac{1440}{5760} \quad \frac{60}{5760} \quad \frac{100}{5760} \quad \frac{12}{5760} = \frac{13132}{5760}$ ℔.

	Pfunde.	Unzen.	Drachmen.	Scrupel.	Grane.	
	2	3	1	5	12	$= \frac{13132}{5760}$ ℔.
	2	3	1	5	12	
Theile des nächsten größern Theils . . .	$\frac{4}{1}$ +	$\frac{6}{12}$ +	$\frac{2}{8}$ +	$\frac{10}{3}$ +	$\frac{24}{20}$	$= \frac{26264}{5760}$ ℔.
		+	$\frac{3}{8}\left(\frac{\frac{2}{1}}{\frac{8}{8}}\right)$	$\frac{1}{3}$	$\left(= \frac{\frac{20}{20}}{3}\right)$	
	4 +	6 +	5 +	2 +	4	= 26264 Grane
	Pfunde,	Unzen,	Drachmen,	Scrupel,	Grane.	

Oder: 4 Ganze, $\frac{6}{12}$ Pfund, $\frac{5}{8}$ Unzen, $\frac{2}{3}$ Drachmen, $\frac{4}{20}$ Scrupel.

Wenn wir die Grane addiren, kommen 24. Da 20 Grane einen Scrupel betragen, so sind diese 1 Scrupel ($\frac{1}{3}$ Drachme) und 4 Grane. Diese 4 angeschrieben und den 1 Scrupel zu 10 addirt, gibt 11 Scrupel. Da diese $\frac{11}{3}$ Drachmen sind, so kommen für die nächst größere Einheit 3 (Drachmen, und die übrigen 2 Scrupel werden als solche angeschrieben und die 3 Drachmen ($\frac{9}{3}$ Scrupel) zu den 2 Drachmen addirt, gibt 5 Drachmen, oder $\frac{5}{8}$ Unzen, als höhere Einheit, u. s. w.

Ganz oben sind diese Gewichte als Theile von Granen, als 5760igstel, angesetzt.

Vom Abziehen der benannten Zahlen, als Ganze und Brüche betrachtet.

§. 57. Man ziehe von 14 Gulden, 3 fl. 40 kr. 2 Pf. ab. (S. 81.)

Gulden. fl. kr. fl. kr. Pf.

I. $14 = 13 \,.\, 60 = 13 \,.\, 59 \,.\, 4 = 13 + \frac{59}{60} + \frac{\frac{4}{4}}{60} = 13\frac{240}{240}$ Gulden.

Ab, oder $\div\; 3 \,.\, 40 \,.\, 2 = 3 + \frac{40}{60} + \frac{\frac{2}{4}}{60} = 3\frac{162}{240}$ —

Der Rest $10 \,.\, 19 \,.\, 2 = 10 + \frac{19}{60} + \frac{\frac{2}{4}}{60} = 10\frac{78}{240}$ Gulden.

Da der Minuend 14 keine Theile der niederen Ordnung hat, so müssen wir ein Ganzes von ihm nehmen (entlehnen) und es in Theile zerlegen, um die Theile des Subtrahenden abziehen zu können. 14 ist dann $= 13 + \frac{60}{60}$, und da wir auch Viertel von den Sechzigsteln brauchen, so nehmen wir auch hier eines weg, und zerlegen es in Viertel: $\frac{60}{60} = \frac{59}{60} + \frac{1}{60} = \frac{59}{60} + \frac{\frac{4}{4}}{60} = \frac{59}{60} + \frac{4}{240}$; also 59 Kreuzer 4 Pfennige. Alles andere ist nun verständlich.

§. 58. Man ziehe, nach dem zweyten Beyspiele S. 81

Rthlr. Gr. Pf.

II. von $6 \,.\, 5 \,.\, 2 = 6 + \frac{5}{24} + \frac{\frac{2}{12}}{24} = 6 + \frac{60}{288} + \frac{2}{288} = \frac{62}{288}$

ab $3 \,.\, 12 \,.\, 6 = 3 + \frac{12}{24} + \frac{\frac{6}{12}}{24} = 3 + \frac{144}{288} + \frac{6}{288} = \frac{150}{288}$

Rest $2 \,.\, 16 \,.\, 8 = 2 + \frac{16}{24} + \frac{\frac{8}{12}}{24} = 2 + \frac{200}{288}$ Thaler.

Wir

Wir sollen hier 6 Pfennige ($\frac{6}{12}$ Groschen) von 2 Pfennigen ($\frac{2}{12}$ Groschen) abziehen. Da dieß nicht geschehen kann, so müssen wir von den Groschen einen dazu nehmen, und haben dann $\frac{12}{12} + \frac{2}{12} = \frac{14}{12}$ als Minuenden; von diesem 6 ($\frac{6}{12}$) abgezogen, bleiben 8 Pfennige ($\frac{8}{12}$ Gr.) als Rest. 12 von $5 \div 1 = 4$ Groschen ($\frac{4}{24} \div \frac{12}{24}$) läßt sich wieder nicht abziehen, daher ein Thaler ($\frac{24}{24}$) dazu genommen werden muß. $24 + 4 = 28$ ($\frac{28}{24}$) davon 12, bleiben 16 ($\frac{28}{24} \div \frac{12}{24} = \frac{16}{24}$ Thaler) u. s. w.

Die letzten Brüche, Groschen und Pfennige in Brüche gemeinschaftlicher Nenner verwandelt, werden nun auch verständlich seyn, wie nachstehendes Beyspiel in Decimalen.

	Franken.	Decimen.	Centimen.	
III.	16 .	6 .	5	$= 16 + \frac{6}{10} + \frac{\frac{5}{10}}{10} = 16 + \frac{60}{100} + \frac{5}{100} = 16\frac{65}{100} = 16'65$
ab	4 .	3 .	6	$= 4 + \frac{3}{10} + \frac{\frac{6}{10}}{10} = 4 + \frac{30}{100} + \frac{6}{100} = 4\frac{36}{100} = 4'36$
Rest	12 .	2 .	9	$= 12 + \frac{2}{10} + \frac{\frac{9}{10}}{10} = 12 + \frac{20}{100} + \frac{9}{100} = 12\frac{29}{100} = 12'29$

Vom Multipliciren der benannten Zahlen, als Ganze und Brüche betrachtet.

§. 59. Wir sollen:

Gulden. Kreuzer. Pfennige.
I. 3 . 40 . 2
mit 6 multipliciren; so kommen als Product:

18 . 240 . 12, oder 18 Gulden, $\frac{240}{60}$ = 4 Gulden und $\frac{12}{4}$ Kreuzer = 3 Kreuzen = $\frac{3}{60}$ Gulden.
\+ 4 + 3

22 Guld. 3 Kreuzer.

§. 60. Man multiplicire:

Gulden. Kreuzer.			
II. 4 . 6 =	$4\frac{6}{60}$ =	$4\frac{1}{10}$ =	4'1 in Decimalen.
mit fl. 8 . 15 kr. =	$8\frac{15}{60}$ =	$8\frac{1}{4}$ =	8'25
60 . 90	$32\frac{48}{60}$	$32+\frac{8}{10}$	205
32 . 48	$+\frac{60}{60}+\frac{90}{3600}$	$\frac{4}{4}+\frac{1}{40}$	82
fl. 32 . 108 . 90	$32+\frac{108}{60}+\frac{9}{360}$	$33\frac{8}{10}+\frac{1}{40}$	328
fl. 1 . 48 kr. = fl. $\frac{108}{60}$	1 . 48 kr. = $\frac{108}{60}$		fl. 33'825
$1\frac{1}{2}$ „ = fl. $\frac{90}{3600}$	$1\frac{1}{2}$ „ = $\frac{9}{360}=\frac{1}{40}$		60
fl. 33 . $49\frac{1}{2}$ kr. das Prod.	fl. 33 . $49\frac{1}{2}$ kr.		fl. 33 . 49500
			fl. 33 . $49\frac{1}{2}$ kr.

Im ersten Ansatze des zweyten Beyspieles haben wir 6 Kreuzer mit 15 Kreuzern multiplicirt, kamen 90. Dieß sind aber keine 90 Kreuzer, es sind 90 sechzigmal Sechzigstel $\left(\frac{90}{60\times60}=\frac{90}{3600}\right)$ Gulden, oder 90 sechzigstel Kreuzer $\left(\frac{90\times60}{60\times60}=\frac{90}{60}\text{ kr.}\right)$ oder $1\frac{1}{2}$ kr.; denn wir hatten $\frac{6}{60}$ mit $\frac{15}{60}$ zu multipliciren, welches so viel gibt. Ferner haben wir 4 Gulden, als Ganze, mit 15 Kreuzern $(\frac{15}{60})$ multiplicirt, gibt 60 kr. oder $\frac{60}{60}$ = 1 Gulden. 8 Gulden mit 6 Kreuzer = $\frac{6}{60}$ Gulden, gibt dann ebenfalls 48 kr. = $\frac{48}{60}$ Gulden zum Product, und 8 Ganze mit 4 Ganzen = 32, als Gulden, welche, zu den andern Producten addirt fl. 33 $49\frac{1}{2}$ kr., oder $33\frac{49\frac{1}{2}}{.60}$ Gulden gibt.

Im zweyten Ansatze kommen die Kreuzer als Guldentheile, wie es seyn soll, vor.

8 mit $4\frac{6}{60}$ multiplicirt, gibt $32\frac{48}{60}$, also fl. 32 . 48 kr. Ferner $\frac{15}{60}$ mit $4\frac{6}{60}$ multiplicirt, $\frac{15\times4}{60}=\frac{60}{60}=1$; und $\frac{15}{60}\times\frac{6}{60}=\frac{90}{3600}$ Gulden $\frac{90\times60}{3600}$ = $\frac{90}{60}$ = $1\frac{1}{2}$ Kreuzer; welche dann wieder zusammen dieselbe Summe geben.

Im dritten Ansatze sind die sechzigtheiligen Brüche in kleinere verwandelt, und im vierten dieselben in Decimalbrüchen angesetzt worden.

Jener

Jener ist aus dem zweyten verständlich, und dieser, aus der Lehre von Decimalbrüchen. Das Product der Decimalen ist 33' 825 oder $33\frac{825}{1000} = 33\frac{8}{10} + \frac{25}{1000}$ oder $33\frac{8\frac{1}{4}}{10} = 33\frac{33}{40}$. Addiren wir zu dem Zähler und Nenner dieses Bruches die Hälfte, oder multipliciren wir beyde mit $1\frac{1}{2}$, so kommen für den Zähler: $33 \times 1\frac{1}{2} = 33 + 16\frac{1}{2} = 49\frac{1}{2}$, und für den Nenner: $40 \times 1\frac{1}{2} = 40 + 20 = 60$; also: $\frac{49\frac{1}{2}}{60}$ Gulden oder $49\frac{1}{2}$ kr.

Im letzten Ansatze haben wir den Decimalbruch 825, als Guldentheile, mit 60 multiplicirt, und also seinen Werth in Kreuzern bekommen.

§. 61. Wir wollen diese Aufgabe noch auf andere Arten behandeln.

1) Man verwandele beyde Factoren in Kreuzer, das heißt, man bringe sie auf sechzigtheilige Brüche.

$$\text{fl. } 4 \times 60 = 240, \text{ dazu } 6 \text{ kr.} = 246 \text{ kr.}$$
$$\text{und fl. } 8 \times 60 = 480, \text{ dazu } 15 \text{ kr.} = 495 \text{ kr.}$$

Multipliciren wir diese mit einander, so kommt 121770, als Zähler oder Dividend, dessen Nenner oder Divisor dann $60 \times 60 = 3600$ ist. Denn jene Kreuzer sind $\frac{246}{60}$, und $\frac{495}{60}$ (sechzigstel) Gulden, und beyde Zähler und beyde Nenner mit einander multiplicirt, geben jene Producte, und dividirt ebenfalls 33 Ganze und $49\frac{1}{2}$ sechzigstel oder Kreuzer.

2) Man verwandele beyde Factoren in Brüche, und multiplicire und dividire wie oben.

$$\text{fl. } 4 \,.\, 6 \text{ kr.} = 4\frac{1}{10} = \frac{41}{10};$$
$$\text{fl. } 8 \,.\, 15 \text{ kr.} = 8\frac{1}{4} = \frac{33}{4}.$$

Beyde multiplicirt $33 \times 41 = 1353$ zum Zähler, und $10 \times 4 = 40$ zum Nenner, also $\frac{1353}{40} = 33\frac{33}{40}$, und $\frac{33 \times 60}{40}$ Kreuzer $= \frac{33 \times 3}{2} = \frac{99}{2} = 49\frac{1}{2}$ kr.

Man

Man siehet, daß dieses Verfahren, dem vorangegangenen gleich ist. Dort haben wir beyde Factoren in Kreuzer verwandelt; also in Brüche von gleichen Nennern (60); hier in Brüche von andern und ungleichen Nennern.

3) Wenden wir das S. 66 angegebene Verfahren an, und multipliciren mit solchen Zahlen, durch welche sie Ganze werden; also $4\frac{6}{60} \times 10 = 41$; $8\frac{15}{60} \times 8 = 66$; $41 \times 66 = 2706$ als Product. Nun haben wir aber den einen Factor 10, den andern 8 mal größer genommen: das Product ist also auch 10 mal 8 = 80 mal zu groß, und muß daher mit 80 getheilt werden, um das wahre Product zu bekommen. Also $\frac{2706}{80} = \frac{338\frac{2}{8}}{10} = 33\frac{8\frac{1}{4}}{10} =$ fl. $33\frac{33}{40}$ u. s. w.

4) Man lasse den einen Factor in Kreuzern (in Sechzigsteln), und multiplicire mit dem andern im verkleinerten Bruch.

fl. 4 . 6 kr. $\times 8\frac{1}{4}$.

Acht Ganze mit 6 Kreuzern, $\frac{6}{60}$, multiplicirt, gibt $\frac{48}{60}$, also 48 kr. Acht Ganze mit 4 Ganzen, gibt 32 Ganze, also Gulden. Ein Viertel von 4 Ganzen, gibt 1 Ganzes, und das Viertel von $\frac{6}{60}$ gibt $1\frac{1}{2}$ Sechzigstel oder $1\frac{1}{2}$ kr., und diese addirt die obige Summe, als Product.

5) Man verwandele den einen Factor in Kreuzer, in einen sechzigtheiligen Bruch, und multiplicire mit dem andern.

fl. 4 . 6 kr. = 246 kr. $\times 8\frac{1}{4} = 2029\frac{1}{2}$ kr. oder sechzigstel Gulden.

Diese nun mit 60 dividirt, oder zu Gulden gemacht, kommen $33\frac{49\frac{1}{2}}{60} =$ fl. 33 . $49\frac{1}{2}$ kr.

§. 62. Um diese Verfahrungs-Arten besser übersehen zu können, wollen wir sie zusammen stellen.

1) fl. 4 . 6 kr., multiplicirt mit fl. 8 . 15 kr.

mit 60 zu Kreuzer . . 60

246 kr., multiplicirt mit 495 kr. $= \frac{246}{60} \times \frac{495}{60} = \frac{121770}{3600} =$ (Gulden. Gulden.)

121770 getheilt durch $60 \times 60 = 3600 = 6 \times 6 \times 100$; also getheilt durch die Factoren: 6

20295

und 6. $3382\frac{3}{6}$

und 100. fl. 33' $82\frac{1}{2}$ Gulden $= 33\frac{82\frac{1}{2}}{100} = \frac{8}{10} + \frac{2\frac{1}{2}}{100} = \frac{8 \times 60}{10} + \frac{2\frac{1}{2} \times 60}{100} = 48 +$ $\frac{15}{10} = 48 + 1\frac{1}{2} = 49\frac{1}{2}$ kr.

Mit 60 zu Kreuzern

4920

30

$49'50 = 49\frac{1}{2}$ kr.

2) fl. 4 . 6 kr. $= 4\frac{6}{60} = 4\frac{1}{10} = \frac{41 \times 33}{10 \times 4} = \frac{1353}{40} = \frac{338\frac{1}{4}}{10} =$ fl. $33\frac{8\frac{1}{4}}{10}$; $\frac{8\frac{1}{4} \times 60}{10} = 49\frac{1}{2}$ kr.

$\times$ 8 . 15 kr. $= 8\frac{15}{60} = 8\frac{1}{4} = \frac{33}{4}$

3) fl. 4 . 6 kr. $= 4\frac{1}{10} \times 10 = 41$

$\times$ 8 . 15 kr. $= 8\frac{15}{60} \times 8 = 66 \times 41 = \frac{2706}{8 \times 10} = \frac{338\frac{2}{8}}{10} =$ fl. $33\frac{8\frac{1}{4}}{10} \times 60 =$ $8\frac{1}{4} \times 6$ ist $49\frac{1}{2}$ kr.

4) fl. 4 . 6 kr.

$\times$ $8\frac{1}{4}$ = fl. 8 . 15 kr.

fl. 32 . 48 kr.
$\frac{1}{4}$ = 1 . $1\frac{1}{2}$ = } = fl. 33 . $49\frac{1}{2}$ kr.

5) fl. 4 . 6 kr. = kr. 240 + 6 kr. = 246 kr.

$\times$ fl. 8 . 15 kr. = $8\frac{1}{4}$

1968

$\frac{1}{4}$ = $61\frac{1}{2}$

Mit 60 zu Gulden $2029\frac{1}{2}$ kr.

fl. 33 . $49\frac{1}{2}$ kr.

§. 63. Man multiplicire:

	Rthlr.	Gr.	Pf.	
II.	6 .	5 .	2	$= 6 + \frac{5}{24} + \frac{\frac{2}{12}}{24} = 6 + \frac{60}{288} + \frac{2}{288} = 6 + \frac{62}{288}$ Thlr.
mit	3 .	12 .	6	$= 3 + \frac{12}{24} + \frac{\frac{6}{12}}{24} = 3 + \frac{144}{288} + \frac{6}{288} = 3 + \frac{150}{288}$ —
Mit 3 =	18 .	15 .	6	
mit 12 Gr. = $\frac{1}{2}$ Thlr.	3 .	2 .	7	
mit 6 Pf. = $\frac{1}{48}$ Thlr.	.	3 .	$1\frac{7}{24}$	
Rthlr.	21 .	21 .	$2\frac{7}{24}$	

Den letzten Ansatz multiplicirt $= 18 + \frac{186}{288}$

$$+ \frac{900}{288} + \frac{62 \times 150}{288 \times 288}$$

$$= 18 + \frac{1086}{288} + \frac{62 \times 150}{288 \times 288}$$

Der Bruch 1086 getheilt durch 288 gibt 3 Ganze und bleibt 222, also: $\frac{222}{288}$ Thaler. Mit 24 zu Groschen $= \frac{222 \times 24}{288} = \frac{222}{12} = 18\frac{1}{2}$ Groschen, und wir haben nun 18 + 3 = 21 Thaler und $18\frac{1}{2}$ Groschen. Bringen wir den letzten Thaler-Bruch $\left(\frac{62 \times 150}{288 \times 288}\right)$ auf Pfennige, das heißt, multipliciren wir ihn mit 288, so kommt $\frac{62 \times 150}{288} = \frac{9300}{288} = \frac{1550}{48} = \frac{775}{24} = 32\frac{7}{24}$ Pfennige, oder

2 Groschen $8\frac{7}{24}$ Pfennige, welche zu obigen

Thaler 21 . 18 — 6 — addirt, jene Summe:

Thalen 21 . 21 Groschen $2\frac{7}{24}$ Pfennige geben.

Im ersten Ansatze haben wir die obere Reihe mit den 3 Ganzen (Thalern) als Einheit, multiplicirt, und es kamen also 18 Thaler (Ganze) 15 Groschen (24stel) und 12 Pfennige (12tel des 24stels). Nun hatten wir mit 12 Groschen ($\frac{12}{24}$ Thaler) zu multipliciren, sahen diese als die Hälfte der Einheit, als $\frac{1}{2}$ Thaler, an, und nahmen diese Hälfte von dem Multiplicanten. Endlich war noch mit 6 Pfennigen ($\frac{6}{12}$ des Groschens $= \frac{\frac{6}{12}}{24} = \frac{6}{288} = \frac{1}{48}$ des Thalers, zu multipliciren. $\frac{1}{48}$ von 6 Thalern, sind $\frac{6}{48} = \frac{3}{24}$ Thaler = 3 Groschen. $\frac{1}{48}$ von 5 Groschen, sind $\frac{5}{48}$ Groschen. Diese mit 12 zu Pfennigen, sind $\frac{5 \times 12}{48} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 1\frac{6}{24}$ Pfennig. Der 48igste Theil von 2 Pfennigen ist $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$; diese zu jenen $1\frac{6}{24}$ addirt, sind $1\frac{7}{24}$ Pfennig.

Im

Im zweyten Ansatze sind die Brüche, und die Brüche aus Brüchen angezeigt; im dritten auf gemeinschaftliche Nenner (auf Pfennige) gebracht, und im vierten zusammengezogen und multiplicirt worden.

Die ganzen Zahlen multiplicirt (3×6) geben 18 Thaler. 3 Ganze mit 32 Pfennigen, kommen 186; und 6 Ganze mit 150 Pfennigen, kommen 900; dazu jene 186, sind zusammen 1086 Pfennige oder 288stel Thaler, welche also durch 288 getheilt; oder was dasselbe ist, mit 12 getheilt zu Groschen, und durch 24 getheilt, auf Thaler gebracht werden. Sie gaben 3 Thaler $18\frac{1}{2}$ Groschen. Nun sind noch die Brüche, Zähler mit Zähler ($62 \times 150 = 9300$) und Nenner mit Nenner (288×288) zu multipliciren. Verwandeln wir diesen Thalerbruch in Pfennige, das heißt: multipliciren wir den Zähler 9300 mit 288 (so viel ein Thaler Pfennige hat); oder, was eben das ist, nehmen wir den einen Factor des Nenners (288) weg: so bleibt nur der andere, und wir bekommen $\frac{9300}{288}$ Pfennige. Mit 288, oder, was dasselbe ist, mit den Factoren $6 \times 2 \times 24$ getheilt, kommen $32\frac{7}{24}$ Pfennige, oder 2 Groschen $8\frac{7}{24}$ Pfennige.

§. 64. Man multiplicire in Decimal-Zahlen:

Franken. Decimen. Centimen.

$$\text{III. } 16 \,.\, 6 \,.\, 5 = 16 + \tfrac{6}{10} + \tfrac{5}{100} = 16\tfrac{65}{100}$$
$$\text{mit } 4 \,.\, 3 \,.\, 6 = 4 + \tfrac{3}{10} + \tfrac{6}{100} = \times\; 4\tfrac{36}{100}$$

$$\begin{array}{r}
9990 \\
4995 \\
6660 \\
\hline
72'594|0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
64 + \tfrac{24}{10} + \tfrac{20}{100} \\
\quad + \tfrac{48}{10} + \tfrac{18}{100} + \tfrac{15}{1000} \\
\qquad + \tfrac{96}{100} + \tfrac{36}{1000} + \tfrac{30}{10000} \\
\hline
64 + \tfrac{72}{10} + \tfrac{134}{100} + \tfrac{51}{1000} + \tfrac{3}{1000} \\
\hline
72 + \tfrac{5}{10} + \tfrac{9}{100} + \tfrac{4}{1000}
\end{array}$$

(72: Ganze oder Franken; 5: Zehntel oder Decimen; 9: Hundertstel oder Centimen; 4: Tausendstel oder Milliem)

Das Verfahren im ersten Ansatze ist aus S. 75 verständlich, so wie das zweyte aus dem vorangegangenen Beyspiele.

Die 5 und 6 Hundertstel multiplicirt, gaben $\frac{30}{10000}$, oder $\frac{3}{1000}$; diese zu den andern $\frac{51}{1000}$ addirt, geben $\frac{54}{1000} = \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000} = \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}$. Diese 5 Hundertstel zu den 134 Hundertsteln addirt, kommen $\frac{139}{100} = \frac{130}{100} + \frac{9}{100} = \frac{13}{10} + \frac{9}{100}$. Diese 13 Zehntel zu den 72 Zehnteln addirt, geben $\frac{85}{10} = \frac{80}{10} + \frac{5}{10} = 8 + \frac{5}{10}$. Diese 8 Ganze zu den 64 addirt, geben 72 Ganze (Franken.) u. s. w.

Den dritten Ansatz, in Ganzen und Hundertsteln, kann der Leser selbst berechnen.

Der erste Ansatz 16, 6, 5 und 4, 3, 6, ist begreiflich gleich mit $\frac{1665}{100} \times \frac{436}{100} = \frac{725940}{10000} = \frac{72594}{1000} = 72 + \frac{594}{1000}$, und dieser Bruch $= \frac{500}{1000} + \frac{90}{1000} + \frac{4}{1000} = \frac{5}{10} + \frac{9}{100} + \frac{4}{1000}$.

Vom Dividiren der benannten Zahlen, als Ganze und als Brüche betrachtet.

§. 65. Man dividire:

I. mit fl. 4 . 6 kr. die fl. 33 . 49 . 2 h. kommen $8\frac{1}{4}$ Gulden.

```
32 . 48
-------
 1 . 1 . 2
 1 . 1 . 2
```

Oder fl. 1 . 1 . kr. 2 h. = $61\frac{1}{2}$ kr., getheilt durch $4\frac{6}{60}$, kommen 15 kr.; denn $4 \times 15 = 60$ und $\frac{6}{60} \times 15 = \frac{90}{60} = 1\frac{1}{2}$

sind $61\frac{1}{2}$

Oder mit 60 zu Kreuzern:

246 kr. in $2029\frac{1}{2}$ kr. = fl. 8. 15 kr.

```
 1968
 61½
× 60
 3690
 246
 1230
 1230
```

(Also $\frac{246}{60}$ und $\frac{2029\frac{1}{2}}{60}$ Gulden.)

Im

Im ersten Ansatze gingen die Ganzen (4) in den Ganzen (33) 8 mal (also 8 Ganze, oder Gulden). Die 8 Ganze mit 6 kr. ($\frac{6}{60}$) multiplicirt, geben 48 kr. ($\frac{48}{60}$) und mit 4 Ganzen, 32 Ganze. Diese abgezogen, bleiben fl. 1 . 1 kr. 2 ₰. 4 Ganzes in 1 Ganzem, geht $\frac{1}{4}$ mal (also $\frac{1}{4}$ Gulden = 15 kr.), $\frac{1}{4}$ mit 4 multiplicirt, gibt 1 Ganzes; $\frac{1}{4}$ mit 6 kr., gibt $1\frac{1}{2}$ kr. $\left(\frac{1\frac{1}{2}}{60}\right)$, oder 1 kr. 2 ₰. Bringen wir fl. 1 . 1 kr. 2 ₰. auf Kreuzer, so kommen $61\frac{1}{2}$ kr. Mit 4 dividirt 15 kr., und diese mit $4\frac{6}{60}$ multiplicirt, $60\frac{90}{60} = 61\frac{1}{2}$.

Im zweyten Ansatze haben wir den Divisor und den Dividenden in Kreuzer, also in Sechzigstel, verwandelt. Da beyde einerley Nenner haben, so fallen diese weg, und sind, nach dem XX. Grundsatze, als Ganze zu betrachten, die zum Quotienten Ganze (8 Gulden) geben. Diese mit dem Divisor multiplicirt und das Product abgezogen, bleiben $61\frac{1}{2}$ Gulden. In Kreuzer verwandelt und dividirt, kommen dann 15 kr.

Thlr. Gr. Pfennige.
II. 21 . 21 . $2\frac{7}{24}$.
Getheilt durch Thl. Gr. ₰. 3 . 12 . 6
18 . 72 . 36
18 . $2\frac{7}{24}$
15 . $31\frac{6}{24}$
$7\frac{1}{24}$
÷ $7\frac{1}{24}$
Kommen: 6 . 5 . 2

In Pfennigen oder in Ganze = $6302\frac{7}{24}$
Der Divisor = 1014 ÷ 6084
$218\frac{7}{24}$
Zu Groschen × 24
5239
5070
169
Zu Pfennigen × 12
2028
÷ 2028

Im ersten Ansatze haben wir die Brüche als solche behandelt. Wir sagten 3 (Ganze) in 21, sind 6 mal enthalten, und multiplicirten diese 6 mit dem Divisor, kamen 18 Thlr., 72 Gr., 36 ₰. Da wir 36 ₰. nicht von $2\frac{7}{24}$ abziehen können, so müssen wir 3 Groschen von den 21 nehmen. Da diese (3 × 12 =) 36 Pfennige sind: so bleiben nun $2\frac{7}{24}$ ₰. als Rest. Eben so brauchen wir

3 Thaler

3 Thaler von den 21 Thalern, gibt dann ($3 \times 24 =$) $72 + 18$ Groschen, um die 72 Groschen des Subtrahenden abziehen zu können, und wir haben dann 0 Thaler 18 Gr. und $2\frac{1}{24}$ Pf. als neuen Dividend. Ein Drittel von 18 wären 6 Groschen; allein das Product ließe sich nicht abziehen; es ist also nur 5 Groschen der zweite Quotient. 3 Ganze mit 5 Groschen ($\frac{5}{24}$) multiplicirt, gibt 15 Groschen ($\frac{15}{24}$). Nun haben wir den übrigen Theil des Divisors 12 Gr. 6 Pf. = $12\frac{1}{2}$ Gr. = $\frac{12\frac{1}{2}}{24}$ mit dem zweyten Quotienten $\frac{5}{24}$ zu multipliciren $\frac{12\frac{1}{2}}{24} \times \frac{5}{24} = \frac{6\frac{1}{4}}{12} \times \frac{5}{24} = \frac{31\frac{1}{4}}{288}$ oder $31\frac{1}{4}$ Pfennige. Nehmen wir von den 18 Groschen $3 = 3 \times 12 = 36$ Pfennigen, und die $2\frac{1}{24}$ Pfennige dazu, sind $38\frac{1}{24}$, davon jene $31\frac{6}{24}$, bleiben als Dividend $7\frac{1}{24}$ Pfennige. Ein Drittel von diesen ist 2 Pfennige, als Quotient. Nun haben wir diesen, $\frac{2}{288}$ mit dem Divisor, $3 + \frac{12}{24} + \frac{6}{288}$ zu multipliciren, kommen:

$$\frac{6}{288} + \frac{24}{24 \times 288} + \frac{12}{288 \times 288} = \frac{6}{288} + \frac{1}{288} + \frac{1}{24 \times 288} = \frac{7}{288} + \frac{\frac{1}{24}}{288} = 7\tfrac{1}{24}\ \text{Pf.}$$

Im **zweyten** Ansatze haben wir den Dividenden und den Divisor in Pfennige verwandelt; oder, was dasselbe ist, wir haben beyde mit einer solchen Zahl multiplicirt, daß die Brüche wegfallen. Was durch die Division herauskommt, muß dann Ganze, oder Thaler, geben, und der Rest dann solche Brüche, mit welchen Zahlen wir ihn multipliciren. Hier mit 24; also kommen zum Quotienten 24igstel oder Groschen, und dann ferner mit 12; also kommen Zwölftel vom 24igstel, oder 288igstel vom Ganzen, oder Pfennige.

Was wir hier vorgetragen haben, halten wir für sehr wichtig. Wir hatten zum Zweck, die Lehre der benannten Zahlen allgemeiner aufzufassen. Wem es zu schwer fällt es nachzudenken, der überschlage es, und gehe wieder darauf zurück.

Von

Von den Logarithmen.

§. 66. Die Logarithmen, welche schon 1544 ein Deutscher, Namens Stiefel, in seiner Arithmetica integra, welche zu Nürnberg herauskam, andeutete, und die dann später, 1614, der Schottländer Neper (Baron von Meschiston) bestimmter auffaßte, und der Engländer Brigg zuerst (1616) berechnet in Tafeln lieferte, sind ein sehr wichtiges Erleichterungsmittel in der Mathematik. Unser Zweck kann hier nur seyn, auf sie aufmerksam zu machen, und einen Begriff davon zu geben.

Eine Reihe Zahlen, von welchen immer die nächstfolgende um eine bestimmte Größe sich durch Addition (oder Subtraction) vermehrt (oder vermindert), heißt eine **arithmetische Progression**, oder eine arithmetische Reihe.

Z. B.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	u. s. w.
	0.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	u. s. w.

heißen arithmetische Reihen oder Progressionen, von welchen jedes folgende Glied der ersten um eins, und jedes folgende Glied der andern um drey größer ist, als das vorhergehende.

Eine Reihe Zahlen, in welcher immer die nächstfolgende Zahl um eine bestimmte Größe durch Multiplication (oder Division) sich vermehrt oder vermindert) heißt eine **geometrische Progression**, oder eine geometrische Reihe.

Z. B.	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.
	1.	3.	9.	27.	81.	243.	729.
	1.	10.	100.	1000.	10000.	100000.	1000000.

sind geometrische Progressionen oder Reihen, von welchen jedes folgende Glied der ersten, **zweymal**; jedes folgende Glied der zweyten **dreymal**, und jedes folgende Glied der dritten **zehnmal** größer ist, als das vorhergehende.

Setzen

Setzen wir nun eine solche arithmetische Reihe (die durch Addition zunimmt) und eine geometrische (die durch Multiplication zunimmt) untereinander, und betrachten sie näher in Beziehung aufeinander: so werden wir die merkwürdige Eigenschaft bemerken, **daß wenn man zwey Zahlen der arithmetischen Reihe addirt, ihre Summe unter sich das Product hat, das die unter jenen stehenden Zahlen der geometrischen Reihe geben; und daß, zwey Zahlen der arithmetischen Reihe von einander abgezogen, die Differenz den Quotienten unter sich hat, der durch die Division der unter jenen stehenden Zahlen der geometrischen Reihe, entstehet.** Doch wir zeigen dieß durch Beyspiele deutlicher.

				b.	a.			b.	a.					
Arithmetische Reihe	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	ꝛc.
Geometrische Reihe	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	ꝛc.

(oder auch 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000. 1000000. u. s. w.

Die erste Zahlenreihe ist eine **arithmetische** Progression, deren Glieder sich immer um eins vermehren; die zweyte und die dritte, die wir noch hinzufügten, sind geometrische Progressionen, von welchen die Glieder der einen um das doppelte, und der andern um das zehnfache sich vermehren.

Addiren wir nun zwey Zahlen der arithmetischen Reihe, z. B. 4 und 8, die wir mit a bezeichnet haben, so gibt die Summe 12, und unter 12 stehet in der geometrischen Reihe die Zahl 4096, welche das Product ist von 16, die unter 4, und von 256, die unter 8, als den addirten Zahlen, stehen.

Ziehen wir umgekehrt 4 von 8, in der arithmetischen Reihe, ab, so bleiben 4. Unter 4 stehet 16, und unter 8 stehet 256; diese (256) durch 16 getheilt, gibt 16 als Quotienten und diese stehen ebenfalls unter 4 als den Unterschied von 4 und 8.

Addiren wir 3 und 7, mit b bezeichnet, so kommen 10. Unter 10 der arithmetischen Reihe stehet 1024, und diese sind das Product von 8 und 128, welche unter 3 und 7 stehen.

Ziehen

Ziehen wir 3 von 7 ab, so bleibt 4. Unter 4 stehet 16, und 16 ist der Quotient von 128, (welche unter 7) getheilt durch 8 (welche unter 3 stehen.)

Aus diesem ersiehet man also, daß, wenn zwey solche Reihen für alle Zahlen ausgerechnet und in Tabellen gebracht würden, und es wären zwey Zahlen (z. B. 16 und 256) miteinander zu multipliciren, man nur die bey ihnen stehenden Zahlen der andern Reihe (4 und 8) addiren dürfte, und man würde dann bey der Summe derselben (12) das verlangte Product (4096) finden. Hätten wir zu dividiren (z. B. 4096 durch 256), so suchen wir die bey dem Dividend (4096) und bey dem Divisor (256) stehenden Zahlen (12 und 8) und ziehen diese von jener ab (12 ÷ 8 = 4), bey dem Rest (4) stehet dann der Quotient (16).

Die Zahlen, deren Summe auf das Product, und deren Differenz auf den Quotienten der andern Zahlen weisen, heißen die **Logarithmen** derselben Zahlen. Die Zahlen der angegebenen arithmetischen Reihe sind also die Logarithmen der unter ihnen stehenden in der geometrischen Reihe; 4 der Logarithmus von 16; 12 der Logarithmus von 4096, u. s. w.

Es ist willkürlich, welche geometrische Reihe man bey Berechnung solcher Tabellen annehmen will. Man hat dazu die Reihe von Decimalzahlen (die um das Zehnfache fortschreiten, die zweyte obenstehende geometrische Reihe) gewählt.

In den oben aufgestellten zwey Reihen lauft die arithmetische, als die Logarithmen der andern, in der natürlichen Zahlenfolge fort, so daß also alle ganzen Zahlen in ihr enthalten sind. Dieß ist nicht so in der geometrischen Reihe. Die erste springt von 2 auf 4, von 4 auf 8 u. s. w., so daß also dazwischen 3, 5, 6, 7 fehlen. Die andere hat alle Zahlen nicht, die zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, u. s. w. fallen. Für diese in der Reihe fehlenden Zahlen müssen dann die Logarithmen erst berechnet werden.

Wir wollen bey der zweyten geometrischen Reihe, die in Decimalstellen fortläuft, stehen bleiben.

Für diese ist der Logarithmus von 1, Null, von 10 ist er, 1. Der Logarithmus von 2 bis 9 muß zwischen 0 und 1 fallen.

BSB MÜNCHEN

Da der Logarithmus von 10 eins, und von 100 zwey ist, so fallen die Logarithmen von 11 bis 99 zwischen 1 und 2, oder der Logarithmus von 11 ist etwas mehr als 1, und der Logarithmus von 99 etwas weniger als 2; oder die Logarithmen zwischen 11 und 99 sind 1, und Brüche, die zwischen 1 und 2 fallen. Diese Brüche werden in Decimaltheilen angegeben.

Es gibt viele Werke, welche die Logarithmen bis über 100000 enthalten. Unter den kleinen können wir die Logarithmischen Tafeln für Kaufleute, empfehlen, die Herr M. N. B. Gerhard, bey Wever in Berlin, 1788, in einem mäßigen Octavband herausgegeben hat. Man findet in diesen die Logarithmen in ganzen Zahlen bis 10500, und auch zum Theil die Thaler- und Guldenbrüche, also die Brüche in sechzig und vier und zwanzig Theilen. Unter den größern sind die Ausgaben in Octav und in Folio von Vega die besten; sie enthalten aber keine Brüche.

§. 67. Den Gebrauch solcher Tafeln wollen wir durch folgende Beyspiele zeigen.

Für die erste, die Triester Factura, haben wir die Spesen von fl. $183\frac{1}{4}$ auf die einzelnen Gewichte zu vertheilen. (Man sehe unten die Berechnung dieser Factura.) Nämlich:

436 ℔. Süßholzsaft, und
936 ℔. Rosinen, zusammen
1372 ℔.

haben fl. $183\frac{1}{4}$ Spesen veranlaßt, es ist die Frage, wie viel davon auf 436 ℔. und wie viel auf 936 ℔. kommen.

Um dieß zu finden, müssen daher 436 mit $183\frac{1}{4}$, und wieder 936 mit $183\frac{1}{4}$ multiplicirt, und beyde Producte mit 1372 dividirt werden. Statt nun 436 mit $183\frac{1}{4}$ zu multipliciren, suchen wir in den Logarithmischen Tafeln ihre Logarithmen, addiren sie zusammen, und ziehen von der Summe den Logarithmen von 1372 ab, so bleibt der Logarithmus der gesuchten Zahl, die wir nur in den Tafeln aufsuchen dürfen.

436 sollen mit $183\frac{1}{4}$ multiplicirt werden. Wir suchen in den Tafeln die Zahl 436 auf, und finden bey ihr, als ihren Logarithmen, stehen:

$$2'63949 \quad \left(\text{oder } 2\frac{63949}{100000}\right)$$

Bey $183\frac{1}{4}$ finden wir den Logarithmen $2'26304$ $\left(\text{oder } 2\frac{26304}{100000}\right)$

Beyde addirt geben den Logarithmen $4'90253$, als den Logar. des Products von $436 \times 183\frac{1}{4}$.

Von 1372 ist der Logarithmus $3'13735$.

Diesen von obigem, bleibt Logarithmus $1'76518$. $\left(\text{als Log. von } \frac{436 \times 183\frac{1}{4}}{1372}\right)$.

Suchen wir diesen Logarithmen in den Tafeln auf, so finden wir den Log. $1'76517$, der ihn darin am nächsten kommt, und bey diesem stehet die Zahl $58\frac{7}{30}$, also fl. 58 : 14 kr., welche wir suchten.

Für den zweyten Fall, wie viel von fl. $183\frac{1}{4}$ Spesen auf 936 ℔. kommen, haben wir also wieder die Logarithmen dieser beyden Zahlen zu addiren, und den Logarithmus von 1372 davon abzuziehen: so haben wir dann im Reste den Logarithmen des gesuchten Quotienten, zu welchen uns die Tafeln die gesuchte Zahl zeigen.

Da wir die Logarithmen von 1372 und von $183\frac{1}{4}$ schon oben haben, so dürfen wir nur den Logarithmus von 936 in den Tafeln suchen; er ist = $2'97128$.

Dazu den Logarithmus von $183\frac{1}{4}$ = $2'26304$.

Kommt Logarithmus . . $5'23432$.

Ab den Logarithmus von 1372 = $3'13735$,

bleibt für $\frac{936 \times 183\frac{1}{4}}{1372}$ = Log. $2'09697$,

welcher in den Tafeln die Zahl $125\frac{1}{60}$, oder fl. 125 : 1 kr. hat.

In diesen Beyspielen hatten wir einmal $183\frac{1}{4}$ mit 436 zu multipliciren und das Product mit 1372 zu dividiren $\left(\frac{183\frac{1}{4} \times 436}{1372}\right)$. Das anderemal hatten

 wir

wir $183\frac{1}{4}$ mit 936 zu multipliciren, und das Product durch 1372 zu dividiren $\left(\frac{183\frac{1}{4} \times 936}{1372}\right)$.

Dieß heißt nun eben so viel, als 436, und dann wieder 936 mit dem Bruch $\frac{183\frac{1}{4}}{1372}$ zu multipliciren. Wir hätten daher nur den Logarithmus von diesem Bruch zu suchen, und ihn zu 436 und zu 936 zu addiren, um das Verlangte zu finden.

Der Bruch $\frac{183\frac{1}{4}}{1372}$ bezeichnet nichts anders, als man soll $183\frac{1}{4}$ durch 1372 theilen, oder man soll den Log. von 1372 vom Log. von $183\frac{1}{4}$ abziehen. Nun läßt sich $183\frac{1}{4}$ nicht durch 1372 theilen, auch läßt sich nicht der Log. von 1372 vom Log. $183\frac{1}{4}$, weil jener viel größer ist, abziehen.

Hier können wir einen Ausweg finden, dadurch, daß wir durchaus umgekehrt verfahren, oder das Entgegengesetzte thun. Statt daß wir also $183\frac{1}{4}$ durch 1372 theilen $\left(\frac{183\frac{1}{4}}{1372}\right)$, so theilen wir 1373 durch $183\frac{1}{4}$ $\left(\frac{1372}{183\frac{1}{4}}\right)$; oder, was dasselbe ist, wir ziehen den Log. von $183\frac{1}{4}$ vom Log. 1372 ab, und dividiren mit jenem Quotienten obige 436 und 936; oder ziehen diesen Unterschied der Logarithmen, von den Logarithmen der Zahlen 436 und 936, ab, um in beyden Fällen das Gesuchte zu finden.

Der Log. von 1372 ist	=	3'13735
Ab Log. von $183\frac{1}{4}$	=	2'26304
Der Log. von $\frac{1372}{183\frac{1}{4}}$	=	0'87431, als beständiger Log. für unsere 2 Fälle.
Der Log. von 436	=	2'63949
Ab den beständigen Log.	=	0'87431
bleibt Log.		1'76518 = fl. 58 : 14 kr.
Der Log. von 936	=	2'97128
Ab	=	0'87431
bleibt Log.		2'09697 = fl. 125 : 1 kr., wie oben.

Ver-

Vergleichen wir dieses zweyte Verfahren mit dem ersten, so werden wir es um vieles kürzer finden, besonders wenn noch mehrere Fälle zu berechnen gewesen wären, z. B. wenn die Fracht von fl. $183\frac{1}{4}$, statt auf zwey, auf acht verschiedene Waaren hätte ausgeschlagen werden müssen.

In eben dieser Factura kommt gleich nach dem erst berechneten Beyspiele, der Ansatz vor:

Für $13\frac{3}{4}$ Zentner zahlten wir fl. $183\frac{1}{4}$ an Fracht, wie viel Gulden kommen auf $9\frac{3}{8}$ Zentner?

Auf die gemeine Art verfahren, haben wir $183\frac{1}{4}$ mit $9\frac{3}{8}$ zu multipliciren, und das Product durch $13\frac{3}{4}$ zu dividiren.

Durch die Logarithmen berechnet, haben wir den Log. von $183\frac{1}{4}$ nach den

Tafeln	= 2'26304
zu dem Log. von $9\frac{3}{8}$	= 0'97197
zu addiren	= 3'23501
und abzuziehen den Log. von $13\frac{3}{4}$	= 1'13830
bleibt Log.	2'09671

welcher in den Tafeln die Zahl $124\frac{15}{16}$, also fl. 124 : 56 kr. hat.

Von den Beziehungen oder Vergleichungen der Zahlen:

Verhältnisse, Proportionen, Reihen oder Progressionen.

§. 68. Wenn wir zwey oder mehrere Dinge, Zahlen oder Größen, mit einander vergleichen: so betrachten wir sie in **Verhältniß**, in Beziehung zu einander. Wenn wir etwas groß oder klein, theuer oder wolfeil nennen: so vergleichen wir es mit etwas anderm bekanntem und setzen es in Verhältniß zu demselben.

Wenn

Wenn wir ein Pfund mit einem Lothe vergleichen, so sagen wir: 1 Pfund ist 32 mal schwerer als 1 Loth; also das Verhältniß dieses zu jenem, wie 1 zu 32 ($1 : 32 = \frac{1}{32}$).

Wenn wir sagen, 6 ist um 2 größer als 4, und 5 und 2 größer als 3, so betrachten wir 6, 4; 5, 3 in Verhältniß zu einander. Eben so wenn wir sagen, 8 ist noch einmal so groß als 4, und 12 noch einmal so groß als 6.

Ein **Verhältniß** (Ratio) wird aber in der Rechenkunst nur die Beziehung **zweyer** Größen zu einander genannt; und die Beziehung von **vier** Größen, also von **zwey gleichen** Verhältnissen, zu einander, **Proportion**. **Mehrere** Zahlen, welche in **gleichen** Verhältnissen zu einander stehen, **heißen** dann **Reihen** oder **Progressionen**. In so viel Beziehungen eine Zahl zu einer andern stehen kann, so viel Verhältnisse, Proportionen und Reihen gibt es.

Wenn wir 2 mit 8 vergleichen, so können wir auf ihren Unterschied (ihre Differenz) sehen: $8 \div 2 = 6$, und dieß heißt dann ihr **arithmetisches** Verhältniß (8 ist um 2 größer als 6); oder auf ihren Quotienten: $8 : 2$ oder $\frac{8}{2} = 4$; oder 8 ist viermal so groß als 2, und dieß nennt man ihr **geometrisches Verhältniß**. Eben so ist $8 \div 2 = 12 \div 6$ eine **arithmetische**, und $8 : 2 = 12 : 3$; oder $3 : 2 = 12 : 8$, eine **geometrische Proportion**. Ferner: 1, 3, 5, 7, 9, 11. ꝛc.; oder 1. 4. 7. 10. 13. 16. ꝛc. ist eine **arithmetische**, und 1. 2. 4. 8. 16. ꝛc., oder 1. 3. 9. 27. ꝛc. eine **geometrische Reihe** oder **Progression**, die sämmtlich vor- und rückwärts schreiten, auf gleiche Art ab- oder zunehmen können. In jenen ist jedes folgende Glied um 2 und 3 (addirt), in diesen um 2 und 3 **mal** (multiplicirt) größer, als das vorhergehende.

Der **Unterschied** (die Differenz) der Glieder **arithmetischer** Verhältnisse oder Proportionen oder Reihen, heißt der **Name** des **Verhältnisses**. Bey $8 \div 2 = 12 \div 6$, und bey 1, 7, 13, 19 ꝛc. ist also 6 der **Name** der **Verhältnisse**, und der **Reihe**.

Der **Quotient**, welcher die Beziehungen **geometrischer** Verhältnisse, Proportionen oder Reihen anzeigt, heißt der **Exponent**.

In

In der geometrischen Proportion 8 : 2 = 12 : 3, und in der geometrischen Reihe 1, 4, 16, 64 ꝛc. ist 4 der Exponent.

Die einzelnen Zahlen heißen die **Glieder**, und zwar bey Proportionen **vorderes** (das links), **hinteres** (das rechts stehende) und **mittlere** (die dazwischen liegenden); und bey Reihen, 1tes, 2tes, 3tes ꝛc. **letztes** Glied.

Stetige oder zusammenhängende Proportionen heißen solche, deren **mittlere** Glieder einander **gleich** sind:

15 ÷ 12 = 12 ÷ 9;
16 : 8 = 8 : 4.

Wir wollen nun diese näher untersuchen.

Von arithmetischen Proportionen und Reihen.

§. 69. Aus den arithmetischen Verhältnissen und Proportionen:

Glieder:	1tes	2tes	3tes	4tes; oder	1tes	2tes	3tes	4tes
	8 ÷ 4	=	7 ÷ 3;		6 ÷ 9	=	5 ÷ 8	

sehen wir, daß in jeder das erste Glied (8, 6) dem zweyten Gliede (4, 9) gleich ist, wenn man zu demselben den **Namen** des Verhältnisses, den Unterschied (4, 3) addirt oder davon abzieht, nachdem das Verhältniß ab- oder zunehmend ist. Bey dem **ersten**, dem abnehmenden Verhältnisse, ist das erste Glied 8, der Unterschied 4; das zweyte ist also gleich dem ersten weniger dem Unterschiede = 8 ÷ 4.

Bey dem **zweyten**, dem zunehmenden Verhältnisse, ist das erste Glied 6, der Name des Verhältnisses, der Unterschied, 3: das zweyte Glied also 6 + 3. Eben so ist in der arithmetischen Proportion das **vierte** Glied aus dem dritten, mehr (plus) oder weniger (minus) des Unterschiedes, zusammen gesetzt: 3 = 7 ÷ 4; 8 = 5 + 3.

§. 70. Aus diesem folgt also, daß **wenn wir das erste und dritte Glied und den Unterschied wissen, wir das zweyte und vierte finden können;** eben so, **wenn uns das zweyte und vierte und der Unterschied bekannt ist, so ist uns auch bekannt das erste und dritte Glied.** Ferner folgt, daß **die Summe des ersten und vierten Gliedes, der Summe des zweyten und dritten gleich ist.** In den Verhältnissen: $8 \div 4 = 7 \div 3$, und $6 \div 9 = 5 \div 8$, also auch $8 + 3 = 7 + 4$; $6 + 8 = 9 + 5$. Denn in allen arithmetischen Verhältnissen ist das zweyte Glied zusammen gesetzt aus dem ersten und dem Unterschied, und das vierte, aus dem zweyten und dem Unterschied. Die Verhältnisse: $8 \div 4 = 7 \div 3$, also $8 \div (8 \div 4) = 7 \div (7 \div 4)$, und $6 \div 9 = 5 \div 8$, aus $6 \div (6 + 3) = 5 \div (5 + 3)$. Oder wenn wir das erste Glied $= a$, das dritte $= b$, den Unterschied $= d$ setzen: so ist wie oben: $a \div (a + d) = b \div (b + d)$, also das erste und vierte addirt $= a + b + d$, und das zweyte und dritte addirt auch $= a + d + b$; also sind die Summen einander gleich.

Ist die Proportion stetig, das heißt, sind die **mittlern** Glieder einander gleich: $8 \div 6 = 6 \div 4$, so ist $8 + 4 = 6 + 6$; also die **mittlere** Proportionalzahl (6) das **doppelte** der Summe der ersten und letzten. Daraus folgt die

Regel: Die halbe Summe zweyer Zahlen, ist die mittlere arithmetische Proportionalzahl zwischen beyden.

12 und 18 = 30, die Hälfte 15:

also sind 12, 15, 18 Proportionalzahlen, deren Unterschied 3. Zwischen 9 und 16 liegt $\left(\frac{25}{2} =\right) 12\frac{1}{2}$; zwischen $6\frac{1}{2}$ und $2\frac{3}{4}$ $\left(\frac{9\frac{1}{4}}{2} =\right) 4\frac{5}{8}$, und es haben also gleiche Unterschiede:

$$9,\ 12\tfrac{1}{2},\ 16, \text{ und } 6\tfrac{4}{8},\ 4\tfrac{5}{8},\ 2\tfrac{6}{8}.$$

§. 71. Werden die Glieder mit gleichem Unterschiede fortgesetzt, so bilden sie **arithmetische Reihen.**

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 ꝛc. Oder: 1, 1 + 2, 1 + 2 + 2, 1 + 2 + 2 + 2 ꝛc. Oder, wenn wir das erste Glied a und den Unterschied d nennen: a, $a + d$, $a + 2d$, $a + 3d$, $a + 4d$, $a + 5d$, $a + 6d$. Wenn wir $a = 1$, und $d = 2$ nehmen, so ist also das siebente $a + 6d = 1 + 6$ mal $2 = 1 + 12 = 13$, wie oben.

Aus dem letzten Gliede $a + 6d$, wie aus allen andern, sehen wir auch, daß **jedes Glied den Unterschied einmal weniger enthält, als die Zahl der vorhergehenden Glieder ist**; also das siebente Glied 6 mal, das 6te, 5 mal u. s. w. Daraus können wir nun jedes Glied bestimmen, wenn das erste Glied, der Unterschied, und die Zahl der Glieder gegeben ist. Wollen wir das zwölfte Glied eben dieser Reihe finden, so wäre es $a + 11d$, oder $1 + 11 \times 2 = 1 + 22 = 23$. Das fünf und zwanzigste dann $a + 24d = 1 + 24 \times 2 = 49$.

§. 72. Auch ergibt sich beym Anblick der Unterschiede eine andere **Eigenschaft der Reihe**, die zwar schon aus dem eben vorgetragenen Gesetze der drey Proportionalzahlen folget. Dort sahen wir, daß die Summe der ersten (4) und dritten (8), das doppelte (12) der zweyten (6) ist.

Aus den Reihen sehen wir ebenfalls, **daß die von den beyden Enden gleichweit abstehenden Glieder einerley Summe geben, und daß alle diese Summen zusammen noch einmal so groß sind, als die Summe aller Glieder.** Nämlich das erste und siebente (letzte) addirt, enthält a, oder 1, zweymal, also 2a, und 6 mal den Unterschied; das zweyte und sechste (vorletzte) enthält a und 1 mal den Unterschied, und a und 5 mal den Unterschied, also auch 2a und 6 mal den Unterschied, u. s. w.

Doch dieß wird deutlicher, wenn wir die nämlichen Reihen umgekehrt darunter schreiben, und einzeln addiren.

Wir hatten:

	1,	3,	5,	7,	9,	11,	13.	a,	$a + d$,	$a + 2d$,	$a + 3d$,	$a + 4d$,	$a + 5d$,	$a + 6d$.
Umgekehrt:	13,	11,	9,	7,	5,	3,	1.	$a + 6d$,	$a + 5d$,	$a + 4d$,	$a + 3d$,	$a + 2d$,	$a + 1d$,	a..
	14,	14,	14,	14,	14,	14,	14.	$2a + 6d$,	$2a + 6d$,	$2a + 6d$,	$2a + 6d$,	$2a + 6d$,	$2a + 6d$,	$2a + 6d$.

Wir haben demnach durch die doppelte Anschreibung so viel gleiche Summen, als Glieder sind, und jede so groß, als das erste und letzte Glied zusammen genommen.

Das erste Glied 1, das letzte 13, beyde = 14. Die Zahl der Glieder = 7, und 7 mal 14 gleich 98, als das doppelte der Summe der Reihe. Diese durch 2 getheilt (98 : 2 =) 49, als **die Summe der Reihe.**

§. 73. Wir haben also eine allgemeine **Regel** gefunden, nach welcher wir die **Summe** jeder arithmetischen Reihe finden können, wenn das erste und **letzte Glied**, und die **Zahl der Glieder** gegeben ist. Sie heißt: **Man addire das erste und letzte Glied, multiplicire die Summe durch die halbe Zahl der Glieder, so gibt das Product die Summe der arithmetischen Reihe.**

Es ist also die Summe der ersten 10 Zahlen (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) (1 + 10 = 11, × 5 = 55.) Die Summe der ersten hundert Zahlen: 1 + 100 = 101 × 50 = 5050; die Summe der Zahlen von 1 bis 1000 = 1001 × 500 = 500500.

§. 74. Um dieß leichter überschauen, und auch alle andern Größen der Reihe finden zu können: wollen wir wieder die Buchstaben zu Hülfe nehmen. Es sey, wie oben, das erste Glied = a, der Unterschied der Glieder oder die Differenz = d; die Zahl der Glieder = g; die Summe = s. Das letzte Glied bestehet, wie wir schon wissen, aus dem ersten (a) und den Unterschied (d) multiplicirt in die Zahl der Glieder (g) weniger 1 (g ÷ 1); also ist das letzte Glied

$$= a + (g - 1)\,d = a + gd \div d.$$

Dazu das erste Glied $= a$

Die Summe des ersten und letzten Gliedes also $= 2a + gd \div d.$

Diese nun mit der halben Zahl der Glieder multiplicirt, oder, was dasselbe ist, mit der ganzen Zahl der Glieder multiplicirt, und das Product durch 2 getheilt, gibt die Summe der Reihe. Also mit g multiplicirt . . . $g.$

Die Summe, oder $s = \dfrac{2ag + ggd \div gd.}{2}$

Setzen

Setzen wir es sey $a = 1$, $g = 7$; so ist $2ag = 14$. $d = 2$, so ist $ggd = 7 \times 7 \times 2 = 98$; also $2ag + ggd = 14 + 98 = 112$. Davon abgezogen $gd = 7 \times 2 = 14$; also $112 \div 14 = 98$; diese durch 2 getheilt $= 49$ die Summe (ſ) der Reihe.

Das letzte Glied ist (nach oben) gleich $a + (g \div 1)\, d$. Es kann also gefunden werden, wenn das erste ($a = 1$), die Zahl der Glieder ($g = 7$) und der Unterschied ($d = 2$) gegeben ist; und man hat nach diesem Ausdrucke die um 1 verminderte Zahl der Glieder ($g \div 1 = 7 \div 1 = 6$) mit dem Unterschied ($d = 2$) zu multipliciren ($6 \times 2 = 12$) und das erste Glied dazu zu addiren ($12 + 1 = 13$).

Das erste Glied (a) **kann gefunden werden**, wenn das letzte, die Zahl der Glieder und der Unterschied gegeben ist. Es ist das letzte Glied $= a + (g \div 1)\, d$; also hat man das erste (a), **wenn man von dem letzten (13) das Product des Unterschiedes in die um 1 verminderte Zahl der Glieder** ($(g \div 1)\, d$, $(7 \div 1) = 6$, $\times 2 = 12$) **abzieht** ($13 \div 12 = 1$).

Der Unterschied (d) **wird gefunden**, wenn das erste Glied (a), die Zahl der Glieder (g) und das letzte Glied, das wir gleich l setzen wollen, bekannt ist. Es ist, nach oben, das letzte Glied, oder $l = a + (g \div 1)\, d$. Also $l \div a = (g \div 1)\, d$, und $\frac{l \div a}{g \div 1} = d$. Das heißt: **Wenn man vom letzten Gliede** ($l = 13$) **das erste Glied** ($a = 1$) **abziehet, und den Rest** ($l \div a = 13 \div 1 = 12$), **durch die Zahl der Glieder weniger 1**, ($g \div 1 = 7 \div 1 = 6$) **theilt** ($\frac{12}{6} = 2$), **so gibt der Quotient** (2) **den Unterschied** ($d = 2$).

Die Zahl der Glieder ($g = 7$) wird aus obiger Gleichung gefunden, wenn das erste und letzte Glied (a und l) und der Unterschied (d) bekannt ist. Denn es ist: $a + (g \div 1)\, d = l$, also a abgezogen:

$$(g \div 1)\, d = l \div a.$$

Mit d dividirt: $g \div 1 = \frac{l \div a}{d}$, und 1 addirt

$$g = \frac{l \div a}{d} + 1.$$ Das heißt: **Die Zahl der Glieder**

 ($g = 7$)

(g = 7) wird gefunden, wenn man vom letzten Gliede (l = 13) das erste (a = 1) abzieht ($l \div a = 13 \div 1 = 12$), den Rest (12) durch den Unterschied der Glieder (d = 2) theilt $\left(\frac{l \div a}{d} = \frac{13 \div 1}{2} = \frac{12}{2} = 6\right)$, und zum Quotienten 1 addirt (6 + 1 = 7).

§. 75. Um dieß nun zur bessern Uebersicht zu bringen, wollen wir es in Buchstaben, noch auf eine andere Art, zusammenstellen. Wie oben bedeute:

a das erste Glied;
l das letzte Glied;
g die Zahl der Glieder;
ſ die Summe der Glieder.

Die Summe (ſ) wird nach §. 73. gefunden, wenn das erste und letzte Glied zusammen addirt, und die Summe mit der halben Zahl der Glieder multiplicirt wird; also ist

I. $ſ = \frac{(a + l)\,g}{2}$. Wir haben hier vier Größen: ſ, a, l, g, und können also, wenn drey gegeben oder bekannt sind, die vierte unbekannte finden. Nun wollen wir das erste Glied (a) aus dieser Gleichung suchen.

$ſ = \frac{(a + l)\,g}{2}$; also, nach dem VII. Grundsatze, auf beyden Seiten mit 2 multiplicirt:

$2ſ = (a + l)\,g$. Auf beyden Seiten nach dem VIII. Grundsatze mit g dividirt:

$\frac{2ſ}{g} = a + l$. Auf beyden Seiten nach dem VI. Grundsatze l abgezogen, kommt

II. $a = \frac{2ſ}{g} \div l$. Das heißt: Das erste Glied wird gefunden, wenn man die doppelte Summe durch die Zahl der Glieder theilt, und vom Quotienten das letzte Glied abzieht.

Die

Die folgenden Gleichungen sind nun daraus verständlich. $s = \frac{(a+l)\,g}{2}$ $= 2\,s = (a+l)\;g$; $\frac{2\,s}{g} = a + l$; also

III. $l = \frac{2\,s}{g} \div a$. Das heißt: Das letzte Glied wird gefunden, wenn die doppelte Summe durch die Zahl der Glieder getheilt, und vom Quotienten das erste Glied abgezogen wird. Ferner:

$$\frac{(a+l)\,g}{2} = s;\ (a+l)\,g = 2\,s$$

IV. $g = \frac{2\,s}{a+l}$. Das heißt: **Die Zahl der Glieder** wird gefunden, wenn man die doppelte Summe, durch die Summe des ersten und letzten Gliedes theilt.

Den Unterschied der Glieder, den wir hier nicht in die Gleichung brachten, lehrten wir schon oben (§. 73.) zu finden. Wir wollen sie hier noch zusammenstellen.

Formeln für die arithmetischen Reihen.

I. Es ist die Summe, $s = \frac{(a+l)\,g}{2}$

II. Das erste Glied $a = \frac{2\,s}{g} \div l$

III. Das letzte Glied $l = \frac{2\,s}{g} \div a$

IV. Die Zahl der Glieder $g = \frac{2\,s}{a+l}$

V. Der Unterschied $d = \frac{l \div a}{g \div 1}$

Da $s = \frac{(a+l)\,g}{2}$, so ist;

Multipl. mit 2

$2\,s = (a+l)\;g.$

Divid. durch g

$\frac{2\,s}{g} = a + l.$ Also a, oder l abgezogen, gibt Nr. II. und Nr. III. und aus: $\frac{2\,s}{g} = a + l$, folgt ($\times$ mit g)

$2\,s = (a+l) \times g$, u. dividirt durch $a+l$. $\frac{2\,s}{a+l} = g$. (Nr. IV.)

Es ist (§. 73.) $l = a + (g \div 1)\,d$; daher: $l \div a = (g \div 1)\,d$, und dividirt durch $g \div 1$. $\frac{l \div a}{g \div 1} = d$ (Nr. V.)

§. 76.

§. 76. **Erste Aufgabe.** In Nürnberg wurde eine Uhren-Lotterie von 400 Loosen und eben so viel Uhren-Gewinnsten errichtet. Jede Woche ward ein Loos gezogen, und der Inhaber desselben erhielt Eine Uhr, zu 40 Gulden gerechnet, als Gewinnst. Dafür hatte jeder, bis sein Loos herauskam, wöchentlich 12 Kreuzer (einen Zwölfer oder $\frac{1}{5}$ Gulden) zu bezahlen.

Es ist nun die Frage, wie viel diese Einlagen betragen, und ob die Unternehmer, welche 400 Uhren zu fl. 40, also für 16.00 Gulden Uhren lieferten, keinen Schaden hatten.

In der ersten Woche hatten alle beyzutragen; es gingen also 400 Zwölfer ein.

Derjenige, welcher die Uhr gewonnen, hatte nun nichts mehr zu zahlen; es gingen daher in der zweyten Woche nur 399, in der dritten nur 298 u. s. w. ein. In der 400sten Woche, der letzten Ziehung, war noch Ein Loos übrig, und der Besitzer desselben erhielt für einen Zwölfer die letzte Uhr. Wir haben also hier, um die Summe aller Einlagen zu finden, eine arithmetische Zahlenreihe zu addiren, deren erstes Glied 400, und das letzte 1 Zwölfer, und die Zahl der Einlagen oder der Glieder auch 400 ist.

Das erste Glied (400) zum letzten Glied (1) addirt (401), und mit der halben Zahl der Glieder $\left(\frac{400}{2} = 200\right)$ multiplicirt $(401 \times 200 = 80200)$, gibt nach oben die Summe der Reihe. Fünf Zwölfer betragen Einen Gulden; diese 80200 : 5 also 16040 Gulden.

Zweyte Aufgabe. Je tiefer man in die Erde gräbt, je beschwerlicher wird die Arbeit, und desto mehr muß bezahlt werden. Es lasse nun jemand einen Brunnen, 34 Fuß tief, graben, und bedinge für den Umfang des Brunnens, für den ersten Fuß in der Tiefe 48 Kreuzer, und für jeden folgenden Fuß einen Kreuzer mehr: es sey nun die Frage, wie viel hat derselbe für den letzten Fuß (fl. 1 . 21 kr.), und wie viel für das Ausgraben des ganzen Brunnens (fl. 36 33 kr.) zu zahlen?

Das

Das letzte Glied (hier der letzte oder 34igste Fuß des Brunnens) ist nach dem §. 73. gleich $a + gd \div d$. Es wird also gefunden, wenn die Zahl der Glieder ($g = 34$ Fuß) mit dem Unterschied ($d = 1$ Kreuzer) multiplicirt ($gd = 34 \times 1 = 34$) der Unterschied ($d = 1$ kr.), davon abgezogen ($34 \div 1 = 33$), und zu diesem Reste (33) das erste Glied ($a = 48$ kr.) addirt wird; also $33 + 48 = 81$ kr., oder fl. 1 . 21 kr. **der Lohn des letzten Fußes.**

Die Summe ist nach dem §. 75 gleich $\frac{ag + lg}{2}$ oder $= \frac{(a + l)\,g}{2}$, und wird also gefunden, wenn das erste (a) und letzte Glied (l), hier also 48 und 81 kr., addirt, mit der Zahl der Glieder ($g = 34$) multiplicirt, und das Product durch 2 getheilt wird; also: $48 + 81 = 129, \times 34 = 4386$. Diese getheilt durch $2 = 2193$ kr., oder fl. 36 . 33 kr. **für den ganzen Arbeitslohn.**

Dritte Aufgabe. Ein Kapitalist hat 12000 Gulden zu 5 vom Hundert verliehen, und von den eingehenden Zinsen verleihet er jährlich wieder 100 Gulden ebenfalls zu 5 Procent. Es ist die Frage, wie viel er in 12 Jahren an Zinsen eingenommen hat?

Im ersten Jahre nimmt derselbe also 600 Gulden an Zinsen ein. Da er nun von diesen wieder 100 Gulden ausleihet: so erhält er im zweyten Jahre 605; im dritten, da er wieder 100 mehr ausleihet, 610 u. s. w.

Es ist also hier das erste Glied der arithmetischen Reihe (a) 600; der Unterschied (d) 5, und die Zahl der Glieder (g) 12 (Jahre, in welchen die Zinsen fortlaufen). Nun ist nach dem 73. §. die Summe (s) gleich $\frac{2ag + ggd \div gd}{2}$; demnach, statt der Buchstaben die Zahlen gesetzt: $\frac{(2 \times 600 \times 12) + (12 \times 12 \times 5) \div (12 \times 5)}{2}$

$= \frac{14400 + 720 \div 60}{2} = \frac{14400 + 660}{2} = \frac{15060}{2} = 7530$ **Gulden**, als die Summe aller Zinsen.

Wollte man den Zins wissen, den er im letzten Jahre erhalten hatte, so findet man ihn nach dem 75. §., Nr. III., wo das letzte Glied l ist $= \frac{2s}{g} \div a$; also:

also: $\frac{2 \times 7530}{12} \div 600 = \frac{7530}{6} \div 600 = 1255 \div 600 = 655$ Gulden, die eingenommenen Zinsen des letzten (12ten) Jahres.

Von den geometrischen Proportionen, und der Regel Detri oder dem Dreysatze.

§. 77. In gleichen geometrischen Verhältnissen ist das erste Glied in dem zweyten so oft enthalten, als das dritte in dem vierten (§. 68.); denn dieß ist der Begriff dieses Verhältnisses. Wenn wir sagen: 12 verhält sich zu 4, wie 15 zu 5, so ist dieß richtig, denn sie geben beyde einerley Quotienten, hier **Exponent** genannt, 3; oder, wenn wir die Verhältnisse umkehren: $4 : 12 = 5 : 15$, so ist $\frac{1}{3}$ der Exponent. Das eine Glied jedes Verhältnisses läßt sich daher immer **als Product des andern in den Exponenten** darstellen. Statt $12 : 4$ können wir $4 \times 3 : 4$; statt $15 : 5$, $5 \times 3 : 5$; statt $4 : 12$, $5 : 15$, können wir $12 \times \frac{1}{3} : 12$; $15 \times \frac{1}{3} : 15$ setzen.

Oder allgemein: wenn wir in der Proportion $a : b = c : d$, den Exponenten $= e$ setzen, so können wir nach oben das erste Glied a durch be und das dritte Glied c durch de ausdrücken, und also statt $a : b = c : d$, setzen: $be : b = de : d$, wo e eine ganze Zahl oder ein Bruch seyn kann (wie oben 3 oder $\frac{1}{3}$). Betrachten wir nun diesen allgemeinen Ausdruck näher, so sehen wir, daß das **Product der beyden äußern Glieder, dem Product der mittlern gleich ist.** Denn ist $be : b = de : d$; so ist $be \times d = b \times de = bed = bed$.

Oder: $4 \times 3 : 4 = 5 \times 3 : 5$; so ist $(4 \times 3) \times 5 = (5 \times 3) \times 4$, also $60 = 60$.
Also wie oben: $12 : 4 = 15 : 5$; und $12 \times 5 = 4 \times 15$, also $60 = 60$.

§. 78. **Daraus folgt also, daß wir aus drey gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion, das vierte finden können.** In den Proportionen $a : b = c : d$; $12 : 4 = 15 : 5$ ist also $ad = bc$; daher $a = \frac{bc}{d}$

$d = \frac{bc}{a}$; $b = \frac{ad}{c}$; $c = \frac{ad}{b}$. Und $12 \times 5 = 4 \times 15$; daher $12 = \frac{4 \times 15}{5}$; $5 = \frac{4 \times 15}{12}$; $4 = \frac{12 \times 5}{15}$; $15 = \frac{12 \times 5}{4}$.

Es wird daher das erste Glied (a, 12) gefunden, wenn wir die beyden mittlern Glieder (b, c; 4, 15) mit einander multipliciren und das Product durch das vierte (d, 5) theilen: $a = \frac{bc}{d}$; $\frac{4 \times 15}{5} = 60 : 5 = 12$. **Das zweyte Glied** (b, 4) wird gefunden, wenn wir das erste und vierte (a, d; 12, 5) multipliciren und das Product durch das dritte (c, 15) theilen: $\frac{ad}{c} = b$; $\frac{12 \times 5}{15} = \frac{60}{15} = 4$. Eben so ist dann das dritte $c = \frac{ad}{b}$, und das vierte $d = \frac{bc}{a}$.

§. 79. Diese Regel, **aus drey gegebenen geometrischen Proportional-Zahlen die vierte zu finden**, hat im bürgerlichen Leben die häufigste Anwendung, und heißt **die Regel Detri, der Dreysatz, die goldne Regel.**

Wenn 100 Pfund 12 Gulden kosten, und wir sollen finden, wie viel man für 25 Pfund zu zahlen habe: so ist dieß eine geometrische Proportion, von welcher drey Glieder gegeben sind, und das vierte (die Anzahl Gulden) gesucht werden soll, zu welcher sich 12 (Gulden) eben so verhält, wie 100 zu 25; also: $100 : 25 = 12 : x = \frac{25 \times 12}{100} = \frac{25 \times 12}{25 \times 4} = \frac{12}{4} = 3$.

Sie wird gewöhnlich auch so gestellt: 100 lb. — 12 fl. — 25 lb., und ausgesprochen: 100 Pfund kosten 12 Gulden, was (kosten) 25 Pfund, wo dann das Glied, zu welchem das Verhältniß gesucht wird (12), mit dem Gliede, das in gleichem Verhältnisse, wie das zu suchende, mit dem andern gegebenen stehet, multiplicirt, und das Product durch jenes dividirt wird.

Die gleichnamigen Glieder (Pfund und Pfund) werden also an die Grenzen gestellt, und das Glied, zu welchem das Verhältniß gesucht wird, in die Mitte.

§. 80. **Nur gleiche Dinge lassen sich mit einander vergleichen**, wie hier Pfunde mit Pfunden, Gulden mit Gulden (S. 101). Indessen beziehen sich die 100 Pfund auf die 12 Gulden und die 25 Pfund auf die zu suchenden (3) Gulden. Dadurch läßt sich dann die Stellung und die Behandlung der Glieder leicht finden. Von den zwey gleichnamigen Gliedern (℔. und ℔.) kommt immer nach dieser zweyten Anordnung dasjenige links zu stehen und wird Divisor, welches sich auf das dritte, gegebene, bezieht; hier 12; denn 100 ℔. kosten 12 Gulden. Die andern zwey werden multiplicirt, oder sind die Factoren zum Product, das getheilt das vierte, gesuchte Glied, gibt: 12 × 25 : 100 = 3 (zwölf multiplicirt mit fünf und zwanzig, getheilt durch hundert, gleich drey).

§. 81. **Alle Rechnungs-Vortheile**, welche beym Multipliciren und Dividiren angewendet werden können, sind auch hier anzubringen.

So können wir den einen Factor (25) in den Divisor (100) theilen, und erhalten dann 4, als neuen Divisor des 12. Denn es ist $\frac{12 \times 25}{100} = \frac{12 \times 25}{4 \times 25} = \frac{12}{4} = 3$.

Oft ist es ein Vortheil, wenn wir suchen, **was vom dritten Gliede abgezogen oder dazu addirt werden muß, um das vierte zu erhalten.** Z. B. 4 ℔. kosten 12 Gulden, was 6 ℔.: 4 — 12 — 6.

Hier sehen wir, daß wenn die Hälfte von 4 (2) addirt wird, es gleich 6, also so groß, als das dritte Glied, werde. Wir dürfen daher auch zum Preis, 12, die Hälfte, 6, addiren, um den gesuchten Preis, 12 + 6 = 18, zu haben. Oder es wäre der Fall umgekehrt, und es hieße: 6 ℔. kosten 12 Gulden, wie viel kosten 4 ℔.: 6 — 12 — 4; so sehen wir, daß wenn ein Drittel von 6 abgezogen wird (6 ∸ 2 = 4) der Rest dem dritten Gliede gleich kommt; wir dürfen daher von dem Preis 12 nur ein Drittel (= 4) abziehen, um den gesuchten Preis (12 ∸ 4 = 8) zu haben. In unserm ersten Beyspiele: 100 — 12 — 25 hätten wir drey Viertheile von 100 abziehen müssen, um es 25 gleich zu machen;

also

also auch von 12. In diesem Fall siehet man aber eher, daß 25 ein Viertheil von hundert ist, und also auch der gesuchte Preis ein Viertheil von 12.

Proben der Regel Detri.

§. 82. Da in einer geometrischen Proportion das Product der beyden äussern Glieder, dem Producte der innern gleich ist: so gibt dieß ein Prüfungs-Mittel, ob das durch Rechnung gefundene vierte Glied, das richtige sey. In dem Beyspiele 6 ℔. — 12 fl. — 4 ℔., oder $6 : 4 = 12 : x$, haben wir 8 gefunden; es muß also $6 \times 8 = 4 \times 12$ einander gleich seyn, wenn die gefundenen 8 Gulden richtig seyn sollen.

Eine zweyte Probe können wir anstellen, wenn wir das gefundene Glied im Ansatz bringen, und ein gegebenes suchen. Wenn wir fragen: Da 4 ℔., 8 Gulden kosten sollen, wie viel kosten 6 ℔., oder $4 : 6 = 8 : \frac{6 \times 8}{4} = 12$; oder für 8 Gulden bekommt man 4 ℔., wie viel für 12 Gulden $= \frac{4 \times 12}{8} = 6$ ℔.; wo immer eine andere der Proportional-Größen gefunden wird.

Von den zusammengesetzten geometrischen Proportionen, der Regula quinque, und der Regula multiplex oder der Kettenregel.

§. 83. Es kommen oft bey Rechnungs-Aufgaben mehrere zusammengehörige Proportionen vor, welche einzeln durch die Regel Detri, und auch in Verbindung mit einander, aufgelöst werden können. Die Regel, welche sie verbunden aufzulösen angibt, heißt die **Kettenregel**, **Kettenrechnung**, oder Regula multiplex, eben weil mehrere Proportionen verbunden werden.

Sind es aber nur zwey **Proportionen**, oder fünf gegebene **Glieder**, **aus welchen das sechste gefunden werden** soll, so nennt man die Vorschrift zu dem Ansatze die Regula quinque, den Fünfsatz.

§. 84. Es sey die Frage, wie viel man von 400 Gulden in 30 Monaten Zinsen zu zahlen habe, wenn man für 100 Gulden in 12 Monaten 5 Gulden gibt.

Hier haben wir zwey Proportionen oder fünf gegebene Zahlen in geometrischem Verhältnisse, aus welchen die sechste gefunden werden soll.

Einzeln stehen sie also:

fl. fl. fl. — fl. fl. fl. fl.

$100 : 400 = 5 : \frac{400 \times 5}{100}$; oder: $100 — 5 — 400 = 20$

Monate. M. — Monate. fl. Monate.

$12 : 30 : \left(\frac{400 \times 5}{100} =\right) 20 : \frac{30 \times 20}{12}$ $\quad 12 — 20 — 30 = \frac{20 \times 30}{12} = \frac{5 \times 30}{3} = 50.$

In dem **ersten** Verhältnisse fanden wir die jährigen Zinsen für die gegebene Summe, indem wir sagten: Wie sich die Kapitale verhalten, so verhalten sich die Zinsen; oder für 100 erhalte ich in einem Jahre 5 Zinse, was für 400, kommen 20. Im **zweyten** Verhältnisse, oder in dem zweyten Dreysatze, sagten wir: Wie sich die Monate (die Zeiten) verhalten, so verhalten sich die Zinse: in 12 Monaten bekommen wir für das verliehene Kapital 20 Gulden Zinse, wie viel für 30 Monate, kommen 50 Gulden.

Allgemein, durch Buchstaben ausgedrückt, stehet die Rechnung also:

Es sey 100 = a; 400 = b; 5 = c; 12 = d; 30 = e: so verhält sich:

$$\left(100 : 400 = 5 : \frac{400 \times 5}{100}\right)$$

$$a : \quad b = c : \frac{bc}{a}; \text{ und dann:}$$

$$\left(12 : 30 = 20 : \frac{30 \times 20}{12}\right)$$

$$d : \quad e = \frac{bc}{a} : \frac{bce}{ad}.$$

Da das vierte Glied gefunden wird, wenn man die beyden mittlern multiplicirt, und das Product durch das erste dividirt (§. 78.): so ist dasselbe im ersten

sten Ansatze $\frac{bc}{a}$. Dieses wird nun in dem zweyten Verhältnißsatze das dritte. Wird dasselbe dann wieder mit dem zweyten Gliede (e) multiplicirt, so kommt bce : a, und mit dem ersten (d) dividirt: bce : ad, als das Gesuchte; also $(400 \times 5 \times 30) : (100 \times 12) = (4 \times 5 \times 5) : 2 = 2 \times 5 \times 5 = 50$. Oder mit Worten ausgedrückt heißt die gefundene allgemeine Regel zur Auflösung ähnlicher Aufgaben: **Man multiplicire das gegebene Capital (b) mit dem Zinsfuß (c) und der gegebenen Zahl der Monate (e), und dieses Product (bce) dividire man durch die Summe (a) und die Zeit (d), auf welche der Zinsfuß gestellt ist** (5, in 12 Monaten von 100): **so gibt der Quotient die gesuchten Zinsen.**

§. 85. Nach der Regel de quinque wird nun diese Aufgabe in einem Ansatze so gestellt:

Gulden 100	Procent	400 Gulden,
Monate 12	— 5 —	30 Monaten,

und ausgesprochen: 100 Gulden bringen in 12 Monaten 5 Procente; wie viel bringen 400 Gulden in 30 Monaten? wo dann durch das Product der zwey ersten Glieder $(100 \times 12 = 1200)$ das Product der übrigen $(5 \times 400 \times 30 = 60000)$ dividirt wird $(60000 : 1200 = 600 : 12 = 50)$.

§. 86. Wenn noch ein Verhältniß zu diesen fünfen hinzu kommt, so daß also sieben Glieder gegeben werden, um das achte zu finden: so heißt man die Art dieselben zu ordnen die Regula septem, die aber mit jener übereinkommt.

20 Arbeiter haben 15 Wochen, täglich 6 Stunden für den bedungenen Lohn von 1000 Gulden zu arbeiten: wie viel wird man zahlen müssen, wenn man 36 Arbeiter auf 4 Wochen, täglich 8 Stunden, dafür nimmt?

Dieß wäre dann, wie bey der Regel quinque, so zusammen zu stellen:

	20 Arbeiter		wie theuer
	arbeiten	für	36 Arbeiter
	15 Wochen	fl. 1000	4 Wochen, zu
täglich	6 Stunden		8 Stunden,

wo

wo dann $36 \times 4 \times 8 \times 1000 = 1152000$, als Dividend, und $20 \times 15 \times 6 = 1800$, als Divisor kommt, und $11520 : 18 = 3840 : 6 = 640$ Gulden die zu bezahlende Summe zum Quotienten gibt.

Durch Regel Detri-Sätze würde diese Aufgabe so gelöst werden:

20 Arbeiter erhalten fl. 1000, wie viel 36? Oder: $20 : 36 = 1000 : 1800$
kommen 1800 Gulden.

Für 15 Wochen Arbeit zahlt man 1800, was für 4 W.? $15 : 4 = 1800 : 480$
kommen 480 Gulden.

Bey 6 Stunden zahlt man fl. 480, was bey 8 St.? $6 : 8 = 480 : \frac{8 \times 480}{6}$
kommen 640 Gulden. kommen ebenfalls 640 fl.

§. 87. Mehrere Proportionen können dann ebenfalls einzeln, als so viel Regel Detri-Sätze, oder zusammen gezogen, berechnet werden, wo dann im letzten Fall der Ansatz die **Kettenrechnung**, oder **Kettenregel** heißt.

Es sey die Frage: Wie viel für 1000 Mark Hamburger Banco Geld, im 24 Guldenfuß in Nürnberg bezahlt werden müsse, wenn der Curs 145 ist; das heißt, wenn für 100 Thaler Hamburger Banco, 145 Thaler Corrent zu bezahlen sind?

Die Zwischenverhältnisse der Münzen zu einander, die hier bekannt seyn müssen, sind folgende:

1 Thaler Banco ist gleich 3 Mark Banco, in Hamburg; und in Nürnberg sind 2 Thaler Current gleich mit 3 Gulden Current, und 10 Gulden Current (im 20 Guldenfuß) gleich mit 12 Gulden in Münz, oder im 24 Guldenfuß.

Daraus ergeben sich dann für diese Aufgabe, die wir auf dreyerley Arten berechnen wollen, folgende Verhältnisse:

Der Hamburger Banco-Thaler zur Hamb. Banco-Mark, wie 1 zu 3;
Der Nürnberger Thaler Current zum Gulden Corrent, wie 2 : 3;
Der Nürnberger Gulden in Current, zum Gulden in Münz wie 10 : 12.

Nun

Nun ist die Frage: Was betragen 1000 Mark Hamburger Banco, in Gulden Münz zu Nürnberg.

Mark. Mark. Thlr. Hamb.

I. $3 : 1000 = 1$ zu $\frac{1000}{3}$, kommen $333\frac{1}{3}$ Thaler Hamburger Banco.

Thlr. H. B. T. H. B. Thlr Curr.

$100 : 333\frac{1}{3} = 145 : \frac{333\frac{1}{3} \times 145}{100} = 483\frac{1}{3}$ Thaler Current.

Thlr Curr. T. C. GuldenCurr GuldenCurrent

$2 : 483\frac{1}{3} = 3 : \frac{483\frac{1}{3} \times 3}{2} = 725$ Gulden Current.

Guld Curr. G. C. fl. Münz.

$10 : 725 = 12 : \frac{725 \times 12}{10} = 870$ Gulden in Münz, oder im vier und zwanzig Guldenfuß, als die gesuchte Summe.

Diese Aufgabe wurde also hier durch einzelne Proportionen, oder Regel Detri-Sätze aufgelöst. Wir sagten: wie sich 3 Mark zu 1000 Mark verhalten, so verhält sich 1 Thaler Banko zu (die zwey mittlern Glieder) 1000 und 1 mit einander multiplicirt ($1000 \times 1 = 1000$) und mit dem ersten Gliede (3) dividirt ($1000 : 3$) gibt das vierte ($333\frac{1}{3}$ Thaler Hamburger Banco). Oder auf die gemeine Weise: 3 Mark betragen 1 Thaler Banko, was 1000 Mark.

Nun sagen wir ferner:

Wie sich 100 Thaler Hamb. Banco zu den gefundenen $333\frac{1}{3}$ Thaler Hamb. B. verhalten, so verhalten sich 145 Thaler Current zu den zu suchenden Thalern Current. Diese werden gefunden, wenn die zwey mittlern Glieder ($333\frac{1}{3}$ mit 145) multiplicirt (kommen $48333\frac{1}{3}$) und mit dem ersten Gliede (100) dividirt werden, welches dann ($48333\frac{1}{3} : 100 =$) $483\frac{1}{3}$ Thaler Current beträgt. Oder wir sagen:

100 Thaler Hamb. Banko betragen 145 Thaler Current, wie viel betragen $333\frac{1}{3}$ Thaler Hamb. Banco,

wo dann das Product der beyden letzten Sätze, mit dem ersten dividirt, $483\frac{1}{3}$ als das Gesuchte gibt. Nun folgt das fernere Verhältniß der Thaler Current zu den Gulden Current.

Wir sagen: wie sich verhalten 2 Thaler Current zu den eben gefundenen $483\frac{1}{3}$ Thaler Current: so verhalten sich 3 Gulden Current (so viel betragen 2 Thaler Curr.) zu den zu suchenden Gulden Current. Diese sind dann $483\frac{1}{3} \times 3$ getheilt durch $2 = 1450 : 2 = 725$ Gulden Current. Oder also angesetzt:

2 Thaler Current sind gleich oder eben so viel als 3 Gulden Current, wie viel sind oder betragen $483\frac{1}{3}$ Thaler Current: kommen $\frac{483\frac{1}{3} \times 3}{2}$ Gulden Current.

Nun ist noch das letzte Verhältniß zu berechnen: die Zahl, welche sich zu 12 Gulden Münz so verhält, wie 10 zu 725. Oder wir sagen: 10 Gulden Current sind so viel als 12 Gulden in Münz, wie viel 725 Gulden Current: 10 Curr. — 12 Mz. — 725 Curr., kommen dann, wenn wir 725 mit 12 multipliciren und mit 10 dividiren, 870 Gulden Münz. Nach der zweyten Anordnung also:

II. 3 Mark — 1 Thaler Hamb. B. — 1000 Mark $= \frac{1000 \times 1}{3} = 333\frac{1}{3}$ Thaler H. B.

100 Thal. H. B. — 145 Thal. Curr. — $333\frac{1}{3}$ Thal. H. B. $= \frac{145 \times 333\frac{1}{3}}{100} = 145 \times 3\frac{1}{3}$ *) $= 483\frac{1}{3}$ Thaler Curr.

2 Thal. Curr. — 3 Gulden Curr. — $483\frac{1}{3}$ Thal. Curr. $= \frac{483\frac{1}{3} \times 3}{2} = 725$ Guld. Curr.

10 Guld. Curr. — 12 Guld. Münz — 725 Guld. Curr. $= \frac{725 \times 12}{10} = 870$ Gulden in Münz.

§. 88. Nun wollen wir einen dritten Ansatz, den der Kettenregel, gleich dazu stellen, um ihn damit vergleichen zu können. Die Frage ist: Wie viel betragen 1000 Mark Banko in Gulden Münz.

III.

*) $333\frac{1}{3}$ getheilt durch 100 ist $= 3\frac{1}{3}$; und es ist gleich viel, ob wir das Product, oder einen der Factoren theilen.

III. Was betragen 1000 Mark Banco in Gulden Münz?

3 Mark Banco	=	1 Thaler Banco in Hamburg.
100 Thaler Banco	=	145 Thaler Current.
2 Thaler Curr. in N.	=	3 Gulden Current.
10 Guld. Curr. in N.	=	12 Gulden Münz.

Vergleichen wir diesen dritten Ansatz mit dem ersten und zweyten, so finden wir, daß

1) voran (links) alle die Zahlen stehen, oder die erste Reihe bilden, welche auch in den andern Ansätzen voran stehen und die Divisoren waren: nämlich 3, 100, 2, 10; mit allen diesen Zahlen dividirten wir einzeln.

2) Daß in der zweyten Reihe, oder rechts, alle die Zahlen stehen, welche in dem ersten Ansatze die dritten Glieder, oder in dem andern Ansatze die zweyten Glieder bildeten: nämlich 1, 145, 3, 12, ausgenommen die Zahl 1000 (Banco Mark), eben die, deren Werth in einem andern Ausdrucke (1000 B. Mk. in Gulden Münz) gefunden werden soll, und die in jenen Sätzen in einer der andern Reihen stehet. Werden nun diese 1000 im dritten Ansatze mit 1, 145, 3, 12 multiplicirt und das Product durch das Product von 3, 100, 2, 10 dividirt: so erhalten wir durch Eine Theilung die gesuchte Zahl, während in den andern Ansätzen die Glieder einzeln multiplicirt und dividirt wurden, und der gefundene Quotient ($333\frac{1}{3}$, $483\frac{1}{3}$, 725) immer in das nächstfolgende Glied eintrat. Der Erfolg mußte also in allen Ansätzen derselbe seyn.

3) Finden wir im Kettensatze die Zwischenverhältnisse (Gleichungen) so geordnet, daß die gegebene benannte Zahl (1000 Mark Banco), deren Werth in einer andern benannten (in Gulden Münz) gefunden werden soll, die Reihe (der Dividenden) rechts anfängt, und der Name der benannten, die gefunden werden soll, die Reihe, auf eben derselben Seite, rechts, schließt. Oben stehet Banco Mark, das Gegebene; unten, Gulden Münz, das Gesuchte.

Ferner: Daß der Name der benannten Zahl, mit der wir rechts die Reihe anfingen (Mark B.), auch in der nächsten links vorkommt, und ferner alle die Namen, welche auf der rechten Seite vorkommen, auch auf der folgenden linken stehen, bis auf die zuletzt stehende benannte Zahl, in welche die erste verwandelt werden soll.

Dadurch wird nun die Anordnung des Kettensatzes sehr leicht und gleichsam mechanisch. Es war hier die Frage, wie viel 1000 Mark B. in Gulden Münz betragen. Jener Name stehet rechts zuerst, dieser zu unterst. Das erste Glied rechts heißt Banco Mark, das erste links also auch Banco Mark, und wir haben nun auf die benannte Zahl zu sehen, welche zu dieser im Verhältniß stehet, und diese ist: **Thaler Banco**. Der Name dieses Gliedes der rechten Reihe, wird nun wieder der Name des nächsten Gliedes der linken ꝛc.

Die Namen stehen dann also:

		1000 **Mark Banco**	wie viel in
. . Mark Banco	=	. . Thaler Banco	
. . Thaler Banco	=	. . Thaler Curr.	
. . Thaler Current	=	. . Gulden Curr.	
. . Gulden Curr.	=	. . Guld. Münz?	

§. 89. Nun wollen wir noch den ersten und zweyten Ansatz in Proportionen, durch Buchstaben, also allgemein, ausdrücken. Dadurch können wir die Richtigkeit des Verfahrens der Kettenrechnung, alle Glieder der rechten Reihe, und alle Glieder der linken Reihe zu multipliciren, und das Product jener durch das Product dieser zu theilen, anschaulich machen, und uns von der Wichtigkeit der Buchstabenrechnung, an welche wir uns schon gewöhnen müssen, um allgemeine Regeln zu finden, überzeugen.

Es sey: 3 Banco Mark = a	1000 Banco Mark = e
100 Thaler Banco = b	1 Thaler Banco = f
2 Thaler Current = c	145 Thaler Current = g
10 Gulden Current = d	3 Gulden Current = h
	12 Gulden Münz = i.

Nun

Nun war der erste Ansatz:

3 Mark B. : 1000 M. B. = 1 Thal. B. : $\frac{1000}{3}$ = $333\frac{1}{3}$ Thaler Banco.

Also: $a : e = f : \frac{ef}{a}$.

100 Thal. B. : $333\frac{1}{3}$ Thal. B. = 145 Thal. Curr. : $\frac{333\frac{1}{3} \times 145}{100}$ = $483\frac{1}{3}$ T. Curr.

Also: $b : \frac{ef}{a} = g : \frac{efg}{ab}$.

2 T. Curr. : $483\frac{1}{3}$ T. C. = 3 Guld. Curr. : $\frac{483\frac{1}{3} \times 3}{2}$ = 725 G. Curr.

Also: $c : \frac{efg}{ab} = h : \frac{efgh}{abc}$.

10 Guld. Curr. : 725 G. Curr. = 12 Guld. Münz : $\frac{725 \times 12}{10}$ = 870 Guld. Münz.

Also: d verhält sich zu $\frac{efgh}{abc}$ wie i, zu $\frac{efghi}{abcd}$.

Der zweyte Ansatz stände in Buchstaben und Ziffern also:

$$a : f = e : \frac{ef}{a}; \qquad 3 — 1 — 1000 = \frac{1000 \times .1}{3}$$

$$b : g = \frac{ef}{a} : \frac{efg}{ab}; \qquad 100 — 145 — \frac{1000.1}{3} = \frac{1000 \times 1. \times 145}{3 \times 100}.$$

$$c : h = \frac{efg}{ab} : \frac{efgh}{abc}. \qquad 2 — 3 — \frac{1000.1.145}{3 \times 100} = \frac{1000.1.145.3.}{3.100.2}.$$

$$d : i = \frac{efgh}{abc} : \frac{efghi}{abcd}. \qquad 10 — 12 — \frac{1000.1.145.3}{3.100.2} = \frac{1000.1.145.3.12}{3.100.2.10}$$

Hier sehen wir auch in Ziffern, wie die gesuchte Zahl entstand, oder wie sie sich gebildet hat; wir sehen, daß das Product aller Zahlen, die im dritten Ansatze der Kettenrechnung links stehen, den Divisor, und alle die rechts stehen, multiplicirt, den Dividenden geben. Wir überblicken auch leicht die Rechnungsvortheile, welche der Kettenansatz darbietet; denn aus $\frac{1000 \times 1 \times 145 \times 3 \times 12}{3 \times 100 \times 2 \times 10}$. sehen wir, daß sich die Divisoren 100 × 10, gegen den Dividenden 1000 heben, und also gleich aus der Rechnung wegbleiben können. Eben so hebt sich der Di-

 visor

visor 3 gegen den Dividenden 3, und wir haben dann, da 1 im multipliciren nichts verändert: $\frac{145 \times 12}{2}$. Da sich nun auch 12 durch 2 theilen läßt: so bleibt $145 \times 6 = 870$.

Probe der Kettenrechnung.

§. 190. Ob man richtig verfahren habe, läßt sich eben so finden, wie bey der Regel Detri gezeigt wurde:

Wir setzen das Gefundene (Gulden in Münz) an die Stelle des Gegebenen (Mark Banco) und suchen oder berechnen durch Umkehrung der Verhältnisse des Gegebenen. Hier heißt es dann also:

Wie viel betragen . . . . 870 Gulden Münz, in Banco Mark, wenn

12 Gulden Münz sind	=	10 Gulden Current
3 Gulden Current	=	2 Thaler Current
145 Thaler Current	=	100 Thaler Banco
1 Thaler Banco	=	3 Mark Banco

Also: Getheilt durch: $\frac{870 \times 10 \times 2 \times 100 \times 3}{12 \times 3 \times 145 \times 1} = \frac{870 \times 10 \times 100}{6 \times 145} = \frac{145 \times 1000}{145} = 1000$ Mark Banco.

Man siehet, daß sich hier 3 im Dividenden, gegen 3 im Divisor hob; eben so ließ 2 zu 12 im Divisor noch 6, und diese durch 870 getheilt, gibt 145 als Dividenden, welche sich mit eben dieser Zahl im Divisor ausgleicht, und 1000 als Quotienten übrig läßt.

Von den zusammengesetzten geometrischen Proportionen, welche in umgekehrtem Verhältnisse stehen:

Der Regula de tri conversa, der Regula quinque conversa.

§. 91. Nicht immer stehen die Größen zu einander in geraden Verhältnissen, so daß beyde auf einerley Art ab- oder zunehmen, und wenn also die eine mit so viel multiplicirt oder dividirt wird, auch die andere mit so viel multiplicirt oder dividirt werden müsse.

Wenn 6 Menschen mit 10 Simmer Getreide auf ein Jahr ausreichen, so brauchen dreymal so viel Menschen (18) auch dreymal so viel, also 30 Simmer. Die Zahl der Menschen stehen zu der erforderlichen Masse Getreides im geraden Verhältnisse: 6 : 18 wie 10 : 30.

Oder nach der Regel quinque angesetzt:

6 Menschen gebrauchen in 1 Jahr } 10 Simmer { wie viel 18 Menschen in 1 Jahr

$$= \frac{10 \times 18}{6} = 30 \text{ Simmer.}$$

Oder, wenn wir fragen, wie viel 6 Menschen für 3 Jahre gebrauchen, wenn sie in einem Jahr mit 10 Simmer ausreichen: so brauchen sie dreymal so viel; denn es verhalten sich im geraden Verhältniß: 1 Jahr zu 3 Jahr, wie 10 Simmer zu 30 Simmer. Nach der Regel quinque geordnet:

6 Menschen gebrauchen in 1 Jahr } 10 Simmer { wie viel 6 Menschen in 3 Jahren.

$$\text{Also } \frac{10 \times 6 \times 3}{6} = 10 \times 3 = 30 \text{ Simmer.}$$

Wenn wir aber fragen, wie lange 18 Menschen mit 10 Simmer ausreichen, wenn es für 6 auf ein Jahr zulangt, und setzen dieß so:

6 Men-

6 Menschen haben mit jener Masse auf 1 Jahr genug, auf wie lange 18 Menschen, so käme: . . . $\frac{18}{6} = 3$ Jahre. Oder:

6 Menschen haben genug mit 10 Simmer } auf 1 Jahr { auf wie viel Jahre 18 Menschen mit 10 Simmer:

kommen $\frac{18 \times 10}{6 \times 10} = 3$ Jahre, wie wir dieß im geraden Verhältnisse hier ansetzten.

Dieß ist nun nicht möglich; denn vorausgesetzt, daß alle gleich viel essen wollen, kann eine gleiche Menge Getreide, welche für 6 Menschen auf ein Jahr ausreicht, für 18 nicht auch auf ein Jahr ausreichen, wie viel weniger auf 3 Jahre.

Betrachten wir aber obige Angaben näher, so finden wir, daß sie nicht in geraden, sondern in **umgekehrten** Verhältnissen zu einander stehen. Denn eine Masse Getreide reicht nicht um so länger zu, jemehr Menschen davon zehren, sondern immer **kürzere Zeit, jemehr Menschen davon leben.** Also konnten wir oben nicht setzen:

6 Menschen : 18 Menschen, wie 1 zu 3 Jahre, sondern umgekehrt:

18 : 6 = 1 : $\frac{1}{3}$ Jahr. Sie reichen also nur auf $\frac{1}{3}$ Jahr oder 4 Monate.

§. 92. **Proportionen stehen also in umgekehrtem Verhältnisse, wenn die Glieder der einen Art in dem Grade zunehmen, wie die Glieder der andern abnehmen.**

Je mehr Menschen von einer bestimmten Masse Getreide zehren wollen, nicht desto längere, sondern **desto kürzere** Zeit reicht sie hin.

Im geraden Verhältnisse stehen:

1. **Die Anzahl der Menschen mit der Menge der Lebensmittel, oder die Dauer der Zeit mit der Menge.**

6 mal so viel Menschen erfordern 6 mal so viel Lebensmittel. Wenn eine Masse auf ein Jahr hinreicht, so brauchen wir auf 6 Jahre sechs solcher Massen.

In umgekehrtem Verhältnisse stehen:

1. **Die Anzahl der Menschen mit der Dauer des Vorraths der Lebensmittel.**

Wie wir eben zeigten, können wir nicht sagen, je mehr Menschen von einem Laib Brod essen, desto länger reicht derselbe zu.

2. Die

2. **Die Länge der Zeit, oder die Anzahl der Arbeiter, mit der Größe der Arbeit.**

Wenn 2 Arbeiter in einem Tage eine Mauer 10 Schuhe lang aufführen können: so werden 6 Arbeiter, also 3 mal so viel, auch 3 mal 10 = 30 Schuh zu stande bringen. Eben so viel auch 3 mal so viel = 6 Arbeiter in einem Tage.

3. **Die Größe der Ursachen mit der Größe der Wirkungen, oder die Zeiten mit den Wirkungen.**

Dieß sagt eigentlich dasselbe, was Nr. 2. Indessen muß die Größe der Ursache oder Kraft, den Grad der Wirkung verändern können. Z. B. 2 Pferde ziehen 20 Zentner, so können 6 Pferde 60 Zentner ziehen. Wenn ich aber in einem Tag mit 2 Pferden 20 Stunden weit fahren kann, so kann ich mit 6 Pferden nicht 60 Stunden weit kommen. Hier wird die Wirkung durch die Menge nicht vermehrt. — Wenn ich von 100 Gulden in einem Jahre 5 Gulden Zins bekomme, so muß ich in 6 Jahren 30 Gulden erhalten. Oder, was eben dasselbe ist:

2. **Die Zahl der Arbeiter, umgekehrt mit der Zeit der Arbeit; oder allgemeiner: Die Größe der Kraft mit der Dauer der Wirkung.**

Je mehr Arbeiter zur Hervorbringung irgend eines Products, z. B. zur Erbauung eines Hauses angestellt sind, nicht desto längere, sondern desto **kürzere** Zeit brauchen sie dazu.

3. **Die Geschwindigkeiten mit den Zeiten, in welchen einerley Weg zurückgelegt wird.**

Wenn A, um von Nürnberg nach Leipzig zu kommen, 4 Tage, B aber 8 Tage braucht: so verhält sich die Geschwindigkeit des A zur Geschwindigkeit des B nicht wie 4 zu 8, sondern, umgekehrt, wie 8 zu 4; sie ist nicht noch einmal so groß, sie ist nur ein halb mal so groß.

4) Die

4. **Die Masse, Schwere, Anzahl der Waaren mit ihren Preisen; die Menge fruchtbringender Dinge mit ihrem Ertrage; die Größe des Capitals mit den Zinsen.**

Wenn wir von 100 Gulden fünf Gulden Zins bekommen, so erhalten wir von 600, sechs mal so viel. Eben so wenn 1 Pfund 2 Gulden kostet, so kosten 6 Pfund sechs mal 2 Gulden. Ferner die Zahl der Arbeiter, mit der Größe des Lohns; und die Länge der Zeit der Arbeit, zu demselben. So viel mal mehr Arbeiter, so viel mal mehr Lohn; so viel Tage einer arbeitet, so viel mal den Tageslohn.

4. **Die Längen zweyer Flächen, die gleich groß sind, aber verschiedene Breiten haben.**

Je breiter ein Tuch ist, nicht desto mehr braucht man um gleich viel zu einem Kleide zu haben, sondern desto weniger. Wenn wir von sechs Viertel breitem Tuche 4 Ellen nöthig haben, wie viel von 8 Viertel breiten? Im geraden Verhältniß: von $\frac{6}{4}$ gebrauche ich 4 Ellen, was von $\frac{8}{4}$, kämen $5\frac{1}{3}$ des breitern Tuches, was unmöglich wäre. Umgekehrt, die Breiten zu den Längen, also: $8 : 6 = 4 : x$, kommen 3 Ellen vom breitern, und diese haben nun mit jenen 4 Ellen gleich viel Fläche; denn 4 mal 6 Viertel gibt 24, und 3 mal 8 Viertel, ebenfalls 24 Viertel Ellen.

§. 93. Hierher, zur Lehre der Proportionen, gehört noch:

Die Theilung einer Zahl nach bestimmten Verhältnissen.

Sollen wir 180 in 3 gleiche Theile theilen, so ist ein Theil $\frac{180}{3} = 60$, und wir schließen so: Wie sich 3 zu 1 verhält, so verhält sich das Ganze (die zu theilenden 180) zu den gesuchten Theil; also $3 : 1 = 180 : x = \frac{180 \times 1}{3}$; oder drey Theile betragen 180, was beträgt 1 Theil.

Eben so wird verfahren, wenn das Ganze in ungleiche Theile zerlegt werden soll. Es sollen 180 Gulden so getheilt werden, daß sich die einzelnen Theile verhalten wie 1, 2, 3; oder daß, wenn A. 1 Gulden erhält, B. 2 mal, C. 3 mal

so

so viel erhalte als A. Es sollen sich also $1 + 2 + 3 = 6$ zu 1, zu 2, zu 3 (also das Ganze der Theilungs-Verhältnisse zu den einzelnen Verhältnissen) verhalten, wie 180 zu den einzelnen gesuchten Antheilen.

$$\text{Daher: } 6 : 1 = 180 : \frac{180 \times 1}{6} = 30,$$

$$6 : 2 = 180 : \frac{180 \times 2}{6} = 60,$$

$$6 : 3 = 180 : \frac{180 \times 3}{6} = 90.$$

Man siehet, daß die Summe dieser Theile wieder 180, das Ganze, ausmachen, der zweyte Theil 2 mal, und der dritte 3 mal so groß ist, als der erste, wie es die Verhältnisse fordern.

Da die Summe der Theilungs-Verhältnisse gleich 6 ist, und A 1, B 2, C 3 Theile Antheil hat: so bekommt A vom Ganzen (180) $\frac{1}{6}$, B $\frac{2}{6}$, C $\frac{3}{6} = \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ von 180.

Theilungen nach solchen Verhältnissen kommen bey Handelsgesellschaften, Vermächtnissen, Vermischungsrechnungen ꝛc. vor.

§. 94. Solche Theilungs-Verhältnisse werden auf verschiedene, oft sprachwidrige, Art angegeben. Z. B. man soll 180 so theilen, daß A $\frac{3}{4}$, B $\frac{1}{2}$, C $\frac{1}{3}$ bekomme. Dieß ist nun nicht so zu verstehen, daß A $\frac{3}{4}$ von 180 haben soll, denn dann bliebe nur noch $\frac{1}{4}$ übrig, und B könnte kein halb, und C gar nichts bekommen: sondern: Man soll 180 so vertheilen, daß sich die Theile zu einander verhalten wie $\frac{3}{4}$ zu $\frac{1}{2}$, zu $\frac{1}{3}$; oder wenn wir diese Brüche auf ganze Zahlen bringen, etwa, wenn wir sie mit 12 multipliciren, wie 9, zu 6, zu 4.

Addiren wir nun jene Brüche oder diese ganzen Zahlen, und verfahren wie oben: so heißt es dann:

$19 : 9 = 180 : \frac{180 \times 9}{19} = 85\frac{5}{19}$ Oder $1\frac{7}{12} : \frac{3}{4} = 180 : \frac{180 \times \frac{3}{4}}{1\frac{7}{12}}$

$19 : 6 = 180 : \frac{180 \times 6}{19} = 56\frac{16}{19}$ $\qquad 1\frac{7}{12} : \frac{1}{2} = 180 : \frac{180 \times \frac{1}{2}}{1\frac{7}{12}}$

$19 : 4 = 180 : \frac{180 \times 4}{19} = 37\frac{17}{19}$ $\qquad 1\frac{7}{12} : \frac{1}{3} = 180 : \frac{180 \times \frac{1}{3}}{1\frac{7}{12}}$

Das Ganze wieder $= 178\frac{38}{19} = 180$.

Und wir sehen, daß dieß recht seyn müsse; denn B soll 6 Theile bekommen und A 9 Theile. Diese sind also noch halb so viel, als die 6 Theile des B.

Addiren wir nun zu den 6 Theilen des B $= 56\frac{16}{19}$
die Hälfte $= 28\frac{8}{19}$
so sind die 9 Theile des A $= 85\frac{5}{19}$, wie wir gefunden haben.

Die 4 Theile des C sind . . . . . . $= 37\frac{17}{19}$
Die 6 Theile des B, also noch halb so viel $= 18\frac{18}{19}$
kommen $56\frac{16}{19}$, eben so, wie wir oben gefunden haben.

§. 95. Die Mischung verschiedener Bestandtheile, in gegebenen Verhältnissen, lassen sich dann auf eben diese Art finden. Zu einer guten Tinte nimmt man 3 Theile Galläpfel, 1 Theil Eisen-Vitriol und $\frac{1}{4}$ Theil Gummi; oder, was dasselbe Verhältniß ist, in ganzen Zahlen: 12, 4, 1. Es sey die Frage, wie viel man von jedem dieser Bestandtheile nehmen müsse, um 100 Pfund Tintenpulver zu bekommen.

Zu 17 Theilen *) oder Pfunden nehmen wir 12 Galläpfel, wie viel zu 100 ℔
$= 1200 : 17 = 70\frac{10}{17}$ ℔ Galläpfel.
Zu 17 — 4 — 100 $= \frac{400}{17} = 23\frac{9}{17}$ ℔ Vitriol.
Zu 17 — 1 — 100 $= \frac{100}{17} = 5\frac{15}{17}$ ℔ Gummi.

Sind zusammen 100 ℔.

Da

*) Oder, 17 Theile der Mischung erfordern 12 Theile Gallus, wie viel erfordern 100 T. der Mischung? Und: in 17 sind 4 T. Vitriol, wie viel müssen dann in 100 Theilen seyn? ꝛc.

Da wir sehen, daß das 4fache von $5\frac{15}{17} = 23\frac{9}{17}$ ist (der Vitriol das 4fache vom Gummi): so begreifen wir, daß auch $70\frac{10}{17}$ für den Gallus richtig seyn müsse, weil das Ganze 100 ℔ beträgt, und jene zwey Antheile von 100 abgezogen den dritten geben muß. $23\frac{9}{17} + 5\frac{15}{17} = 29\frac{7}{17}$. Diese ab von 100, bleiben $70\frac{10}{17}$ für den Gallus.

Zweyte Abtheilung.

Das Rechnen in der Anwendung.

Gegenstände des Rechnens, und wodurch sie bestimmt werden.

§. 96. Die bisher entwickelten Lehren der Rechenkunst wollen wir nun auf bestimmte Fälle und Gegenstände des bürgerlichen Lebens anwenden.

Die vorzüglichsten Gegenstände, auf welche diese täglich angewendet wird, sind **Geld** und **Waaren**.

Die Waaren werden unter sich bestimmt durch die **Zahl**, als: **Stücke**, **Dutzend** (12 Stücke), **Gros** (12 Dutzend = 144 Stück), **Decher** (10 Stücke), **Zimmer** (4 Decher = 40 Stücke), **Großes Tausend** (= 5 Ringe = 20 Schock = 60 Stiege = 1200 Stück), **Großes Hundert** (= 2 Schock = 6 Stiege = 120 Stücke), **Ring** (= 4 Schock = 240 Stücke), **Schock** (= 60 Stücke), **Stiege** (20 Stück), **Ballen** (Papier) (= 10 Ries, 1 **Ries** = 20 Buch, 1 **Buch** = 25 Bogen Druckpapier und 24 Bogen in Schreibpapier) u. s. w.

Ferner werden die Waaren bestimmt nach ihrer **Schwere** durch die **Gewichte**, welche viele Namen und vielerley abweichende Unterabtheilungen haben. Da

Da gibt es **Lasten**, **Schiffs-**, **Commerzlasten**, **Tonnen**, **Schiffspfunde**, **Saum**, **Zentner** (nicht immer in 100 Pfunde oder Theile desselben Gewichts getheilt, sondern auch oft 104, 108, 110, 112, 116, 132 rc. enthaltend), **Pfunde**, **Mark**, **Lothe**, **Unzen**, **Karate**, **Grane**, **Assen**, **Richtpfennige** u. s. w., wie aus unserer „**Neuesten Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde**" zu ersehen ist.

Ferner werden die Waaren bestimmt: durch die **Länge**, dazu: die **Elle**, die **Ruthe**, die **Lachter**, der **Schuh**, oder **Fuß**, der **Meter**, der **Zoll** rc.

Endlich werden die Waaren bestimmt durch die **Körper-** oder **Inhalts-Maße**, **Cubik-Maße**, als für flüssige: **Fuder**, **Tonne**, **Ohm**, **Eimer**, **Anker**, **Saum**, **Maß**, **Kanne** rc.

Für **trockene** Waaren: **Scheffel**, **Simmer**, **Strich**, **Himte**, **Malter**, **Zuber**, **Metze**, **Maß**, **Becher**, **Mütt** rc.

Durch die Größe, Schwere und Zahl dieser Maße und Gewichte wird nun der Werth der Waaren, die durch sie gemessen oder gewogen werden, bestimmt.

Wenn der Zentner eines Ortes ein Fünftheil schwerer ist, als der Zentner eines andern Ortes: so ist auch der Preis einerley Waare, die mit jenem Zentner gewogen wird, ein Fünftheil mehr werth, als ein Zentner von diesem, und wenn eine Waare nach diesem Zentner 10 kostet, so ist sie nach jenem 12 werth ($1 : 1\frac{1}{5} = 10 : 10 \times 1\frac{1}{5} = 12$). Diese Verschiedenheit der Maße und Gewichte macht also die **Vergleichung** derselben nothwendig.

§. 97. Zu dem Werthe einer Waare nach dem Gewichte und der Größe oder Zahl, kommt nun noch ein zweyter Werth, der ihrer **Beschaffenheit** oder **Güte**, der sich nicht messen noch wiegen läßt.

Beyde werden nun durch das **Geld** bestimmt, und das, was man im Gelde von Zeit zu Zeit für ein bekanntes Gewicht oder Maß von einer Waare nach ihrer Güte gibt, heißt ihr **Preis**, **Marktpreis**.

Wie

Wie es vielerley Maße und Gewichte gibt, so gibt es auch vielerley Geld, und die Werthe desselben müssen wieder unter sich verglichen werden.

Wir haben also bey Berechnungen der Waaren zweyerley Vergleichungen anzustellen: die **Vergleichung der Maße oder Gewichte zu einander**, und die **Vergleichung der Gelder zu einander.**

Wir wollen nun zuerst diese Vergleichungen einzeln anstellen, und sie dann vereinigt vortragen.

Vergleichung der Maße und Gewichte.

§. 98. Wir wollen folgende Verhältnisse der Gewichte näher untersuchen: Es seyen *)

100 ℔ Amsterdamer Gewicht gleich mit 88 ℔ Baierischen oder Wiener, mit 99 ℔ Bremer, mit 102 ℔ Hamburger.

Dieß heißt also: 102 ℔ Hamburger sind eben so schwer als 88 Baierische, und diese und jene eben so schwer als 99 Bremer ꝛc.

Wenn 100 Amsterdamer Pfunde gleich sind 88 Wiener: so ist 1 ℔ Amsterdamer gleich $\frac{88}{100} = \frac{22}{25}$ ℔. Wiener. Oder: $\frac{25}{25} \div \frac{22}{25} = 1 \div \frac{3}{25} = 1 \div \frac{12}{100}$; also gleich 1 Pfund Wiener weniger 12 Procent. Und nach diesem Verhältnisse ist dann 1 ℔ **Wiener** $= \frac{100}{88} = 1\,\frac{12}{88} = 1\frac{3}{22}$ ℔ Amsterdamer. Man hat also zu den Wiener Pfunden noch 3 Zwey und zwanzigstel zu addiren, um die Amsterdamer Pfunde zu haben. $\frac{3}{22}$ sind $\frac{2}{22} + \frac{1}{22}$; also $\frac{1}{11}$ und $\frac{1}{2}$ Eilftel.

Diese Verhältnisse werden nach der Regel Detri also geordnet:

1)

---

*) Man sehe unsere Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde.

A. A. W. W.

1) 100 ℔ Amsterdamer wiegen 88 ℔ Wiener. Oder $100 : 1 = 88 : \frac{88}{100}$, was wiegt 1 ℔ Amsterdamer $= \frac{88}{100} = \frac{22}{25}$ ℔ Wiener.

W. W. A. A.

2) 88 ℔ Wiener, geben 100 ℔ Amsterdamer, was 1 ℔ Wiener? Oder $88 : 1 = 100 : \frac{100}{88}$, kommen $\frac{100}{88} = 1\frac{12}{88} = 1\frac{3}{22}$ ℔ Amsterdamer.

Aus diesem wird begreiflich seyn, daß nach obigen Verhältnissen die einzelnen **Pfunde** oder die **Einheiten** sich zu den andern also verhalten werden:

Es sey

	Amsterdamer.	Wiener.	Bremer.	Hamburger.
I.	100 ℔	= 88	= 99	= 102 ℔.
Also:	1 ℔	$= \frac{88}{100} = \frac{22}{25}$	$= \frac{99}{100} = 1 \div \frac{1}{100}$ (÷ 1 Proc.)	$= \frac{102}{100} = 1\frac{2}{100} = 1 + 2$ Pct.
	Wiener.	**Amsterdamer.**	**Bremer.**	**Hamburger.**
II.	88 ℔	= 100	= 99	= 102
Also:	1 ℔	$= \frac{100}{88} = 1\frac{12}{88} = 1\frac{3}{22}$	$= \frac{99}{88} = 1\frac{1}{8}$	$= \frac{102}{88} = 1\frac{14}{88} = 1\frac{7}{44}$
	Bremer.	**Amsterdamer.**	**Wiener.**	**Hamburger.**
III.	99 ℔	= 100	= 88	= 102
Also:	1 ℔	$= \frac{100}{99} = 1\frac{1}{99}$	$= \frac{88}{99} = \frac{8}{9}$	$= \frac{102}{99} = 1\frac{3}{99} = 1\frac{1}{33}$
	Hamburger.	**Amsterdamer.**	**Wiener.**	**Bremer.**
IV.	102 ℔	= 100	= 88	= 99
Also:	1 ℔	$= \frac{100}{102}$	$= \frac{88}{102}$	$= \frac{99}{102}$ oder $\frac{33}{34}$.

§. 99. Es sey nun die Frage: **Wie viel 792 ℔ Amsterdamer, in Wiener Gewicht betragen?**

Amsterdamer. Wiener.

I. 100 ℔ wiegen 88 ℔,
wie viel wiegen 792 ℔ Amsterdamer.

6336
6336

696'96 ℔ Wiener.

II.

II. $100 : 792 = 88 : \frac{792 \times 88}{100}$. Nun ist $\frac{88}{100} = \frac{100}{100} \div \frac{12}{100}$ und $\frac{12}{100} = \frac{10+2}{100}$. Also $\frac{792 \times 88}{100} = \frac{792 \times 100}{100} \div \frac{10+2}{100} = 792 \div (\frac{1}{10} + \frac{2}{100})$.

Das $\frac{1}{10}$ von 792 = 79'2

das $\frac{2}{100} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100}$, = 7'92

und = 7'92

$\div$ 95'04

Von 792

Abgezogen 95'04

kommt: 696'96 Pfund Wiener.

III. Nach oben ist 1 ℔ Amsterdamer = $\frac{22}{25}$ Wiener; also $\frac{3}{25} = \frac{12}{100}$ weniger.

Daher von . . 792 ℔

ab $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$. 79'2

712'8

ab $\frac{2}{100}$ von 792

oder $\frac{1}{5}$ von $\frac{1}{10}$,

also von 79'2 = 15'84

696'96 ℔ **Wiener**,

oder 697 ℔ weniger $\frac{4}{100}$, oder weniger $\frac{1}{25}$ ℔.

Erklärung. Die erste Auflösung ist an sich verständlich. Wir haben 792 mit 88 multiplicirt, und das Product durch 100 getheilt, oder zwey Zahlen abgeschnitten, und fanden $696\frac{96}{100}$ ℔ Wiener, welche den 792 Amsterdamer gleich kommen.

Die zweyte Auflösung haben wir sehr umständlich hingesetzt, so leicht sie auch den etwas geübten Rechner ist. Wir haben nämlich die gegebene Zahl mit 88 zu multipliciren und das Product mit 100 zu dividiren; oder, was dasselbe ist, wir haben sie mit dem Bruch $\frac{88}{100}$ zu multipliciren. An diesem fehlen nun $\frac{12}{100}$, um ein Ganzes $\frac{100}{100}$ zu seyn; oder die zu suchende Zahl ist um $\frac{12}{100}$, um 12 Procent kleiner, als die gegebene 792.

12 Procente sind gleich 10 Procent + 2 Procent, oder diese 2 ein Fünftel von 10 Procent. Der 10te Theil von 792 ist dann 79'2 ($79\frac{2}{10}$) und der fünfte davon, oder der zehnte Theil (7'92) doppelt = 15'84. Die zu dem 10ten Theil = 79'2, addirt gibt 95'04, oder $95\frac{4}{100}$, welche von 792 abzuziehen sind, um die gesuchte Zahl zu haben.

$$792 = 791\tfrac{100}{100}$$

$$\text{Ab}\ \left(\frac{12 \times 792}{100} =\right)\ \underline{95\tfrac{4}{100}}$$

$$\text{bleiben}\ 696\tfrac{96}{100}$$

Im zweyten Ansatze haben wir statt ein Fünftel vom zehnten Theil zu nehmen, zwey Hundertstel von der ganzen Zahl einzeln angesetzt, was dasselbe ist.

In der dritten Auflösung haben wir das Pfund-Verhältniß angenommen, und gesagt: Wie sich verhält 1 ℔ Amsterd. zu 792 ℔ Amsterdamer, so verhält sich $\frac{22}{25}$ ℔. Wiener zu dem zu suchenden Wiener. Wir hätten also hier 792 mit $\frac{22}{25}$ zu multipliciren. Da aber $\frac{22}{25}$ so viel ist als $\frac{25}{25} - \frac{3}{25}$ oder $\frac{100}{100} - \frac{12}{100}$, so hätten wir nur diese $\frac{12}{100}$ von 792 abzuziehen.

Nun sind $\frac{12}{100} = \frac{10}{100} + \frac{2}{100} = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100}$. Daher $\frac{1}{10}$ von 792
= 79'2

und $\frac{1}{100}$ von 792, oder was dasselbe ist, $\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{10}$ = 7'92
und noch einmal . . . . . . = 7'92
betragen also $\frac{12}{100}$ . . . . . . = 95'04, welche abzuziehen sind.

Im dritten Ansatze haben wir gleich das Zehntel, 79'2, von 792 abgezogen, und von dem Rest $\frac{1}{5}$ vom Zehntel, welches dasselbe ist, denn $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

§. 100. **Wie viel betragen 792 ℔ Bremer, in Wiener Pfunden?** (88 ℔ Wiener sind gleich 99 ℔ Bremer.)

I. 99 ℔ Bremer gleich 88 ℔ Wiener
wie viel 792 ℔ Bremer?

```
 6336
6336
-----
69696 | 704 Pfund
693   | Wiener.
-----
  396
  396
```

II. 99 — 88 — 792
Getheilt durch 11. 9 — 8 — 792
× 8
= 6336
durch 9 getheilt 704 ℔ Wiener.

III. 99 — 88 — 792
Mit 11
getheilt 9 — 8 — 792
$\div \frac{1}{9} \div 1$ — $\div \frac{1}{9} = \div 88$
8 — 8 — 704 ℔ Wiener.

IV. 99 — 88 — 792
$+\frac{1}{99} = 1$ $+\frac{1}{99} = 8$
100 — 88 — 800
1 — 88 — 8
also $88 \times 8 = 704$ ℔ Wiener.

Erläuterung. Der erste Ansatz ist wie gewöhnlich aufgelöst. Im zweyten haben wir den Divisor und einen der Factoren durch 11 getheilt; und wir hatten dann nur noch mit 8 zu multipliciren, und mit 9 zu dividiren.

Im dritten theilten wir auch durch 11, und bekamen 9 und 8. Wenn wir nun von 9, dem ersten Glied den neunten Theil abziehen, so wird 9 gleich dem zweyten, gleich 8; und beyde, Divisor und Multiplicator, heben sich auf. Wir haben dann nur vom dritten Gliede, von 792 ein Neuntel abzuziehen, um das vierte zu bekommen (S. 114).

Im vierten Ansatze haben wir zum ersten Gliede $\frac{1}{99}$ addirt, um 100, als bequemen Divisor, zu bekommen. Wir hatten daher auch zu einem der andern Glieder $\frac{1}{99}$ zu addiren, um gleiche Verhältnisse zu erhalten (V. Grundsatz S. 32.) Wir bekamen nun 800, wo sich die zwey Nullen gegen die des Divisors heben, und die beyden Factoren 88×8 das obige Product geben.

§. 101. **Wie viel betragen 792 ℔ Wiener in Bremer Pfunden, wenn 88 Wiener gleich 99 Bremer?**

I. 88 ℔ Wiener sind so viel als 99 ℔ Bremer;
wie viel sind 792 ℔ Wiener?

$99 = 100 \div 1$; also $\times$ 100
79200
$\div$ 792
$88 = 11 \times 8$; also getheilt mit 8 78408
getheilt mit 11 9801
891 ℔ Wiener.

II. 88 — 99 — 792
addirt ¼ = 22 addirt ¼ = 198
getheilt mit 10. 110 getheilt mit 10. 990
getheilt mit 11. 11 getheilt mit 11. 99
1 9
Also 99 × 9 = 891 ℔ Wiener.

III. 88 — 99 — 792
Getheilt durch 11. 8 — 9 — 792
durch 8. 1 — 9 — 99;
9 × 99 = 891 ℔ Wiener.
Oder, da 9 = 10 ÷ 1, also 99 × 10 = 990
Ab, oder ÷ $\frac{1}{10}$ = 99
℔ Wiener 891

Erläuterung. Im ersten Ansatze haben wir 792 mit 99 zu multipliciren. Fügen wir zwey Nullen an, so haben wir 792 hundertmal, also einmal zu viel genommen, und wir müssen nun von 79200 einmal 792 abziehen, um das 99fache zu haben (§. 15.) Den Rest haben wir durch 88, oder, was dasselbe ist, durch die Factoren desselben, 8 und 11, zu theilen.

Im zweyten Ansatze haben wir, um den unbequemen Theiler (88) zu verändern, ein Viertel dazu addirt, und mußten nun auch ein Viertel zu einem der andern Glieder addiren, um gleiche Verhältnisse zu erhalten. Zu 99 konnten wir nicht füglich ein Viertel hinzufügen; es hätte einen Bruch gegeben und das Multipliciren noch schwerer gemacht; wir addirten es also zu 792. Der Anblick der Zahlen gibt es schon, daß 990 durch 110 getheilt, 9 bringe und dann diese mit den 99 multiplicirt, das Obige.

Im dritten haben wir das erste Glied und das mittlere durch 11; und dann wieder das letzte Glied und den Quotienten des ersten durch 8 getheilt. Hätten wir den Quotienten des mittlern (9) durch 8 getheilt, so hätten wir 1 $\frac{1}{8}$ erhalten, und also zu 792 ein Achtel = 99, addiren dürfen, um eben dasselbe zu haben.

§. 102. In diesen Berechnungen sind die Verhältnisse der Gewichte verschiedener Orte zu einander, in Pfunden derselben Orte ausgedrückt worden. Wir sagten 100 Amsterdamer Pfunde seyen gleich 88 Wiener = 99 Bremer = 102 Hamburger Pfunden. In den vorhandenen **Gewichtstabellen** werden ihre

Schweren gewöhnlich in einerley Gewicht, und zwar in Holländischen Assen angegeben. In diesen heißt es, z. B., ein Amsterdamer Pfund wiegt 10280 Holländische Assen; ein Wiener 11655; ein Bremer 10228; ein Hamburger 10080 solcher Assen. Je weniger solcher Assen auf ein Pfund gehen, je leichter ist dasselbe; je mehr darauf gehen, je schwerer ist es.

Das Wiener Pfund erfordert die größte Anzahl (11655), um es in der Wage gleich zu erhalten: es ist also das schwerste unter diesen Pfunden; das Hamburger hat die geringste Anzahl (10080), es ist also das leichteste unter ihnen. Diese Angabe in Assen stehet demnach mit den obigen (Pfund-) Verhältnissen in **umgekehrter** Ordnung. Dort hatte Wien die kleinste Anzahl Pfunde (88) und Hamburg die größte (102), die einander gleich gesetzt wurden.

§. 103. Unter zwey **verschiedenen** Gewichten oder Pfunden ist also das das schwerste, welches eine größere Anzahl Gewichte einerley Art (Assen ꝛc.) erfordert, um es in der Wage im Gleichgewicht zu erhalten; und wieder dasjenige das schwerste, von welchem eine kleinere Anzahl erfordert wird, das andere aufzuwiegen. Wir brauchen nur 88 Pfund Wiener Gewicht, um 102 Pfund Hamburger im Gleichgewicht zu erhalten; jenes ist also das schwerere.

Diese beyden Arten die Schweren anzugeben, die erste in einerley Gewicht, in Assen, die andere in den eigenen Gewichten unter sich (88 W. = 102 H.), erfordern im Berechnen **verschiedene** Ansätze, was man wohl zu bemerken hat, um keinen Irrthum zu begehen. Wenn diese in geradem Verhältnisse stehen, so kommen jene in **umgekehrtem** im Ansatze.

§. 104. Wenn wir fragen, wie viel 792 ℔ Hamburger in Wiener betragen, wenn 102 H. gleich 88 W. sind: so stehen die Verhältnisse also:

H. H. W. W. H. W. H. W.
102 : 792 = 88 : x, oder 102 : 88 = 792 : x; das heißt, wie sich 102 H. zu 792 H. verhalten, so verhalten sich 88 W. zu den zu suchenden W., und wir haben, um diese zu finden, das Product von 792 und 88 durch 102 zu theilen.

Neh-

Nehmen wir die Assen-Angabe, um zu finden, wie viel 792 ℔ H. in Wiener betragen, wenn 10080 Assen 1 ℔ H. und 11655 Assen 1 ℔ W. wiegen, und setzen auf jene Art:

für 1 ℔ Hamb. H. ℔. 1 ℔ W. W. ℔.
10080 : 792 = 11655 : x; oder:

1 ℔. H. 1 ℔. W. Hamb. Wiener.
10080 : 11655 = 792 : x; so hätten wir das Product von 792 und 11655 durch 10080 zu theilen, was offenbar einen ganz andern Quotienten gibt. Denn oben hatten wir die 792 mit $\frac{88}{101}$ zu multipliciren, und das Product muß also kleiner als 792 werden; hier haben wir 792 mit $\frac{11655}{10080}$ zu multipliciren, wodurch es also größer als 792 wird.

Die Verhältnisse müssen also umgekehrt werden. Der Kettensatz gibt dieß deutlicher:

Wie viel sind 792 ℔ Hamburger in Wiener?
1 ℔ Hamburger = 10080 Assen,
11655 Assen = 1 ℔. Wiener.

Aus diesem Kettensatze erkennt man auch, daß dieß kein einfacher Dreysatz, sondern ein doppelter ist. Er kann eigentlich auch nicht so gestellt werden, ob es gleich selbst die ersten Mathematiker so lehren:

11655 Assen : 10080 Assen = 792 ℔ : x ℔, oder: 11655 : 792 : 10080 : x

weil diese Glieder kein Verhältniß zu einander haben; sondern es muß also heißen:

1 ℔ H. hat 10080 Assen, wie viel 792 H. ℔; oder 1 ℔ : 792 ℔ : 10080 Ass. : x Ass.
werden kommen 7983360 Assen. Ferner:
11655 Ass. wiegt 1 ℔ W., was 7983360; oder 11655 : 7983360 = 1 ℔ W. : x ℔ W.

Auf diese Art bedarf es keiner Umkehrung der Verhältnisse, und ist alles richtig geordnet.

Eben

Eben so, wenn wir fragen, wie viel 100 Pariser Fuß in Rheinländischen betragen, wenn 1 Pariser Fuß 144 französische Linien, und ein Rheinländischer Fuß 139 solcher Linien enthält.

Hier erkennt man nun wohl, daß, da der Rheinl. Fuß um 5 Linien kürzer ist, mehr als 100 Fuß herauskommen müssen. Allein wir können den Ansatz: 139 : 144 = 100 : x nicht für richtig erkennen, ob gleich die rechte Zahl herauskommt. Es muß nach uns heißen:

1 P. F. hat 144 L., wie viel 100 P. F. Oder: 1 F : 100 F. = 144 L. : 14400 L.
139 L. hat 1 R. F., wie viel 14400 L. Oder: 139 : 14400 = 1 R. F. : x R. F.
Kommen 14400 : 139 = $103\frac{83}{139}$ Rheinl. Fuß, auf 100 Pariser.

Oder auch, wie sich verhält 139 zu 144, so ein Rheinländischer Fuß zu 1 Pariser

139 : 144 = 1 R. : 1 P.; also $\frac{144}{139}$ Rheinländische = 1 Pariser.

Nun das Hundertfache, oder:

Wie sich verhält 1 P. F. zu 100 P. F.: so $\frac{144}{139}$ R. F. zu $\frac{144}{139} \times 100$ R. F.

Allgemeine Regeln oder Formeln für die Gewichts-Vergleichungen.

§. 105. Wir wollen nun allgemeine Regeln zu finden suchen, um gegebene Maß- und Gewichts-Verhältnisse leicht in die unseres Orts verwandeln zu können.

In unserer Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde sind alle Gewichte in Holländischen Assen, und zugleich der Zentner jedes Orts in Baierischen oder Wiener Pfunden, die einander gleich sind, angegeben.

Wollen wir nun aus der Angabe nach Assen die Gewichte jedes Ortes in Leipziger wissen, z. B. wie viel 100 ℔. Baierisch Gewicht in Leipziger Pfunden betragen, und finden in den Tabellen, daß 1 ℔ Baierisch = 11655, und 1 ℔ Leipziger = 9716 Assen schwer ist: so stehet der Kettensatz also:

Wie

Wie viel betragen 100 ℔. Baierisch Gewicht in Leipziger?

1 ℔ Baierisch = 11655 Assen,
9716 Assen = 1 ℔ Leipziger.

```
1165500  kommen: 119 ℔ Leipziger.
 9716
------
 19390
  9716
------
 96740
 87444
------
  9296 Rest.
```

Wir können nun den Werth dieses Restes durch Anfügung von Nullen in Decimaltheilen, oder wenn wir ihn mit 32 multipliciren, in Lothen bestimmen, weil das Pfund in 32 Lothe getheilt wird. Wir wollen beydes. Hängen wir dem Rest 9296 zwey Nullen an und dividiren weiter, so haben wir ihn in Hundertheilen. — Mit 9716 getheilt 929600 kommt: 95.

```
 87444
------
 55160
 48580
------
  6580 Rest.
```

Nun haben wir also noch $\frac{95}{100}$ ℔ gefunden. Fügen wir diesem Reste noch eine Null an, so haben wir Tausendtheile: 65800, kommt 6.

```
 58296
------
  7504 Rest.
```

— Wir haben also jetzt gefunden, daß 100 Baierische Pfunde $119\frac{956}{1000}$ ℔ Leipziger, und noch etwas darüber betragen.

Suchen wir den Werth jenes Restes in Lothen, also in 32 Theilen, und multipliciren ihn also mit 32 oder mit den Factoren 4 und 8, so erhalten wir folgenden Quotienten: 9296 × 4 = 37184 × 8 = 297472. Getheilt durch 9716 diese 297472, kommt 30 Loth. Oder $\frac{30}{32}$ ℔.

```
 29148
------
  5992 Rest.
```

Fügen wir diesen Rest noch eine Null an, so finden noch 6, also $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ Loth.

Allein

Allein diese Rechnung ist wegen des Theilers sehr beschwerlich. Das Theilen durch 9716 können wir aber vermeiden, wenn wir suchen wie viel eine Decimalzahl Assen, also 10000, 100000 u. s. w. Leipziger Pfunde betragen: Nämlich 9716 Assen wiegen 1 ℔ Leipziger, wie viel 100000000 Assen | 10292 ℔ Leipziger.

```
 9716
 ----
 28400
 19432
 -----
  89680
  87444
  -----
   22360
   19432
   -----
    2928 Rest.
```

Wir haben nun gefunden, daß 100 Millionen Assen 10292 Leipziger Pfunde betragen. Nun kann also gerechnet werden:

Wie viel betragen 100 ℔ Baierisch in Wiener?

1 ℔ Baierisch = 11655 Assen,

100,000,000 Assen = 10292 Leipziger.

Aus diesem großen Theiler erkennen wir, daß wenn die Leipziger Pfunde um 8 größer angenommen und also statt 10292, 10300 gesetzt, es keinen großen Unterschied ausmachen könne. Denn $11655 \times 100 \times 8 = 9324000$, und diese durch 100 Millionen getheilt, gibt nicht ganz $\frac{1}{10}$ ℔ als Unterschied. Da dieses nun für Nichts zu achten oder auch wieder abgezogen werden kann, so stehet dann der Ansatz also:

Was 100 ℔ B.?

1 ℔ B. = 11655 Assen,

100,000,000 Assen = 10300 ℔ L.

Nehmen wir auf beyden Seiten 4 Nullen hinweg, so stehet er also:

11655

```
                11655,
10,000 —          103
              ---------
                34965
               116550
              ---------
               120|0465.
```

Oder, da 103 = 100 + 3 ist, so multipliciren wir mit Hundert, und addiren 3 Procent dazu:

```
                          1165500
3 Procent von 11655 =       34965
                        ---------
                         120'0465,
```

kommen also 120 ℔ Leipziger auf 100 ℔ Baierisch Gewicht.

Wir haben nun eine

Allgemeine Regel

gefunden, welche also lautet:

Um aus der Angabe in Assen zu finden, wie viel 100 ℔ ausländischen Gewichts, Leipziger Pfunde wiegen, multiplicire man die Assen, die ein Pfund des ausländischen wiegt, mit 103, und theile das Product durch 10,000, (oder, schneide 4 Zahlen ab).

Aufgabe: **Wie viel betragen 100 ℔ Hamburger in Leipziger Gewicht?**

```
1 ℔ Hamburger = 10080
 multiplicirt mit 103
              -------
                30240
               100800
              -------
              1038240.
```

Oder:

```
                      10080 × 100 = 1008000
Dazu 3 Procent.   1 vom Hundert =     10080
                  2 vom Hundert =     20160
                                  ---------
```

also 10080 × 103 = 1038240, getheilt durch 10,000, oder 4 Zahlen abgeschnitten, kommen etwas über $103\frac{3}{8}$ Pfund Leipziger.

Wie viel betragen 100 Kilogramme Leipziger Pfunde?

1 Kilogramm = 20813 Assen.

$$\begin{array}{r} \times \quad 103 \\ \hline 62439 \\ 208130 \\ \hline 214|3739. \end{array}$$

Antwort: $214\frac{1}{8}$ Leipziger Pfunde, und etwas (über $\frac{1}{3}$) mehr.

§. 106. In unserer Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde ist in der Gewichts-Tabelle auch angegeben, wie viel der Zentner eines jeden Orts Baierische oder Wiener Pfunde wiegt. Es stehet z. B. bey Amsterdam, daß ein Zentner oder 100 ℔ **Amsterdamer** $88\frac{1}{8}$ ℔ Wiener, 1 Zentner oder 112 ℔ **Hamburger** $96\frac{7}{8}$ ℔ Wiener, 1 Zentner oder 110 ℔ **Leipziger** $91\frac{5}{8}$ Wiener, ein Quintal (metrique), ein neuer **Französischer** Zentner oder 100 Kilogramme, $178\frac{1}{2}$ ℔ Wiener betragen.

Wir wollen nun eine allgemeine Regel suchen, um auch aus diesen Verhältnissen in Baierischen oder Wiener Pfunden, alle andern Gewichte leicht finden zu können.

Wollte z. B. der Holländer wissen, wie viel die dort in Wiener Gewicht angegebene Schwere des Zentners jedes Ortes in Amsterdamer Gewicht betrage: so findet derselbe es allgemein also:

Was betragen die bey jedem Orte stehenden x Wiener Pfunde, in Amsterdamer Pfunden?

1 Wiener Pfund = 11655 Assen,

10280 Assen = 1 Amsterdamer Pfund.

Wir haben also $\frac{11655 \times x}{10280}$. Das heißt, wir haben die Anzahl Assen des Wiener Pfundes mit der bey jedem Orte stehenden Anzahl Baierischen Pfunden

zu

zu multipliciren und das Product durch die Assen des Amsterdamer Pfundes zu theilen. Da nun hier blos die Anzahl der Baierischen Pfunde veränderlich ist, so wollen wir, um eine allgemeine Regel zu finden, 11655 durch 10280 theilen, und den Bruch in Decimaltheilen, durch Anfügung von Nullen suchen.

Durch 10280, getheilt 11655, kommt: 1'1337

```
10280
-----
 1375'0
 1028 0
 ------
  347 0'0
  308 4 0
  -------
   38 6 0'0
   30 8 4 0
   --------
    7 7 6 0'0
    7 1 9 6 0
    ---------
      5 6 4 0 Rest.
```

Wir fanden also $1\frac{1337}{10000}$, mit welchen die Wiener Pfunde zu multipliciren sind, um die Amsterdamer zu bekommen. Wäre der Zähler des Bruchs $1333\frac{1}{3}$, also $3\frac{2}{3}$ zehntausend Theile weniger, so hätten wir, da $\frac{333\frac{1}{3}}{10000}$ $\left(=\frac{3\frac{1}{3}}{10}\right) = \frac{1000}{30000}$ $= \frac{1}{30}$ oder $\frac{1}{3}$ vom Zehntel $\left(\frac{\frac{1}{3}}{10}\right)$ ist, statt obigen Bruch dann $1'1\frac{1}{3}$, oder $1\frac{1\frac{1}{3}}{10}$.

Da nun dieser Unterschied unbedeutend ist, so haben wir folgende

Allgemeine Regel.

Um die Wiener Pfunde, welche einem Zentner eines Orts gleich kommen, in Amsterdamer Pfunde zu verwandeln, addire man zu denselben den zehnten Theil, und ein Drittel des zehnten Theils, so gibt die Summe die Amsterdamer Pfunde.

Bey Hamburg stehet $96\frac{7}{8}$ ℔ Wiener, welche einem Zentner Hamburger (112 ℔) gleich kommen. Die $\frac{7}{8}$ ℔ in Decimaltheilen = 0'875, also 96'875

Dazu $\frac{1}{10}$, oder die Zahlen eine Decimalstelle zurück = 9'6875

Dazu $\frac{1}{3}$ aus dem Zehntel . . . . . = 3'2291

109'7916;

also $109\frac{3}{4}$ ℔ (und etwas darüber) Amsterdamer Pfunde.

Frage: **Wie viel Pfunde beträgt der Leipziger Zentner** (von 110 ℔) **in Amsterdamer Gewicht?**

In den Tabellen ist der Leipziger Zentner zu $91\frac{5}{8}$ = 91'625

Dazu $\frac{1}{10}$ = 9'1625

Vom Zehntel $\frac{1}{3}$ = 3'0541

kommen 103'8416; also $103\frac{5}{8}$ Pfunde Amsterdamer die 110 ℔ Leipziger.

Frage: **Wie viel betragen 100 Kilogramme in Amsterdamer Gewicht?**

100 Kilogramme stehen = 178'57 ℔ Wiener.

Dazu $\frac{1}{10}$ . . . . = 17'857

Aus diesem noch $\frac{1}{3}$. = 5'952

kommen Amsterdamer Pfunde 202'379; also etwas über $202\frac{1}{3}$ ℔.

§. 107. Wollte ein **Leipziger** eine allgemeine Regel finden, um jene Wiener Pfunde in Leipziger Gewicht umändern zu können, so fragen wir:

Wie viel betragen die dort gegebenen x Pfunde Wiener in Leipziger?

1 Wiener ℔ = 11655 Assen,

9716 Assen = 1 Leipziger Pfund.

Suchen wir den Bruch in 3 Decimalstellen, und fügen 3 Nullen an, so kommen:

11655000 | 1'199, und bleibt Rest 5516.

Da der Rest noch über ein halb gibt, so sehen wir, daß nur $\frac{1}{2}$ Tausendstel fehlt, um 1'2 also $1\frac{1}{5}$ zu seyn, für das wir es annehmen können.

Die

Die Regel ist also: **Man addire zum Wiener Gewicht der Tabellen ein Fünftel, so hat man dasselbe in Leipziger Pfunden.**

Der Amsterdamer Zentner ist daselbst zu $88\frac{1}{8} = 88'125$ ℔ angegeben.

Dazu $\frac{1}{5} = 17'625$

kommen für denselben $105'75 = 105\frac{3}{4}$ ℔ **Leipziger.**

Der Hamburger Zentner von 112 ℔ stehet $96'875$

Dazu $\frac{1}{5} = 19'375$

kommen in **Leipziger** Pfunden $116'25 = 116\frac{1}{4}$.

Es ist begreiflich, daß die Angabe der Gewichte in Assen genauer ist, als die in Pfunden, welche nur von Achtel zu Achtel Pfunden, als die kleinsten angenommenen Brüche, gehen.

Vergleichung der Längen-Verhältnisse.

§. 108. Um auch für diese zu zeigen, wie allgemeine Regeln zur Berechnung derselben nach jeder Angabe der Verhältnisse gefunden werden können: wollen wir unter den Längen-Maßen, die **Ellen** wählen.

Die Längen der Ellen werden einzeln nach **Französischen Linien**, von welchen 12 auf einen Zoll, und 144 auf einen Französischen Fuß gehen, angegeben; oder sie werden nach der **Brabanter Elle**, als der bekanntesten, bestimmt.

Im ersten Fall stehet dann etwa bey Leipzig: 1 **Leipziger** Elle ist $250\frac{1}{2}$ Französische Linien lang; im andern Fall: 100 **Leipziger** Ellen sind gleich mit 81'76 Brabanter Ellen. In unserm schon angeführten Werke ist auch angegeben, wie viel von andern Ellen 100 Baierischen gleich sind.

§. 109. Aufgabe: **Wie viel betragen 100 Hamburger Ellen, in Leipziger Ellen?**

1 Hamburger gleich 254 Linien;

250'6 Linien gleich 1 Leipziger Elle.

Wollte

Wollte man nun aus den Angaben nach **Linien** die Ellen anderer Orte in **Leipziger** Ellen finden, z. B., wie viel 100 Hamburger betragen: so wäre der gewöhnliche Ansatz:

Wie viel 100 Hamburger Ellen, Leipziger?

1 Hamb. Elle = 254 Linien;
250'6 Linien = 1 Leipziger Elle.
(oder 2506 Linien = 10 Leipziger Ellen).

Fügen wir 254 drey Nullen an und theilen mit 2506, so werden 101 Ellen, und wenn wir den Rest noch 2 Nullen geben, um ihn in Hunderttheilen zu haben, noch 36 Hundertstel kommen, also 101'36 gleich 100 Hamburger. Wären bey dem Divisor die $\frac{6}{10}$ Linien nicht, so hätten wir, wenn $\frac{1}{5}$ abgezogen und der Rest durch 2 getheilt würde (250 ÷ 50 = 200 : 2 =) 100. Dieser Divisor hebt sich dann gegen die fraglichen 100 Hamburger Ellen. Wir hätten dann also von den . . 254 Linien
auch $\frac{1}{5}$ abzuziehen = 50'8
und den Rest = 203'2
durch 2 zu theilen = 101'6, um die Leipziger zu haben.

So müßten wir aber jeden andern Fall ansetzen und berechnen, was wir nicht wollen; wir wollen eine **allgemeine Regel** für die Linien-Verhältnisse, wie oben für die Assen.

Suchen wir also in Decimalen

2506 Linien sind gleich 10 Leipziger Ellen, wie viel 10 Millionen?

```
100000000 | 39904
 7518
 24820
 22554
  22660
  22554
    10600
    10024
      576 Rest.
```

Wir

Wir haben also 39904 Leipziger Ellen gefunden, welche 10 Millionen Linien gleich kommen, und der Ansatz für jene Aufgabe wäre nun also:

Wie viel betragen 100 Hamb. Ellen in Leipziger?
1 Hamburger Elle = 254 Linien,
10 Millionen Linien = 39904 Ellen Leipziger.

Da bey einem Divisor von 7 Nullen das 4 bey 39904 verschwindet, das heißt wenn das Product, das es mit 254 und 100 geben würde, abgeschnitten wird: so können wir statt 39904, setzen 39900 Leipziger Ellen. Heben wir nun diese 2 Nullen und die 2 Nullen der 100 Ellen, deren Werth gesucht werden soll, also 4 Nullen, gegen 4 Nullen des Divisors, so bleiben als Divisor noch 3 Nullen, oder von 10 Millionen noch 1000. Wir hätten also die

Erste Regel: Man multiplicire die Anzahl der Französ. Linien einer gegebenen Elle mit 399, und theile das Product durch 1000, so gibt der Quotient die Anzahl der Leipziger Ellen, welche 100 von jenen betragen.

Für die Hamburger 254
× 399
2286
2286
762
kommen 101'346, oder $101\frac{1}{3}$ Leipziger Ellen, und etwas mehr.

Da eine Zahl mit 399 zu multipliciren eben so viel ist, als sie mit 400 multipliciren, und vom Product 1 mal die Zahl selbst abziehen (S. 47); oder es sey die Zahl, die multiplicirt werden soll, x: so ist 399 x eben so viel als 400 x ÷ 1 x; und wenn beyde durch 1000 getheilt werden sollen:

$$\frac{399\,x}{1000} = \frac{400\,x \div 1\,x}{1000} = \frac{4\,x}{10} \div \frac{x}{1000}.$$

Es

Es stehet dann unsere Aufgabe so: $\frac{4 \times 254}{10} \div \frac{254}{1000}$.

4 mit 254 multiplicirt = 1016,
durch 10 getheilt = 101'6
davon $\frac{254}{1000}$ = 0'254
kommen 101'346.

Wir haben nun eine einfache Regel gefunden, die wir nach der ersten Gleichung ausdrücken wollen:

Zweyte Regel. Um die Linien der gegebenen Ellen in Leipziger zu verwandeln, multiplicire man sie mit 400, ziehe sie einmal von dem Product ab, und theile den Rest durch 1000; so hat man die Anzahl der Leipziger Ellen, welche 100 von jenen gleich kommen.

Aufgabe: **Wie viel betragen 100 Berliner Ellen in Leipziger?**

1 Berliner Elle = 295'6 Linien,
× 400
118240
÷ 295'6
117|944'4

getheilt durch 1000, kommen nicht ganz 118 Leipziger Ellen.

Man siehet aber hier, daß die Aufgaben genau genug gelöst werden, wenn wir statt 399, 400 annehmen, und also **die gegebenen Linien mit 4 multipliciren und dann mit 10 theilen.**

Regel

Regel für die Verhältnisse in Brabanter Ellen.

§. 110. In unsern Tabellen jenes Werkes ist auch angegeben, wie viel die 100 Ellen jedes Ortes in Brabanter betragen.

Wir wollen nun eine Regel suchen, um in Leipziger Ellen alle diese Angaben leicht verwandeln zu können. Wenn dort stehet, daß 100 Leipziger Ellen gleich sind mit 81'76 Brabanter; oder 10000 jener = 8176 dieser: so wäre der Ansatz also:

Wie viel betragen die *** **Brabanter** Ellen jedes Orts in **Leipziger** Ellen?

8176 Brabanter Ellen = 10000 Leipziger Ellen.

Wir haben also immer die Brabanter Ellen jedes Orts mit 10000 zu multipliciren und das Product durch 8176 zu theilen; oder wir haben die Brabanter Ellen mit dem Bruch $\frac{10000}{8176}$ zu multipliciren. Verwandeln wir nun diesen Bruch in einen Decimalbruch; also:

Durch 8176 getheilt 10000, kommt: 1'223, und etwas darüber.

```
  8176
 ------
 18240
 16352
 ------
 18880
 16352
 ------
  25280
  24528
 ------
   752 Rest.
```

Wir haben also $1\frac{223}{1000}$ gefunden, mit welchem wir die Brabanter Ellen zu multipliciren haben, welches eben so viel gibt, als wenn wir sie mit $\frac{10000}{8176}$ multipliciren würden.

Bey **Berlin** stehet, daß 96'22 Brabanter Ellen 100 Berliner ausmachen, und es ist die Frage, wie viel jene in Leipziger betragen. Um dieß zu finden,

haben wir also 96' 22 mit 1' 223 zu multipliciren, und es werden kommen: Leipziger Ellen = 117' 677.

Nehmen wir 1' 223 um $\frac{27}{1000}$ Theile größer an, so kämen 1' 250 oder $1\frac{1}{4}$, und dieß wäre nicht ganz 2 Procent zu viel, die wir wieder abziehen können.

Die Regel wäre dann:

Um die Brabanter Ellen jedes Orts in Leipziger zu verwandeln, addire man ein Viertel dazu, und ziehe von der Summe 2 Procente ab.

Also 96' 22 Brabanter Ellen;
dazu $\frac{1}{4}$ = 24' 05
120' 27
ab $\frac{2}{100}$ = 2' 4054
117' 8646 **Leipziger.**

Oder, nehmen wir 1'223 um zwey Tausendstel größer an, also zu 1'225 = $1'2\frac{1}{4} = 1\frac{9}{40} = 1\frac{10}{40} \div \frac{1}{40} = 1\frac{1}{4} \div \frac{1}{40}$: so wird die Regel noch einfacher:

Man addire zu den Brabanter Ellen ein Viertel, und ziehe von der Summe dieses Viertels, eine Decimalstelle vermindert, oder rückwärts gesetzt, ab.

96' 22 **Brabanter Ellen;**
dazu $\frac{1}{4}$ = 24' 055
120' 275
ab dieses $\frac{1}{4}$, eine Decimalstelle zurück = $\frac{1}{40}$ 2' 4055
117' 8695 **Leipziger Ellen,** genau genug.

Vergleichung des Geldes und der Münzen.

§. 111. Den Werth unsrer Münzen bestimmt die Schwere des Goldes oder Silbers, das sie enthalten. Enthält eine Gold- oder Silbermünze noch einmal

mal so viel Gold oder Silber als die andere: so ist sie zweymal so viel werth. Beständen unsere Münzen also aus reinem Golde oder reinem Silber: so hätte man nur ihre Gewichte zu vergleichen, um ihre Werthe zu einander zu wissen. Dieß ist nun nicht der Fall; unsere Gold- und Silbermünzen sind mit einem andern Metall (gewöhnlich mit Kupfer) versetzt (beschickt, legirt). Stände dieser Zusatz von Kupfer bey allen Münzen in gleichem Verhältniß zu dem Golde oder Silber; z. B. hätten die Münzen aller Länder, wie die neuern Französischen, den zehnten Theil an Kupfer (9 Theile Gold oder Silber, und 1 Theil Kupfer): so verhielten sich wieder die Werthe derselben zu einander, wie ihre Gewichte. Allein dieß ist abermal nicht der Fall: sie sind in verschiedenen Verhältnissen mit Kupfer versetzt, dessen Werth, in Vergleichung des Werthes des Goldes und Silbers für nichts geachtet wird.

Zur Bestimmung der Werthe der Münzen können wir nun auf zwey Wegen gelangen: durch die **Münzgesetze**, und durch die **Angaben des Gewichts der Münzen und des Gehalts an Gold und Silber** derselben.

Bestimmung des Werthes der Münzen nach den Münzgesetzen.

§. 112. Die **Münzgesetze**, **Münzfüsse** genannt, geben an, wie viel Stücke jeder Münzsorte auf ein bestimmtes Gewicht gehen, und wie viel dem Golde oder Silber an Kupfer zugesetzt worden ist.

So bestimmt das Münzgesetz in **Oesterreich** und einigen andern Staaten Deutschlands, daß in 16 Lothen (in einer Mark) der Metallmasse für die Silbermünzen, $13\frac{1}{3}$ Loth **Silber** und $2\frac{2}{3}$ Loth **Kupfer** seyn, und daraus $8\frac{1}{3}$ ganze, oder $16\frac{2}{3}$ halbe Species- oder Conventions-Thaler geprägt werden sollen.

So ist in **Preußen** festgesetzt, daß in 16 Lothen solchen **Münzsilbers**, 12 Loth **Silber** und 4 Loth **Kupfer** enthalten, und aus diesen $10\frac{1}{2}$ Preußische Thaler gemünzt werden sollen.

§. 113. Das **Gewicht**, mit welchem die Münzen und die Münzmetalle gewogen werden, ist die **Cölnische Mark**. Dieselbe Mark wird aber in andere Theile getheilt zum Abwägen des Goldes, und in andere zum Abwägen des Silbers.

Zum Abwägen des Silbers, also als **Silbergewicht**, wird eingetheilt:

1 Cölnische Mark in 16 Loth, 288 Grän = 4864 Holländischen Assen.

Und, als Goldgewicht:

1 Cölnische Mark in 24 Karat, 288 Grän = 4864 Holländischen Assen.

(Nähere Eintheilungen in unserem angeführten Werke.)

§. 114. **Aufgabe. Fragen wir nun, wie verhalten sich die Species-Thaler zu den Preußischen Thalern nach ihrem Silbergehalte; oder, in wie viel Preußischen Thalern ist eben so viel Silber enthalten, als in 100 Species-Thalern?**

In wie viel Preußischen Thalern ist so viel Silber enthalten, als in 100 Species-Thalern?

$8\frac{1}{3}$ Species-Thaler enthalten $13\frac{1}{3}$ Loth feines Silber.

12 Loth feines Silber enthalten $10\frac{1}{2}$ Preußische Thaler.

Multipliciren wir $8\frac{1}{3}$ und $13\frac{1}{3}$ mit 3, so kommen 25 und 40 statt jener, und wir haben $\frac{100 \times 40 \times 10\frac{1}{2}}{25 \times 12}$, wo 100 durch 25 getheilt oben 4, und die 12 durch diese 4 getheilt unten noch 3 übrig läßt; und wir haben $\frac{40 \times 10\frac{1}{2}}{3} = 420 : 3 = 140$ **Preußische Thaler**, welche 100 **Conventions-Thalern** gleich kommen; also auch 14 = 10, und $1\frac{2}{5}$ Pr. T. = 1 Conv. Thaler. Wenn nun dieser im 24 Guldenfuß $2\frac{2}{5}$ Gulden oder fl. 2.24 kr werth ist, so sind fl. $2\frac{2}{5} = 1\frac{2}{5}$ Preuß. Thaler und 12 = 7 und fl. $1\frac{5}{7}$ = 1 Preuß. Thaler.

§. 115. Aufgabe. **Wie viel Holländische Assen wiegt ein Conventions-Thaler, wie viel ein Preußischer Thaler?**

I. Wie viel Holländ. Assen wiegt ein Conv. Thaler?

$8\frac{1}{3}$ Conv. T. wiegen 16 Loth

16 Loth (eine Mark) = 4864

Kommen $\frac{4864}{8\frac{1}{4}} = \frac{3 \times 4864}{25} =$

$\frac{4 \times 3 \times 4864}{100} = 4 \times 3 \times 48'64 = 194'56$

$\times\, 3 = 583'68$, wiegt also $583\frac{2}{3}$ Assen, beynahe.

II. Wie viel Holländ. Assen wiegt ein Preußischer Thaler?

$10\frac{1}{2}$ Preuß. Thaler wiegen 1 Mark.

1 Mark hat 4864 Holl. Assen.

Mit 2 multiplicirt

21 $(= 3 \times 7)$ — 9728

Getheilt durch 3 — $3242\frac{2}{3}$

und durch 7, kommen: $463\frac{5}{21}$ Assen, als Gewicht.

§. 116. **Aufgabe. Wie viel Holländische Assen an feinem (reinem) Silber enthält ein Conventions-Thaler; wie viel ein Preußischer Thaler?**

I. Wie viel Assen an Silber enthält 1 Conventions-Thaler?

$8\frac{1}{3}$ Conv. Thaler enthalten $13\frac{1}{3}$ Loth feines Silber.

16 Loth feines Silber = 4864 Assen.

$(8\frac{1}{4} \times 3)$ — $(13\frac{1}{3} \times 3)$

$= 25 \times 4$ — $= 40 \times 4$

100 getheilt mit 16) = 10

also 486'4, oder $486\frac{2}{5}$ Assen.

II. Wie viel Assen an Silber enthält 1 Preußischer Thaler?

$10\frac{1}{2}$ Preuß. Thaler enthalten 12 Loth feines Silber.

16 Loth = 4864 Assen.

21×4 — $3 \times 4864 \times 2$

7 — 2432

$347\frac{3}{7}$ Assen.

Erläuterung zu I. Hier haben wir $8\frac{1}{3}$ und $13\frac{1}{3}$ mit 3 multiplicirt, um die Brüche weg zu bringen. Die 25 (von $8\frac{1}{3}$) haben wir wieder mit 4 multiplicirt, um einen bequemern Divisor (100) zu bekommen, und dieß 4 auf der andern Seite zu 40 gesetzt. 40×4 kommen 160, und diese durch die 16 (Loth) gleich getheilt, kommen 10, welche gegen 100 der andern Seite gehoben, noch 10 als Divisor lassen. Wir haben also 4864 durch 10 zu theilen, oder die letzte Zahl abzuschneiden, um die ganzen und zehntels Assen zu haben.

Erläuterung zu II. Wir haben hier, $10\frac{1}{2}$ mit 2 multiplicirt, 21 bekommen, und 2 auf der andern Seite als Factor angeschrieben. 16 der einen,

und

und 12 der andern Seite durch 4 getheilt, ließen 4 und 3 übrig, welche angemerkt wurden. Dieß 3 hob sich gegen 21, und gab den Quotienten 7. Das 2 rechts ließ sich wieder durch das 4 links theilen, und gab noch 2 zu den 7 als Theiler. Wir theilten 4864 zuerst durch 2, und das Kommende durch 7.

§. 117. Da im Species-Thaler das Silber sich zum Kupfer wie $13\frac{1}{3}$ zu $2\frac{2}{3}$, also wie 40 zu 8 verhält (§. 112.): so können wir aus dem Gewichte desselben die Assen an feinem Silber, und aus diesem sein Gewicht noch leichter finden.

Derselbe enthält 40 Theile feines Silber im Stück = 486'4 Assen,
und 8 Theile Kupfer. 4 Theile von 40 = $\frac{1}{10}$, also = 48'64
und noch so viel (4 + 4 = 8) . . . = 48'64

Wiegt also an Assen 583'68.

Dieß sind 40 + 8 = 48 Theile.
Ziehen wir von diesen $\frac{1}{6}$ ab . . . = 97'28
so bekommen wir 48 ÷ 8 = 40 . . . = 486'4 Assen als **feines Silber.**

Der **Preußische Thaler** enthält 12 Theile feines Silber und 4 Theile Kupfer. Das Gemenge in ihm 12 + 4 = 16, wiegt $463\frac{5}{21}$ Assen.
4 von 16 ist $\frac{1}{4}$, ab $\frac{1}{4}$ = ÷ . . . . $115\frac{17}{21}$

bleiben $347\frac{9}{21}$ Assen Silber.

Da dieses nun die 12 Theile sind, so dürfen $\frac{1}{3}$ = 4, dazu addiren = $115\frac{17}{21}$, um $463\frac{5}{21}$ Assen, als **Gewicht** zu bekommen.

§. 118. Die größern **Französischen Silber-Münzen, Franken,** bestehen aus einer Masse, welche in 10 Theilen 9 Theile Silber und 1 Theil Kupfer enthalten.

Ein Frank soll wiegen 5 Gramme und enthält also weniger $\frac{1}{10}$ = $4\frac{1}{2}$ Gramme an Silber; ein Französischer Thaler von 5 Franken, 25 Gramme, und enthält daher an reinem Silber ÷ $\frac{1}{10}$ = $22\frac{1}{2}$ Gramme. 1000 Gramme wiegen 20813 Holländische Assen, nicht ganz; und 10000 Assen = $480\frac{1}{2}$ Gramme, nicht ganz.

Fragen

Fragen wir nun: **Wie viel 100 Franken gleichen (Silber=) Werth in Gulden des 20 Guldenfußes** (den Species= oder Conventions=Thaler zu 2 Gulden gerechnet) **haben?** so stehet der Ansatz nach obigem also:

Wie viel betragen nach ihrem Silberwerthe 100 Franken im 20 Guldenfuße.
1 Frank enthält an feinem Silber $4\frac{1}{2}$ Gramme.
1000 Gramme = 20813 Assen.
4864 Assen fein Silber enthalten 20 Gulden.

Oder auch:

Was 100 Franken im 20 Guldenfuß?

1 Frank wiegt	. .	5 Gramme,
10 Gramm Münzsilber enthält		9 Gramm feines,
1000 Gramm	=	20813 Assen,
4864 Assen	=	16 Loth,
$13\frac{1}{3}$ Loth feines Silber	=	$8\frac{1}{3}$ Conv. Thaler,
1 Conv. Thaler	=	2 Gulden.

Im ersten Ansatze heben sich die Nullen, und es sind mit 4864 zu theilen 20813 × $4\frac{1}{2}$ × 2 (= 9)

oder 187317 | 38'51 Gulden, im 20 Guldenfuß, und beynahe 38'511. Oder $38\frac{1}{2} + \frac{11}{1000}$ Gulden.

```
     187317 | 38'51
     14592
     -----
      41397
      38912
      -----
       24850
       24320
       -----
        5300
        4864
        ----
         436 Rest.
```

100 Franken betragen also 38'511,

und 1 Franke 0'38511 Gulden im 20 Guldenfuß.

In Kreuzern, mit 60 multiplicirt

23'10660 = $23\frac{1}{10}$ Kreuzer, und etwas mehr, im 20 Guldenfuß.

Dazu $\frac{1}{5}$ = 4'62132

27'72792, = $27\frac{3}{4}$ kr., nicht ganz, oder etwas mehr als $27\frac{7}{10}$ kr. im 24 Guldenfuß.

§. 119. In unsrer Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde ist angegeben, wie viel alle Münzsorten Assen feines Silber enthalten. Um nun den Werth derselben in jeder Landesmünze leicht finden zu können: darf man nur suchen wie viel 100 oder 1000 Assen feines Silber in demselben Gelde werth sind.

Aufgabe. Was gelten 1000 Assen feines Silber im 20, im 24 Guldenfuß, in Sächsischem, in Preußischem, und im Hamburger Gelde?

I. Was gelten im 20 Guldenfuß 1000 Assen feines Silber?

4864 Assen gelten 20 Gulden,

1 Gulden gilt 60 Kreuzer.

Getheilt durch 4:

1216 — 300000 | 246'71 Kreuzer im 20 Guldenfuß.
2432
5680 | + $\frac{1}{5}$ = 49'34
4864
296'05 Kreuzer im 24 Guldenfuß.
8160
7296
8640
8512
1280
1216
64 Rest.

II.

II. Was gelten in Sächsischem Gelde 1000 Assen feines Silber?

4864 Assen gelten $13\frac{1}{3}$ Thaler Sächsisch,
1 Thaler hat 24 Groschen.

```
1216 — 80000 | 65' 8 Sächsische Groschen.
       7296  |
       ----
        7040
        6080
        ----
         9800
         9728
         ----
           72 Rest.
```

III. Was gelten in Preußischem Gelde 1000 Assen feines Silber?

4864 Assen Silber enthalten 14 Preußische Thaler,
Getheilt durch 4: 1 Thaler hat . . . 24 Groschen.

```
und durch 4: 1216 — 84000
             ----    -----
              304    21000 | 69' 078 Preußische Groschen.
                      1824 |
                      ----
                      2760
                      2736
                      ----
                       2400
                       2128
                       ----
                       2720
                       2432
                       ----
                        288 Rest.
```

IV. Wie viel gelten in Schillingen Hamburger Banco 1000 Assen?

4864 Assen enthalten $27\frac{1}{8}$ Mark Banco-Geld,
Getheilt durch 16: 1 Mark Banco-Geld = 16 Schillingen Banco.

```
304 — 27625 | 90' 87 Schillinge Hamb. Banco.
      2736  |
      ----
       2650
       2432
       ----
        2180
        2128
        ----
          52 Rest.
```

Anwendung. Will man nun von diesen gefundenen Werthen eine Anwendung machen, und etwa wissen, wie viel ein Conventions-Thaler im Hamburger Banco-Geld werth ist: so stände der Ansatz, da nach der Tabelle der Conv. Thaler 486'4 Assen feines Silber enthält (§. 116), also:

1000 Assen Silber gelten 90' 87 Schillinge Hamburger Banco;
was gelten 486' 4 Assen feines Silber?

Multiplicirt mit 90 = 43776
0'87 für $\frac{7}{8}$ genommen, also
von 486'4 ab $\frac{1}{8}$
÷ 60'8
425'6 und dieß dazu
addirt = 425'6

44' 201'6 Schillinge Hamb. Banco, oder 2 Mark 12$\frac{1}{5}$ Schilling.

Wir haben hier blos die Absicht von der Angabe in Assen eine Anwendung zu zeigen. Nach den Münzgesetzen können wir dieß leichter auflösen. Denn da 10 Conventions-Thaler und 27$\frac{5}{8}$ Mark Banco-Geld einander gleich sind (eine Mark feines Silber enthalten): so ist 1 Conv. Thaler = $\frac{27\frac{5}{8}}{10}$ = $2\frac{61}{80}$ Mark Bankgeld; und $\frac{61}{80} \times 16 = \frac{61}{10} \times 2 = \frac{122}{10} = 12\frac{1}{5}$; also 2 Mark 12$\frac{1}{5}$ Schillinge Banco.

Vergleichungen der Goldmünzen unter sich, und mit den Silbermünzen.

§. 120. Von unsern Deutschen **Ducaten** sollen 67 Stücke eine Mark (= 16 Loth = 24 Karat = 4864 Holländ. Assen) wiegen. In einer Mark oder in 24 Karaten sollen 23$\frac{2}{3}$ Theile oder Karate **Gold**, und $\frac{1}{3}$ Karat **Kupfer** enthalten seyn. Das Gold in ihnen verhält sich also zum Kupfer, wie 23 $\frac{2}{3}$ zu $\frac{1}{3}$, oder wie 71 zu 1; unter einem Theile sind $\frac{71}{72}$ Gold, und $\frac{1}{72}$ Kupfer.

§. 121. **Aufgabe: Wie viel Assen wiegt ein Ducaten; wie viel Assen enthält derselbe an feinem oder reinem Golde?**

I. Wie viel Assen wiegt 1 Ducaten?

67 Ducaten wiegen 1 Mark;

1 Mark wiegt 4864 Assen.

```
4864      | 72'597 Assen, sein Gewicht.
 469      |  1'008  ab 1/72
----------|----------------
  174     | 71'589 Assen, Gehalt an Gold.
  134
  ---
   400
   335
   ---
    650
    603
    ---
     470
     469
     ---
       1 Rest.
```

II. Wie viel Assen enthält an Gold 1 Ducaten?

67 Ducaten haben $23\frac{2}{3}$ Karat an Gold,

24 Karat = 1 Mark,

1 Mark = 4864 Assen.

```
   1 Mark   = 4864 Assen.
  ----        ----
   67          608
    3          23 2/3
  ----        ------
  201          1824
              1216
                405'333
              ---------
              14389'333 | 71'588 Assen an Gold.
              1407      |
              ---------
                319
                201
                ---
                1183
                1005
                ----
                 1783
                 1608
                 ----
                  1753
                  1608
                  ----
                   145 Rest.
```

Da wir das Gewicht des Ducatens 72' 597 Assen fanden, und derselbe $\frac{1}{72}$ an Kupfer enthält, so durften wir nur den 72igsten Theil von seinem Gewichte abziehen, um die Assen des Goldes zu haben. Da wir im zweyten Ansatze 2 (Zehner) mit 608 multiplicirt hatten, und von dieser Zahl (608) $\frac{2}{3}$ nehmen sollten: so durften wir nur von dem Producte (1216) $\frac{1}{3}$ nehmen, und es gehörig rückwärts anschreiben.

§. 122. **Die 5 Thalerstücke, Friedrichsd'or, Augustd'or** 2c., auch **Pistolen** genannt, enthalten in einer Mark 21 Karat 8 Grän Gold und 2 Karat 4 Grän Kupfer. Das Gold in denselben verhält sich also zum Kupfer wie $21\frac{2}{3}$ zu $2\frac{1}{3}$ oder 65 zu 7; in der Einheit $\frac{65}{72}$ von jenem, und $\frac{7}{72}$ von diesem. 35 Friedrichsd'or wiegen eine Mark, Einer also $\frac{4864}{35} = 138\frac{34}{35}$ Assen. Setzen wir dafür 139, und sagen, in 72 Theilen Münzgold sind 65 Theile reines Gold enthalten, wie viel in 139, so finden wir nicht ganz $125\frac{1}{2}$ Assen.

§. 123. **Aufgabe. Wenn der Ducaten zu $5\frac{1}{2}$ Gulden im 24 Guldenfuß genommen wird, wie viel ist ein Friedrichsd'or werth?**

Aus unsern Angaben kann dieß auf zwey Arten berechnet werden:

I. Was gilt 1 Friedrichsd'or im 24 Guldenfuß?

wenn 35 Friedrichsd'or enthalten $21\frac{2}{3}$ Karat feines Gold,
und $23\frac{2}{3}$ Karat f. Gold enthalten 67 Ducaten,
und 1 Ducaten gilt . $5\frac{1}{2}$ Gulden. Oder:

II. Was 1 Friedrichsd'or?

1 Friedrichsd'or enthält $125\frac{1}{2}$ Assen fein Gold,
(×2) $71\frac{1}{2}$ Assen f. Gold — 1 Ducaten,
1 Ducaten gilt . . $5\frac{1}{2}$ Gulden ($5\frac{1}{2} \times 2 = 11$).
143

```
                 125   (125½ × 11)
                1255½
               ______
                1380½ | 9'653½ Gulden.
                1287  | Mit 60 zu Kreuzern
               ______
                 93'5  kr. 39'210.
                 858
               ______
                 770
                 715
               ______
                 550
                 429
               ______
                 121 Rest.
```

Gilt also 9 **Gulden und** $39\frac{1}{5}$ **Kreuzer** im 24 Guldenfuß.

Nach obigem Ansatze, der ein genaueres Facit gibt, wird $\frac{1}{2}$ kr. weniger kommen.

§. 124. Nach dem Französischen Münzgesetze sollen 155 Zwanzig Franken-stücke (Francd'or, ehehin Napoleonsd'or, Marengo, genannt) auf 1 Kilogramm oder 1000 Gramme gehen. Einer wiegt also 1000 : 155 = $6\frac{14}{31}$ Gramme, oder (§. 118) 20813 : 155 = 134'27 Assen. Der Zusatz an Kupfer ist $\frac{1}{10}$, also ÷ 13'427, bleiben 120'843 Assen feines Gold im Stücke.

§. 125. **Aufgabe. Wenn 71'5 Assen (der Goldgehalt eines Ducatens) $5\frac{1}{2}$ Gulden im 24 Guldenfuß gelten, was dann 120'8 Assen Gold?**

Kommen fl. 9 : $17\frac{1}{2}$ kr. für ein 20 Franken-Stück.

§. 126. **Aufgabe. Wie ist das Verhältniß des Werths des Goldes zum Silber; oder, was gilt 1 Theil Gold in Silber, wenn ein solches Goldstück zu 20 Franken in Silber gesetzt wird?**

Was gilt 1 Theil Gold (Gramm, Mark ꝛc.) in Silber?

1000 Gramme wiegen 155 Goldstücke,
1 Goldstück gilt 20 Franken,
1 Frank wiegt 5 Gramme. Kommen 155 : 10 = $15\frac{1}{2}$ Theile in Silber; oder $15\frac{1}{2}$ Theile Silber gelten 1 Theil in Gold ($15\frac{1}{2}$ Pfund Silber haben denselben Werth als 1 Pfund Gold).

Da die Gold- und Silbermünzen in Frankreich gleich viel an Kupfer enthalten: so ist es einerley, ob wir ihre Mischung oder ihren feinen Gehalt vergleichen.

§. 127. **Aufgabe. Wie ist das Verhältniß in Deutschland; oder, wie viel Mark Silber gehen auf eine Mark Gold, wenn wir den Ducaten zu $5\frac{1}{2}$ Gulden im 24 Guldenfuß nehmen?**

Wie viel ist in Silber werth 1 Mark Gold?
1 Mark = 24 Karat,
$23\frac{2}{3}$ Karat f. Gold enthalten 67 Ducaten,
1 Ducaten gilt $5\frac{1}{2}$ Gulden,
24 Gulden enthalten 1 Mark Silber.

Kommen $\frac{67 \times 5\frac{1}{2}}{23\frac{2}{3}} = 15\frac{40}{71}$ Theile Silber auf 1 Theil Gold.

Wir

Wir geben also $\frac{4\frac{1}{2}}{71}$ mehr in Silber, als nach jenem Verhältnisse; oder zahlen die Ducaten zu theuer.

Aufgabe. Fragen wir, wie hoch wir unsere Ducaten nehmen müssen, wenn das Verhältniß des Goldes zum Silber, wie in Frankreich, 1 zu $15\frac{1}{2}$ seyn soll: so fänden wir seinen Preis also:

Was gilt in Silber 1 Ducaten im 24 Guldenfuß?
67 Ducaten enthalten $23\frac{2}{3}$ Karat an Gold,
1 Karat Gold soll $15\frac{1}{2}$ in Silber werth seyn.

Es werden fl. 5 . $28\frac{1}{2}$ kr. für den Werth eines Ducatens, nach diesem Verhältnisse, kommen.

§. 128. **Aufgabe. Wie viel darf man für jedes Aß, das am Gewichte des Ducatens fehlt, abziehen, wenn derselbe zu $5\frac{1}{2}$ Gulden gerechnet wird?**

Was kostet 1 Aß an dem Ducaten?
4864 Assen wiegen 67 Ducaten,
1 Ducaten gilt $5\frac{1}{2}$ Gulden,
1 Gulden = 60 Kreuzer.

Werden 4'545, also etwas über $4\frac{1}{2}$ kr. für das Aß kommen.

Berechnungen der Waarenpreise der Tafel.

§. 129. Wir wollen nun über die Waarenpreise der Städte, welche die Tafel enthält, Berechnungen anstellen. Zuerst wollen wir zu finden suchen, wie theuer eine geringere Einheit, des Gewichtes im Gelde desselben Orts, dann wie theuer die Preise jedes Ortes in dem Gelde und Gewichte der andern kommen, und endlich allgemeine Regeln aufsuchen, wie diese Berechnungen für jeden Ort, ohne fernern Ansatz, leicht geschehen können.

Be-

Berechnung der Waarenpreise der Tafel im Gelde und Gewichte jedes Ortes.

§. 130. In der Tafel ist die Eintheilung des Geldes und Gewichtes jedes Ortes, und die Verhältnisse derselben zu einander, angegeben, so daß die Berechnungen leicht anzustellen sind. Der Werth des Geldes der verschiedenen Städte ist nach dem Gewichte der Cölnischen Mark bestimmt; es ist nämlich angegeben, in wie viel Stücken desselben so viel feines (reines, vom Kupfer ꝛc. freyes) Silber enthalten ist, als eine Cölnische Mark wiegt.

Nach der Tafel ist also in 20 Gulden Current, in $13\frac{1}{3}$ Leipziger oder Sächsischen Thalern, in 34 Hamb. Mark Current, in $27\frac{5}{8}$ Mark Banko, in $24\frac{3}{8}$ Holländischen Gulden, in $42\frac{1}{2}$ Schilling Sterling, und in $51'93\frac{4}{9}$ Franken, eine Cölnische Mark Silber (reines, ohne fremdartigen Zusatz) enthalten; und diese Anzahl der Geldstücke sind also dann wieder unter sich selbst gleich, oder haben denselben Werth. 20 Gulden Current sind so viel werth als $13\frac{1}{3}$ Thaler Sächsisch (oder Current) und 1 Thaler $= \frac{20}{13\frac{1}{3}} = \frac{60}{40} = 1\frac{1}{2}$ Gulden Curr. 20 Gulden Curr. = 34 Hamb. Mark Curr.; also 1 Mark Curr. $= \frac{20}{34}$ Gulden Curr., und 1 Gulden Curr. $= \frac{34}{20} = 1\frac{7}{10}$ Mark Curr. ꝛc. Daraus läßt sich dann auch der Werth der andern darin angeführten Geldsorten bestimmen. Wenn hier 1 Gulden $= 1\frac{7}{10}$ Mark, so ist 1 Groschen ($\frac{1}{20}$ Gulden) $= \frac{1\frac{7}{10} \times 16}{20} = \frac{272}{200} = \frac{136}{100} = 1\frac{9}{25}$ Schillinge ꝛc.

§. 131. **Aufgabe. Wie hoch kommt in jenen Orten zu den bemerkten Zentner-Preisen (den Verlust an Thara nicht gerechnet) das Pfund Baumwolle und das Pfund Curcume?**

I. In

I. In Nürnberg das ℔ Baumwolle.

Nbger. 100 ℔ — fl. 84 — 1 ℔ Nbgr.?
(fl. 1 =) × 60 kr.

50|40 = $50\frac{2}{5}$ kr. das Baierische Pfund.

II. In Frankfurt.

108 ℔ — 46 Thaler — 1 ℔ Frankf.?
(1 Th. =) × 90 kr.

4140 | $38\frac{1}{3}$ kr. das Frankfurter Pfund.
324
900
864
36 : 108 = 1 : 3.

III. In Leipzig.

110 ℔ — 45 Thaler.
(1 Thal. =) 24 Groschen.
180
90
1080 | $9\frac{9}{11}$ Groschen das Leipziger ℔.
990
90 : 110 = 9 : 11.

$\frac{9}{11}$ Groschen = $\frac{9 \times 12}{11} = \frac{108}{11} = 9\frac{9}{11}$ Pf.

IV. In Triest.

100 ℔ — 51 fl. — 1 ℔.
1 fl. = × 60 kr.

3060 = $30\frac{3}{5}$ kr. Curr. das ℔ in Triest.

V. In Hamburg.

Was 1 ℔ Hamburger?
1 ℔ — 28 Grote
3 Grote — $1\frac{1}{2}$ Schilling
$108\frac{2}{3}$ zahlen nur 100.
326 4200 | 12 Schill. und 10 Pfennige.
326
940
652
288 × 12 zu Pfennigen.
576
3456
326
196 Rest.

VI. In Bremen das ℔ Curcume?

1 ℔ Bremer.
116 — 7 Thaler.
1 — 72 Grote.
29 — 18 × 7 =
126 | $4\frac{10}{29}$ Grote, also beynahe $4\frac{1}{3}$.
116
10

VII. In Amsterdam das ℔ Curcume?

1 ℔ Amsterdamer.
100 — 16 Gulden Holländ.
1 = 20 Stüber.
3'2 = $3\frac{1}{5}$ Stüber.
1 Stüber = 16 Pfennige, also 3 Stüber und $3\frac{1}{5}$ Pfennige.

VIII. In London das ℔ Curcume?

1 ℔ Londoner.
112 — (1 Livre 12 Schill. Sterl.
1 L. = 20 Schill. Sterl.)
also: 112 — 32 Schill. Sterl.
1 = 12 Pfennige Sterl.
384 | $3\frac{3}{7}$ Pfennige Sterling.
336
48

IX. In

IX. In Paris $\frac{1}{2}$ Kilogramm Curcume?

$\frac{1}{2}$ Kilogramm.

50 — 47 Franken.

1 — 100 Centimen.

Kommen 47 **Centimen.**

§. 132. **Erläuterungen.** Die ersten vier Beyspiele sind an sich klar; wir haben die Gulden und Thaler in Kreuzer und Groschen (in eine niedere Geldsorte) als ihren Theilen, verwandelt, und mit den Pfunden dividirt, um den Werth von einem Pfunde zu bekommen. Im 5ten Beyspiele ist der Preis schon vom Pfunde gegeben, und wir hätten also nichts zu berechnen, wenn nicht bey diesem Preise ein Abzug gestattet würde. Manche Waaren werden nämlich in Hamburg auf 13, und manche auf 7 Monate Zahlungsfrist berechnet, und zwar zu 8 Procent vom Jahr. Diese dürfen nun wieder vom Preise abgezogen werden, da Contant bezahlt werden muß.

Wenn von 12 Monaten 8 Procent gefordert werden, so kommen auf 13 Monate 8$\frac{2}{3}$, und auf 7 Monate 4$\frac{2}{3}$ Procent. Bey der Baumwolle findet jener Rabatt statt.

Wir sagen also: statt 108$\frac{2}{3}$ (welche in 13 Monaten zahlbar wären) zahlen wir gleich, aber nur 100, was für 28 Grote? kommen 25 Grote und etwas über 10 Pfennige; welche in unserm Ansatze gleich in Schillingen berechnet wurden, von welchen einer 2 Grote, oder 1$\frac{1}{3}$, 3 Grote gilt.

Berechnung der Waarenpreise jedes Ortes, im Gelde und Gewichte der andern Orte.

§. 133. **Aufgabe: Was kosten, nach den höchsten Preisen dieser Orte, 10 Pfund Kaffe in Nürnberger Geld und Gewicht?**

I. Der Frankfurter Preis in Nürnberg.

Was 10 ℔ Nürnberger
100 = 119 ℔ Frankf.
1 — 56 kr. in 24 Guldenfuß.
60 = 1 Gulden

100 × 6 | 714
595

Getheilt durch 6664
6 = 1110'66$\frac{2}{3}$
und durch 100 = 11$\frac{1}{10}$ Guld. (fl 11. 6 kr.)

III. Der Triester Preis in Nürnberg.

Was 10 ℔ Nürnberger?
= Triester
100 — 92 Gulden Current
9'2 Gulden Current
Dazu $\frac{1}{5}$ = 1'84
11'04 Gulden Münz
= 11,$\frac{1}{25}$ fl; $\frac{1}{25}$ × 60
= $\frac{60}{25}$ = 2$\frac{10}{25}$ = 2$\frac{2}{5}$ kr.

V. Der Hamburger Preis in Nürnberg.

Was 10 ℔ Nürnbg.
100 = 116 ℔ Hambg.
1 — 16$\frac{1}{2}$ ßl. Bco.
16 = 1 Mark Bco.
27$\frac{5}{8}$ = 24 Gulden

2210 . . 22968 | 10 Gulden
2210
868 × 60 zu Kreuzern
52080 | 23 Kreuzer
÷ 4420 :
7880
1250 Rest = $\frac{1}{2}$ kr.

II. Der Leipziger Preis in Nürnberg.

Wie viel kosten 10 ℔ Nbgr. Gewicht?
100 = 120 ℔ Leipziger
1 = 12$\frac{1}{2}$ Groschen Leipz.
24 = 1 Thaler Leipz.
5 = 9 Guld. im 24 Guldenf.

24 × 5 — 12 × 12$\frac{1}{2}$ × 9
2 × 5 | 12$\frac{1}{2}$ × 9
10 | 112$\frac{1}{2}$
11,$\frac{2\frac{1}{2}}{10}$ = 11$\frac{5}{20}$ =
11$\frac{1}{4}$ Gulden.

IV. Der Bremer Preis in Nürnberg.

Was 10 ℔ Nürnberger?
100 = 112 ℔ Bremer
1 — 32 Groten (= 4 × 8)
(= 8.9.) 72 = 1 Thaler
5 = 9 Gulden

10 × 5 — 112. × 4 = 448
Getheilt durch 5 — 89'6.
— durch 10 fl 8'96 in Gold.

Rechnen wir den Agio zu 7 Procent 100 = 6272
9'5872 Guld. Münz
Also 9 fl. 35$\frac{1}{4}$ kr. nicht ganz. | × 60 zu kr.
kr. 35'2320.

VI. Der Amsterdamer Preis in Nbrg.

Was 10 ℔ Nürnbg.
100 = 113 ℔ Amsterd.
1 — 18 Stüber (2 × 9)
20 = 1 Gulden Holl.
24$\frac{3}{8}$ = 24 Gulden Münz?

24$\frac{3}{8}$ × 100 — 113 × 9 × 24
3) 195 × 100 | × 8
65 × 100 — 113 × 9 × 24 (:3) × 8
113 × 9 × 8 × 8
6500 — 1017 (113 × 9)
× 8
8136 × 8

Werden kommen 10 Gulden und nicht ganz 1 kr. ($\frac{4}{5}$)

VII.

VII. Der Londoner Preis in Nbrg.

Was 10 ℔ Nürnb.
100 = 123½ ℔ Londoner
112 — 144 Schillinge
42½ = 24 Gulden
(112=4×4×7) (144=4×36=4×4×9)

42½×7×10 — 123½×24×9
85×7×10 — 247
5950 — ×216 = (24×9)
1482
247
494
53352 | 8 Gulden
47600
5752
Zu Kreuzern 60
345120 | 58 Kreuzer
29750
47620
47600
20 Rest.

VIII. Der Pariser Preis in Nürnbg.

10 ℔ Nürnberger
100 — 56 Kilogramme
½ — 245 Centimen a)
100 = 1 Frank
51'93 — 24'00 Gulden

5193×10×½ — 56×245×24
5 × 49 *)
5193 — 504
224
2744
24
10976
5488
65856 | 12 Gulden
5193
13926
10386
3540
Zu Kreuzern × 60 | 40 Kreuzer
212400
20772
4680 Rest.

a) In der Tafel stehet nur 230, was wir eben bemerken.

§. 134. **Aufgabe.** Was kosten in Leipzig nach den höchsten Preisen dieser Orte, 100 ℔ Leipziger Gewicht vom Kaffe, im Sächsischen Gelde?

*) Hier haben wir 56 mit 49 zu multipliciren. Setzen wir zu 56 zwey Nullen, so haben wir es 100 mal genommen. Nehmen wir von 5600 die Hälfte = 2800, so ist dieß das 50 fache, und 2800 ÷ 56 = 2744, das 49 fache.

I. Der Nürnberger Preis in Leipzig.

Wie viel vom Kaffe 100 ℔ Leipziger

100 = 83 ℔ Nürnberger
100 — 112 Gulden Münz
9 = 5 Thaler Sächsisch

900 — 560 (×83)
90 — 56
× 83
168
448
Getheilt durch 4648
90. Thaler 51'6⅘
× 24
144
10⅔
Groschen 15'4⅔
× 12
Pfennige 5'6 (5⅗)

II. Frankfurter Preis in Leipzig.

Kaffe 100 ℔ Leipziger?

100 = 99¼ ℔ Frankf.
1 — 56 Kreuzer
60 = 1 Gulden
9 = 5 Thaler Sächs.

4) 12×9 — 4) 56×99¼
3) 3×9 14×99¼
14×33¼
9 33'25×14
9=3×3 13300
3) 465'50
3) 155'16 . . .
51'72 Thaler S.

III. Der Triester Preis in Leipzig.

Kaffe 100 ℔ Leipziger

100 = 83 ℔ Triester
100 = 92 Gulden (Curr.)
20 = 13⅓ Thaler Sächs.

100, 20, 3. — 40. 92. 83.
100. 3 — 2. 92. 83
184×83
552
1472
3) 15272
Thaler 50'90⅔
× 24
21'6
16
Groschen. 21⅓

IV. Der Bremer Preis in Leipzig.

Kaffe 100 ℔ Leipziger?

100 = 93⅝ ℔ Bremer
1 — 32 Grote (=4×8)
72 = 1 Thaler Bremer
(8×9=) (= dem Sächs.)

9 93⅝×4
374½ | 41 Thaler und
36 | 14⅔ Groschen
14½
9

9 (3×3) 5½×24 (3×8)
44/3 = 14⅔ Groschen.

Rech-

Rechnen wir den Agio auf Gold zu 7 Procent, und multipliciren

Thal. 41. $14\frac{2}{3}$ Gros.
mit 7
Thal. 2'87. $102\frac{2}{3}$
zu Groschen 24
348
174
2088
+ $102\frac{2}{3}$
Gros. 21'$90\frac{2}{3}$ Also zu 41. $14\frac{2}{3}$
Agio 2. $21\frac{9}{10}$
Silbergeld Thal. 44. $12\frac{17}{30}$ Gros.

Oder man setze es so an:

Was Kaffe 100 ℔ Leipziger?
100 = $93\frac{5}{8}$ ℔ Bremer.
1 — 32 Grote in Gold
72 = 1 Thaler in Gold
100 = 107 Thaler in Silber.

100 × 9 — $93\frac{5}{8}$. 4. 107.
$374\frac{1}{2}$
107
2618
3740
$53\frac{1}{2}$
400'$71\frac{1}{2}$
Thaler .. 44'5238 ..
× 24
20952
10476
Groschen 12'5712

V. Der Hamburger Preis in Leipzig.

Wie theuer Kaffe 100 ℔ Leipziger
100 = $96\frac{1}{2}$ ℔ Hamburger
1 — $16\frac{1}{2}$ ßl. Banco
16 = 1 Mark Banco
$27\frac{5}{8}$ = $13\frac{1}{3}$ Thaler Leipz.
Kommen 48 Thaler 9 Pfennige.

Oder nach dem Pari des Curses.
100 ℔ Leipziger?
100 = $96\frac{1}{2}$ ℔
1 — $16\frac{1}{2}$ ßl.
(4×4=) 16 = 1 Mck.
300 = $144\frac{4}{7}$ Thaler.
300 — $36\frac{1}{5}$. $24\frac{1}{8}$. $16\frac{1}{2}$
36'2
16'5
1810
2172
362
300 — 597'3
100 199'1
$24\frac{1}{8}$
7964
3982
248
Thaler 48'03'2
24
768 × 12 zu Pfennigen
1536
Pfennige 9'216

VI. Der Amsterdr. Preis in Leipzig.

Kaffe 100 ℔ Leipziger
100 = $94\frac{1}{2}$ ℔ Amsterd.
1 — 18 Stüber
20 = 1 Gulden Holländis.
$24\frac{3}{8}$ = $13\frac{1}{3}$ Thaler Sächsis.
Kommen 46 Thaler $12\frac{1}{2}$ Groschen.

Oder

Oder nach dem Pari des Curses.
100 ℔ Leipziger?
100 = 94½ ℔ Amsterd.
1 — 18 Stüber
50 = 1 Thaler
100 = 136¾

50 . 100 — 94'5. 18. 136¾
10 . 100 18'9 × 18 (getheilt durch 2 u. 3)
1512
340'2
136¾
20412
10206
3402
1701
8505
Thaler 46 | 522'35 × 24
Gros. 12 | 536'4 × 12
Pfennige 6 | 436'8

VII. **Der Londoner Preis in Leipzig.**
Kaffe 100 ℔ Leipziger
℔ Leipz. 100 = 103 ℔ Londoner
℔ Lond. 112 — 144. Schilling
Schill. 42½ = 13⅓ Thaler Sächs.

Kommen 41 Thaler 13 Groschen.

Oder:

Nach dem Pari des Curses.
100 ℔ Leipziger
100 = 103 ℔ Londoner
112 — 144 Schillinge Sterl.
20 = 1 Pfund Sterling
1 = 6 Thlr. 6, $\frac{10}{17}$ Gros.

Kommen 41 Thaler 13 Groschen.

VIII. **Der Pariser Preis in Leipzig.**
Kaffe 100 ℔ Leipziger?
100 = 46'7 Kilogramme
1 — 460 Centimen
5193 = 13⅓ Thaler Sächs.

Kommen 55 Thlr. 3 Gros. 9 Pfennige.

Oder:

Was Kosten nach dem Pari des Curses
100 ℔ Leipziger
100 = 46'7 Kilogramme
½ — 230 Centimen
100 = 1 Franken
300 = 77 Thaler Sächs.

Kommen 55 Thlr. 3 Gros. 3 Pfennige.

§. 135. Aufgabe. Wie theuer kommt in Bremer Geld und Gewicht das Pfund Cochenille, nach den höchsten Preisen der andern Orte?

I. **Der Nürnberger Preis in Bremen.**
Cochenille 1 ℔ Bremer?
112 = 100 ℔ Nürnberger
1 — 22 Gulden Münz
24 = 13⅓ Thlr. Bremer

112. 3. 3 — 10. 100, 11
1008 11000 | 10 **Thaler**
1008
920 72 = 8 × 9
8280
66240 | 65 **Grote**
6048
5760
5040
720 Rest.

Oder:

Cochenille 1 ℔ Bremer
100 = 89 ℔ Nürnberger
1 — 22 Gulden
24 — 13⅓ Thaler

100. 12. 3 — 89. 11. 40
10. 3. 3. — 979
Thaler 10'8$\frac{7}{9}$
72 zu Grote
576
56
Grote 63'2

II.

II. Der Frankfurter Preis in Bremen.

Was Cochenille 1 ℔ Bremer
100 — 106 ℔ Frankf.
1 — 19 Gulden
24 — $13\frac{1}{3}$ Thaler Bremer

Werden kommen 11 Thaler $13\frac{1}{7}$ Grote.

III. Der Leipziger Preis in Bremen.

Cochenille 1 ℔ Bremer?
100 — 106
1 — 11 Thaler
Thaler 11'66 >< 8. 9.
594
Grote 47'52

IV. Der Hamburger Preis in Bremen.

Cochenille .. 1 ℔ Bremer
100 = 103 ℔ Hamb.
1 — 66 Schill. Vläm. Bc.
8 = 3 Mark. Banco
$27\frac{5}{8}$ = $13\frac{1}{3}$ Thaler in Br.
$108\frac{2}{7}$ zahlt nur 100.

Werden kommen 11 Thaler 23 Grote.

V. Der Triester Preis in Bremen.

Cochenille .. 1 ℔ Bremer
100 = 89 ℔ Triester
1 — $17\frac{1}{2}$ Gulden Currant.
20 = $13\frac{1}{3}$ Thaler Bremer

Werden kommen 10 Thaler 27 Grote.

VI. Der Amsterd. Preis in Bremen.

Cochenille .. 1 ℔ Bremer
100 — 101 ℔ Amsterdam.
1 — $63\frac{1}{2}$ Schilling Vläm.
10 — 3 Gulden Holl.
$24\frac{1}{8}$ — $13\frac{1}{3}$ Thaler Bremer.

Werden kommen 10 Thaler $37\frac{1}{4}$ Grote.

VII. Der Londoner Preis in Bremen.

Cochenille .. 1 ℔ Bremer
100 ℔ = 110 ℔ Londoner
1 — 30 Schilling Sterling
$42\frac{1}{2}$ — $13\frac{1}{3}$ Thaler Bremer.

Werden 10 Thaler 25 Grote kommen.

VIII. Der Pariser Preis in Bremen.

Cochenille .. 1 ℔ Bremer
100 = $49\frac{7}{8}$ Kilogramme
$\frac{1}{2}$ — 42 Franken
51'935 — $13\frac{1}{3}$ Thaler Bremer.

Werden kommen 10 Thaler 54 Grote.

§. 136. Aufgabe. Wie hoch kommt dem Hamburger die Cochenille aus jenen Orten, im Hamburger Gewicht, und in Schillingen Vlämisch, mit Zuziehung von $8\frac{1}{3}$ Procent, die derselbe beym Verkauf als Rabatt sich abrechnen lassen muß?

I. Der

I. Der Nürnbgr. Preis in Hamburg.
Wie theuer Cochen. 1 ℔ Hamburger
100 = 86½ ℔ Nürnberger
1 — 22 Gulden
24 = 27⅝ Mark Banco
3 = 8 Schillinge Vläm.
100 — 108⅔

Werden kommen nicht ganz 63½ ßl. Vl.
Ohne den Rabatt 58'41 ßl. Vl.

Oder nach dem Wechselpari.
1 ℔ Hamburger;
100 = 86½ ℔ Nürnbg.
1 — 22 Gulden Münz
12 = 10 Gulden Curr.
3 = 2 Thaler Curr.
144⅘ = 300 Mark Banco
3 = 8 ßl. Vl.
100 — 108⅔

II. Der Frankfurter Preis in Hamb.
Cochenille 1 ℔ Hamburger
100 = 103½ ℔ Frankfurter
1 — 19 Gulden Rheinisch
24 = 27⅝ Mark Banco
3 = 8 Schillinge Vl.

Werden 62⅘ Schillinge Vläm. kommen.

III. Der Leipziger Preis in Hamburg.
Was kosten Cochen. 1 ℔ Hamburger?
100 = 103⅞ ℔ Leipziger
1 — 11 Thaler
13⅓ = 27⅝ Mark Banco
3 = 8 ßl. Vl.
100 — 108⅔

Werden kommen 62⅕ Schillinge Vläm.

IV. Der Triester Preis in Hamburg.
Wie theuer Cochen. 1 ℔ Hamburger
100 = 86½ ℔ Triester
1 — 17½ Gulden Curr.
20 — 27⅝ Mark
3 — 8 ßl. Vl.
100 — 108⅔

Werden kommen 60'588.

V. Der Amsterd. Preis in Hamburg.
Cochenille 1 ℔ Hamburger
100 = 98 ℔ Amsterdamer
1 — 63½ Schillinge Vl.
10 = 3 Gulden Holl.
24⅜ — 27⅝ Mark
3 — 8 Schillinge Vläm.
100 — 108⅔

Werden kommen 61$\frac{1}{17}$ Schillinge Vläm.

VI.

VI. Der London. Preis in Hamburg.

Cochenille 1 ℔ Hamburger
100 = 106¼ ℔ Londoner
1 — 30 Schillinge Sterl.
42½ = 27⅝ Mark Banco
3 = 8 ßl. Vläm.
100 — 108⅔

Werden kommen 60'318 Schillinge Vl.

VII. Der Pariser Preis in Hamburg.

Cochenille 1 ℔ Hamburger
100 = 48⅞ Kilogramme
½ — 42 Franken
51'93 = 27⅝ Mark Banco
3 = 8 Schilling Vläm.
100 — 108⅔ wegen Rabatt.

Kommen 62'63 oder 62²¹⁄₃₂ Schillinge Vl.

§. 137. **Aufgabe.** Wie theuer kommt dem Triester in seinem Gelde und Gewichte die Cochenille aus jenen Orten, ohne Fracht ꝛc.?

I. Der Nürnberger Preis in Triest.

Cochenille 1 ℔ Triester = Nürnberg.
1 — 22 Gulden in 24 Guldenfuß
24 — 20 Gulden in 20 Guldenfuß

Kommt 18⅓ Gulden Curr. in Triest.

II. Der Frankfurter Preis in Triest.

Cochenille 1 ℔ Triester?
100 — 119½ ℔ Frankf.
1 — 19 Gulden Rhein.
6 — 5 Gulden Curr.

119½ × 20 = 2390
÷ 119'5
2270'5
÷ ⅙ = 378'4
Gulden 18'92'1
60
Kreuzer 55'21

III. Der Leipziger Preis in Triest.

Cochenille 1 ℔ Triester?
10 = 12 ℔ Leipziger
1 — 11 Thaler
13⅓ = 20 Gulden Curr.

40. — 12.11.2.3
10 — 3.66 = 19'8 =
19⅘ Gulden Curr.

IV. Der Hamburger Preis in Triest.

Cochenille 1 ℔ Triester
100 = 115 ℔ Hamburger
1 — 66 Schill. Vläm.
8 = 3 Mark Banco
27⅝ = 20 Gulden (Curr.)
Für 108⅔ zahlen 100

Werden kommen fl 18. 57 kr.

V. Der Amsterdamer Preis in Triest.

Cochenille 1 ℔ Triester?
100 = 113 ℔ Amsterd.
1 — $63\frac{3}{4}$ Schilling Vläm.
10 = 3 Gulden Holl.
$24\frac{3}{8}$ = 20 Gulden Triester

Wird kommen 17 Gulden 40 Kr. Curr.

VI. Der Londoner Preis in Triest.

Cochenille 1 ℔ Triester?
100 = $123\frac{1}{2}$ ℔ Londoner
1 — 30 Schillinge Sterl.
$42\frac{1}{2}$ = 20 Gulden.

Werden kommen 17 Gulden 26 Kreuzer (Current.)

VII. Der Pariser Preis in Triest.

Cochenille 1 ℔ Triester?
100 = 56 Kilogramme
$\frac{1}{2}$ — 42 Franken
51'93 = 20 Gulden Curr.

Kommen 18 Gulden 7 Kreuzer (Curr.)

§. 138. Aufgabe. Wie theuer kommt dem Amsterdamer in seinem Gelde und Gewichte die Cochenille aus jenen Orten, ohne Fracht ꝛc.?

I. Der Nürnbgr. Preis in Amsterd.

Was kostet Cochen. 1 ℔ Amsterdamer?
100 = 88 ℔ Nürnberger
1 — 22 Gulden Rhein.
24 — $24\frac{3}{8}$ Gulden Holl.

Kommen $19\frac{2}{3}$ Gulden Holl. Current.

(100. 3 — 11. 22. $24\frac{3}{8}$
100 — 11. 22. $8\frac{1}{8}$
$242 \times 8\frac{1}{8} = 1936 + 30\frac{1}{4}$
$= 19'66\frac{1}{4}$)

II. Der Frankfurter Preis in Amsterd.

Cochenille 1 ℔ Amsterdamer?
100 = $105\frac{1}{2}$ ℔ Frankfurter
1 — 19 Gulden Rhein.
24 — $24\frac{3}{8}$ Gulden Holl.

Kommen 20 Guld. 7 Stüb. $2\frac{1}{2}$ Pfenn.

III. Der Leipziger Preis in Amsterd.

Cochenille 1 ℔ Amsterdam.
100 = $105\frac{1}{4}$ ℔ Leipziger
1 — 11 Thaler
$13\frac{1}{3}$ = $24\frac{3}{8}$ Gulden Holl.

Kommen 20 Gulden 18 Stüb. 12 Pfen.

IV. Der Hamburger Preis in Amsterd.

Cochenille 1 ℔ Amsterdamer?
100 = 102 ℔ Hamburger
1 — 66 Schillinge Vläm.
$108\frac{2}{3}$ — 100 wegen Rabatt
8 = 3 Mark Banco
$27\frac{5}{8}$ = $24\frac{3}{8}$ Gulden Holl.
3 = 10 Schillinge Vläm.

Kommen 68 Schill. 4 Grote Vläm.

V. Der

V. Der Triester Preis in Amsterdam.

Cochenille 1 ℔ Amsterdamer?
100 = 88 ℔ Triester
1 — $17\frac{1}{2}$ Gulden (Curr.)
20 = $24\frac{3}{8}$ Gulden Holl.
3 = 10 Schilling Vl.

Werden kommen 62 Schilling Vl. und $6\frac{3}{4}$ Pfennig Vläm.

Nach dem Wechselpari 1 ℔
100 — 88 ℔ Triester
1 — $17\frac{1}{2}$ Gulden
Wien $1\frac{1}{2}$ — $36\frac{9}{16}$ Stüber
60 — 10 Schill. Vläm.

100. 9 — $36\frac{9}{16} \cdot 17\frac{1}{2} \cdot 88$
$4\frac{1}{16} \times 88$
352
$5\frac{1}{2}$
357'5 $\times$ $17\frac{1}{2}$
25025
1787
Schill. Vläm. 62|56'2
|11 24
Pfennig Vläm. 6|74'4

VI. Der Londoner Preis in Amsterdam.

Cochenille 1 ℔ Amsterdamer?
100 = $108\frac{3}{4}$ ℔ Londoner
1 — 30 Schillinge Sterl.
$42\frac{1}{2}$ = $24\frac{3}{8}$ Gulden Holl.
3 = 10 Schilling Vl.

Werden kommen 62 Schilling Vläm. und 4 Pfennige Vläm.

VII. Der Pariser Preis in Amsterdam.

Cochenille 1 ℔ Amsterdamer?
100 = $49\frac{2}{5}$ Kilogramme
1 — 84 Franken
51'93 = $24\frac{3}{8}$ Gulden Holl.
3 = 10 Schillinge Vläm.

Werden kommen 64 Schillinge Vläm. und 11 Pfennige Vläm.

§. 139. Aufgabe. Wie theuer kommt in London die Cochenille aus jenen Orten, ohne Fracht ꝛc.?

I. Der Nürnberger Preis in London.

Was kostet Cochen. 1 ℔ Londoner?
100 = 81 ℔ Nürnberger
1 — 22 Gulden Rhein.
24 = $42\frac{1}{2}$ Schillinge Sterl.

Werden kommen 31 Schilling $6\frac{2}{3}$ Pfennige Sterling.

II. Der Frankfurter Preis in London.

Cochenille 1 ℔ Londoner?
100 = 97 ℔ Frankfurter
1 — 19 Gulden Rhein.
24 = $42\frac{1}{2}$ Schill. Sterl.

Werden kommen 32 Schillinge $7\frac{3}{8}$ Pfennige Sterlinge.

III. Der Leipziger Preis in London.

Cocheniße 1 ℔ Londoner
100 = 97 ℔ Leipziger
1 — 11 Thaler Sächs.
$13\frac{1}{3}$ = $42\frac{1}{2}$ Schilling Sterl.

Wird kommen 34 Schilling Sterling.

IV. Der Hambgr. Preis in London.

Cochenille 1 ℔ Londoner
100 = 93 ℔ Hamburger
1 — 66 Schillinge Vläm.
8 = 3 Mark Banco!
$27\frac{5}{8}$ = $42\frac{1}{2}$ Schillinge Sterl.
$108\frac{2}{3}$ zahlen nur 100

Wird kommen 32 Schilling Sterling und 7 Pfennige Sterling.

V. Der Triester Preis in London.

Cochenille 1 ℔ Londoner?
100 = 81 ℔ Triester
1 — $17\frac{1}{2}$ Gulden (Curr.)
20 = $42\frac{1}{2}$ Schillinge Str.

Kommen 30 Schilling 1 Pfenn. Sterl.

VI. Der Amsterdamer Preis in London.

Cochenille 1 ℔ Londoner?
100 = 92 ℔ Amsterdamer
1 — $63\frac{1}{2}$ Schillinge Vläm.
10 = 3 Gulden Holl.
$24\frac{3}{8}$ = $42\frac{1}{2}$ Schillinge Sterl.

Wird kommen 30 Schillinge Sterling und 6 Pfennige.

VII. Der Pariser Preis in London.

Cochenille 1 ℔ Londoner
100 = $45\frac{1}{3}$ Kilogramme
$\frac{1}{2}$ — 42 Franken
51'93 = $42\frac{1}{2}$ Schilling Sterl.

Wird kommen 31 Schillinge 2 Pfenn. Sterlinge.

§. 140. Aufgabe. Wie theuer kommt in Paris die Cochenille zu den Preisen jener Orte, ohne Fracht ꝛc.?

I. Der Nürnberger Preis in Paris.

Cochenille $\frac{1}{2}$ Kilogramm
100 = $178\frac{1}{2}$ ℔ Nürnberger
1 — 22 Gulden Rhein.
24 = 51'93 Franken.

Werden kommen 42 Franken und $48\frac{1}{2}$ Centimen.

II. Der Frankfurter Preis in Paris.

Cochenille $\frac{1}{2}$ Kilogramm?
100 = $213\frac{3}{4}$ ℔ Frankfurt.
1 — 19 Gulden Rhein.
24 = 51'93 Franken.

Werden kommen 43 Franken und 93 Centimen.

III. Der Leipziger Preis in Paris.

Cochenille ½ Kilogramm
100 = 214 ℔ Leipziger
1 — 11 Thaler Sächs.
13⅓ = 5193 Centimen.

Kommen 45 Franken und 85 Centimen.

Oder nach dem Leipziger Wechselpari:

½ Kilogramm
100 = 214 ℔ Leipziger
1 — 11 Thaler
77 — 300 Franken

7 — 214 × 1½
107
321 | 45'85 5/7
28
41
60
40

IV. Der Hamburger Preis in Paris.

Cochenille ½ Kilogramm?
100 = 206½ ℔ Hamburger
1 — 66 Schill. Vläm. Bco.
8 = 3 Mark Banko;
27⅝ = 5193 Centimen
100 = 1 Franken.

Werden kommen 44 Franken 20⅞ Cent.

Oder nach dem Pariser Wechselpari:

½ Kilogramm?
100 — 206½ ℔ Hamb.
1 — 66 ßl. Vläm.
8 = 3 Mark Banco
100 — 188 Franken

Kommen 44 Franken 20⅞ Centimen.

V. Der Triester Preis in Paris.

Cochenille ½ Kilogramm?
100 = 178½ ℔ Triester
1 — 17½ Gulden (Curr.)
20 = 51'93 Franken

Kommen 40 Franken 55 Centimen.

VI. Der Amsterd. Preis in Paris.

Cochenille ½ Kilogramm?
100 = 202½ ℔ Amsterd.
1 — 63½ Schill. Vläm.
10 — 3 Gulden Holl. Curr.
24⅜ = 5193 Centimen

Kommen 41 Franken 9 Centimen.

VII. Der Londoner Preis in Paris.

Cochenille ½ Kilogramme?
100 = 220½ ℔ Londoner
1 — 30 Schillinge Sterl.
42½ = 5193 Centimen.

Werden kommen 40 Franken 41⅓ Cent.

Allgemeine Formen zur Bestimmung der Waarenpreise.

Es ist für den Kaufmann sehr wichtig, ohne weitläuftige Berechnung die Waarenpreise verschiedener Orte mit einander **vergleichen**, und bestimmen zu können, wie theuer ihm jede Waare in seinem Gewichte und Gelde komme. Um diesen Zweck zu erreichen, dürfen wir nur durch Berechnung suchen, wie hoch uns eine **Einheit des ausländischen Gewichtes und Geldes**, in **unserm Gewichte und Gelde**, ohne Unkosten (Frachten, Mauten ꝛc.) komme. Es ist begreiflich, daß man dabey das zu sehr Veränderliche und was sich **nicht auf den Werth oder Preis der Waaren, sondern auf das Gewicht bezieht in der Berechnung wegzulassen, und erst in einem bestimmten Fall hinzu zu fügen habe.** Dieß soll durch Anschauung deutlicher werden.

Allgemeine Bestimmung der ausländischen Waarenpreise für Nürnberg.

§. 141. **Aufgabe. Wie theuer kommen im Allgemeinen dem Nürnberger die Amsterdamer Waarenpreise.**

Wie theuer kommen			100 ℔ Baierisch Gewicht?
℔ Baierisch	88	=	100 ℔ Amsterdamer
℔ Amsterdamer	100	kosten	100 Gulden Holl. Curr.
Gulden Holländisch	250	—	141 Thaler Curr. in Nürnberg
Thaler Curr. in Nürnberg	2	=	3 Gulden Curr. in Nürnberg.
Gulden Curr. in Nürnberg	10	=	12 Gulden im 24 Guldenfuß.
	88 . 25 . 2	—	100 . 141 . 3 . 12
	88	—	4 . 141 . 3 . 6
	11	—	$141 \times 9 = \frac{1269}{11} = 115\frac{4}{11}$ Guld. im 24 Guldf.

Oder, wenn wir statt 100 ℔ kosten P Gulden, setzen: 1 ℔ kostet P Gulden, so kommt dann 1'1536$\frac{4}{11}$; also nicht ganz fl 1. 10 kr.

Oder

Oder auch also: Wie kommen G. ℔ Baierisch?

```
88 ℔  =  100 ℔ Amsterdamer
100   kosten P. Gulden
250   —  141. Thaler Curr.
  2   =  3 Gulden Curr.
 10   =  12 Gulden Münz.
88.250.10 — 141.3.6. G. P.
440000    — 423 × 3
110000      1269 0.0  | 0'011536 4/11
            11 . . .
            169000
            11
             590000
             55
              400000
              33
               700000
               66
               4 : 11 = 4/11
```

Wenn also der Amsterdamer Zentner 100 Gulden Holländisch Current kostet, so kommt der Baierische Zentner ohne Fracht ꝛc. auf $115\frac{4}{11}$ Gulden in Nürnberg.

Wenn das Amsterd. Pfund einen Gulden Holl. Curr. kostet so kommt das Baierische Pfund auf .	$1\frac{1}{8}$ Gulden —
Wenn es einen Stüber kostet: . . .	$3\frac{1}{2}$ Kreuzer —
Wenn es einen Schilling Vlämisch kostet	21 Kreuzer —
Wenn es einen Pfennig Vlämisch kostet	$1\frac{3}{4}$ Kreuzer —

Erläuterung und Anwendung. Wir haben hier gesucht, wie theuer 100 ℔ Amsterdamer Gewicht, im Preis zu 100 Gulden Holl. Current, in Nürnberger Geld und Gewicht ohne Fracht, Maut ꝛc. kommen, wenn der Wechselcurs zu 141 Thaler im 20 Guldenfuß für 100 Thaler Holl. Curr. angenommen wird*), und

*) In unserer Curstafel stehet er nur zu $140\frac{1}{4}$; wir haben ihn also etwas höher angenommen.

und fanden $115\frac{4}{11}$ Gulden im 24 Guldenfuß; 1 ℔ Holl. zu 1 Gulden Holl. gilt dann den hunderdsten Theil, oder $1'15\frac{4}{11}$ = fl 1. 10 kr.; 1. ℔ zu 1 Stüber gilt den zwanzigsten Theil, also $\frac{\text{fl 1. 10 kr.}}{20} = \frac{70}{20} = 3\frac{1}{2}$ Kreuzer. Wenn in Holland das Pfund 1 Schilling Vläm. kostet, und in Nürnberg das, was 1 Gulden Holl. kostet fl $1\frac{1}{6}$ = 70 Kreuzer gilt: so kommt derselbe ($3\frac{1}{3}$ Schill. Vläm. = 1 Gulden Holl.) auf $\frac{70}{3\frac{1}{3}} = \frac{210}{10}$ = 21 Kreuzer; und ein Pfennig Vl., oder 11 Grot (= $\frac{1}{12}$ ßl. Vläm.) auf $\frac{21}{12} = 1\frac{9}{12} = 1\frac{3}{4}$ Kreuzer.

Wollen wir nun wissen wie viel uns ungefähr die Mennig kosten werde, die in der Amsterd. Preisliste zu 20 Gulden Holl. Curr. angesetzt ist (VII. Factura): und es ist uns nun bekannt, daß ein Gulden auf fl $1\frac{1}{6}$ bey uns komme, so dürfen wir nur zu 20 ein Sechstel addiren, um den Preis fl $23\frac{1}{3}$ (genauer $\frac{1}{5}$ von $115\frac{4}{11}$) zu finden, wozu wir nur die uns bekannte Fracht 2c. vom Netto Zentner hinzufügen dürfen.

Der Kaffe stehet in unserer Tafel zu 18 Stüber. Der Stüber kommt uns auf $3\frac{1}{2}$ kr.; also (18 kr. × $3\frac{1}{2}$) das Pfund auf 63 kr., ohne Fracht 2c. Pfeffer im Mittelpreise 16 Grote × $1\frac{3}{4}$, kommen 28 kr.; der Zentner also $\left(\frac{28.\ 100}{60}\right)$ nicht ganz 47 Gulden.

Es verstehet sich, daß solche Vorrechnungen, für bestimmtere Fälle oder Waaren, genauer geschehen können. So sehen wir aus der Factura VII. daß an dem Betrag 2 und wieder 1 Procent abgezogen, dagegen wieder für Besorgung des Einkaufs $1\frac{1}{2}$ Procent dazu geschlagen wurden, welche wir noch hätten in Rechnung bringen können.

§. 142. **Aufgabe. Wie theuer kommen im Allgemeinen in Nürnberg die Bremer Waarenpreise ohne Fracht 2c.?**

Wie

Wie theuer . . 100 ℔ Baierisch Gewicht?
100 — 112 ℔ Bremer
100 kosten 100 Thaler in Gold
100 — 108 Thaler Curr. in Silber.
2 — 3 Gulden Curr.
10 — 12 Gulden in Münz.
für 100 zahle ich 102 Gulden mit Provision.

Werden kommen für 100 Thaler — 222 Gulden.
1 Thaler — 2'22 = fl 2. 14 kr.
100 Grote — 185 Kreuzer (fl 3. 5 kr.)
10 Grote — 18'5 Kreuzer ($18\frac{1}{2}$ kr.)
1 Grot — 1'85 = $1\frac{1}{20}$ kr.

Erläuterung und Anwendung. Der Ansatz wird verständlich seyn. Die Waarenpreise in Bremen werden in Gold, den Louisd'or nur zu 5 Thaler (9 Gulden Münz) gerechnet. Dieser stehet um 7 bis 8 Procent höher; wir haben hier also den höchsten Preis derselben angesetzt. Der Commissionär fordert für die Besorgung des Einkaufs $1\frac{1}{2}$ bei 2 Procente. Für 100, die er für die Waaren ausgibt, bringt er uns $101\frac{1}{2}$ oder 102 in Rechnung. Wir nahmen die höhere Provision. Die Berechnung wird geben, daß 100 Thaler in Gold auf 222 Gulden in Münz kommen; also 1 Thaler = 2'22 Gulden. Da 1 Thaler in 72 Grote getheilt wird, so kommt 1 Grot auf 2'22 : 72 = 222 : 7200 = 111 : 3600; oder die Gulden in Kreuzer verwandelt, auf $\frac{111 \times 60}{3600} = \frac{111}{60}$ = 1'85 Kreuzer. Daran fehlt nun $\frac{15}{100} = \frac{10}{100} + \frac{5}{100} = \frac{1}{10} + \frac{1}{2}$ vom Zehntel um 2 zu seyn. Diese Angabe gibt eine leichtere Rechnung.

Die feine Sorte Kaffe stehet in der Tafel 32 Grote; mit 2 multiplicirt, kommen 64 Kreuzer. Das Zehntel von 32 = 3'2 das Halbe davon = 1'6
von 64, ab . . 4'8, bleiben 59.2 = $59\frac{1}{5}$ Kreuzer. Wissen wir nun daß die Fracht etwa vom Netto Pfund 5

oder $4\frac{4}{5}$ kr. beträgt, so kommt das Pfund auf 64 kr., der Centner etwa fl 106—7.

Um die Preise, welche nach dem Zentner angesetzt sind, zu bestimmen, müßte man in obigem Ansatze, statt 100 ℔ kosten 100 Thaler, setzen 116 ℔ kosten 100 Thaler, weil der Zentner in Bremen 116 enthält. Es werden dann 100 Thaler auf 191'4, 1 Thaler auf 1'914 Gulden oder auf fl 1. $54\frac{1}{8}$ kr. kommen.

§. 143. **Aufgabe.** Wie kommen in Nürnberg die Hamburger Waarenpreise ohne Fracht ꝛc.?

Was kosten		100 ℔ Baierisch?
100	=	116 ℔ Hamburger
100	—	100 Mark Banco
300	—	150 Thaler Curr.
2	=	3 Gulden Curr.
10	—	12 Gulden Münz
100	—	102 mit Provision
30 . 2 . 10 . 100	—	116 . 15 . 3 . 12 . 102.
10 . 100	—	116 . 9 . 102

1044
× 102

2088
10440

106|488 Gulden Münz

Es kommen also 100 Banco-Mark auf fl $106\frac{1}{2}$

1 Mark Banco	.	fl 1. 4 kr. = 64 kr.
1 Schilling Banco	. .	4 kr.
1 Grot Vlämisch Banco	.	2 kr.
1 Schilling Vläm.	. .	24 kr.

Bey den Preisen, bey welchen $4\frac{2}{3}$ oder $8\frac{2}{3}$ Procent Rabatt gestattet wird, muß in obigen Ansatz $104\frac{2}{3}$: 100; oder für $108\frac{2}{3}$ zahlen nur 100. Oder wir können

es

es auch aus den schon gefundenen Werthen berechnen. Es stehet dann also:
1) Für $104\frac{2}{3}$ darf ich nur 100 zahlen, wie viel für $106\frac{1}{2}$? Kommen $101\frac{3}{4}$ Gulden
2) Für $108\frac{2}{3}$ — 100 — $106\frac{1}{2}$. Kommen 98 Gulden.

Bey jenem Rabatt käme dann die Mark zu fl 1. 1 kr., bey diesem zu 59 kr.; aus welchen dann das Uebrige gefunden werden kann.

Bey den Waaren, deren Preise in Current Geld, zu 120 Current für 100 Banco, angesezt sind, muß auch dieß Verhältniß in Rechnung kommen; und jene Preise kommen dann ein Sechstel niedriger.

In der Tafel der Wechselpreise stehet der Curs von Nürnberg auf Hamburg $148\frac{3}{4}$ wir haben ihn aber wegen der Unkosten an Curtage ꝛc. und wegen des möglichen Steigens höher, zu 150, angenommen.

§. 144. Aufgabe. Wie hoch kommen in Nürnberg die Leipziger Waarenpreise?

Was kosten		100 ℔ Baierisch
	100 =	120 ℔ Leipziger
	1 —	1 Thaler Leipziger
	$13\frac{1}{3}$ —	24 Gulden Münz
	40 —	× 3
		3 · 24 · 3
		216 Gulden.

Es kommt der Baierische Zentner fl 216.; das Pfund $2\frac{1}{6}$ Gulden, und was einen Groschen kostet, $5\frac{2}{5}$ Kreuzer.

Von den Zentner-Preisen müßte aber noch ein Eilftel abgezogen werden, weil der Zentner 110 ℔ hat, und wir hier die Preise von 100 ℔ berechneten. Der Cacao stehet zu 25 Thaler mit $2\frac{1}{5}$ multiplicirt kommen 55 Gulden; ab $\frac{1}{11} = 5$, bleiben 50 Gulden, auf welche 100 ℔ Baierisch kommen.

Oder man bildet für die Zentner-Preise einen eigenen Ansaz:

Was kosten 100 ℔ Baierisch?
100 ℔ — 120 ℔ Leipziger
(1 Zentner) 110 ℔ kosten 100 Thaler Leipziger
$13\frac{1}{3}$ — 24 Gulden
$11 . 13\frac{1}{3}$ — 12 . 100 . 24
11 . 40 3
11 30 . 72
2160
$196\frac{4}{11}$

Rechnen wir für Fracht fl. $3\frac{7}{11}$ = 200. Kommt der Thaler beym Zentner auf 2 Gulden, und jene 25 auf 50 Gulden.

§. 145. **Aufgabe.** Wie hoch kommen die Londoner Waarenpreise in Nürnberger Geld und Gewicht, ohne Fracht ꝛc.?

Was kosten 1 ℔ Baierisch Gewicht
100 ℔ — $123\frac{1}{2}$ ℔ Londoner
1 ℔ — 1 Pfund Sterling
1 — 12 Gulden Rheinisch.
100 — 102 mit Provision.
100 — $101\frac{1}{2}$ mit Assecuranz ꝛc.

Kommt das **Pfund Sterling** auf $15\frac{1}{3}$ Gulden.
Ein Schilling Sterl. auf 46 Kreuzer
Ein Pfennig Sterl. auf $3\frac{5}{6}$ Kreuzer.

Anwendung. Die Cochenille stehet 30 Schilling Sterl.; also kommt das ℔ in Nürnberger Geld und Gewicht ohne Fracht, 30×46 Kreuzer = 23 Gulden. Pfeffer $6\frac{3}{4}$ Pence, also $6\frac{3}{4} \times 3\frac{5}{6} = \frac{27}{4} \times \frac{23}{6} = \frac{9}{4} \times \frac{23}{2} = \frac{207}{8} = 25\frac{7}{8}$ Kr. Das Pfund und $\frac{2587,5}{60} = 43\frac{1}{8}$ Gulden der Zentner, ohne Fracht ꝛc.

Kaffe geringer 112 Schilling $\times$ 46 kr.
= fl $\frac{3}{4}$. + 1 kr. = 56
28
1 . 52 kr.
fl 85 . 52 kr.

§. 146. **Aufgabe.** Wie hoch kommen nach den Geld und Gewichtsverhältnissen die Pariser Preise, oder 100 Franken in **Nürnberger** Geld und Gewicht?

Wie theuer in Nürnberger Geld			1 ℔ Baierisch
	100	=	56 Kilogramme
	1	gelte	1 Franken
	300	—	119 Gulden Curr.
	10	—	12 Gulden Münz
	100	—	102 Gulden mit Provision.

Wenn 100 Kilogramme 100 Franken kosten so kommen 100 ℔ Baierisch auf $27\frac{1}{5}$ Gulden Münz; 1 ℔ Baierisch $16\frac{3}{10}$ Kreuzer.

Wenn 50 Kilogramme 100 Franken kosten, so kommen 100 ℔ Baierisch auf $54\frac{5}{8}$ Gulden.

Wenn $\frac{1}{2}$ Kilogramme 1 Franken kostet, so kommt 1 ℔ Baierisch auf 32'63 $= 32\frac{5}{8}$ kr.

Anwendung. Der Saffran stehet 34 bis 36 Franken das halbe Kilogramm; das Baierische Pfund kommt also auf $\frac{32\frac{5}{8} \times 34}{60}$, und $\frac{32\frac{5}{8} \times 36}{60}$

zu jenem Preise zu Gulden 18. $29\frac{1}{4}$ kr.
zu diesem . — 19. $34\frac{1}{2}$ kr.

Das Pfund Cochenille, von welcher das halbe Kilogramm 42 Franken kostet, kommt auf $\frac{42 \times 32\frac{5}{8}}{60}$ = fl 22. $50\frac{1}{4}$ kr.

Die Baumwolle zu 1 Franken 50 Centimen auf $\frac{150 \times 32\frac{5}{8}}{100} = 1\frac{1}{2} \times 32\frac{5}{8} =$ $48\frac{15}{16}$ Kreuzer das Nürnberger Pfund, ohne Fracht.

§. 147. **Aufgabe.** Wie theuer kommen in **Nürnberg** die Frankfurter Waarenpreise? Da beide Städte einerley Geld, und nur verschiedenes Gewicht haben; auch

auch der Wechselcurs meist pari stehet: so ist der Ansatz für das leichte oder Pfundgewicht also:

Was kostet		1 ℔ Baierisch Gewicht
100	=	$119\frac{1}{2}$ ℔ Frankfurter **Leichtgewicht**
1 oder ℔ 100 kosten		1 oder 100 Gulden
1	=	60 Kreuzer:

so kommt, was in Frankfurt im leichten Gewicht 1 Gulden kostet in Nürnberg auf $71\frac{7}{10}$ Kreuzer; oder wenn wir das Gewichtsverhältniß wie 100 : 120 annehmen, das nur $\frac{2}{5}$ Procent ausmacht: so kommt 1 Gulden in Nürnberg auf $1\frac{1}{5}$ und wir dürfen zu den Frankfurter Waarenpreisen nur $\frac{1}{5}$ addiren, um den Preis ohne Fracht im Nürnberger zu haben.

Sind die Preise nach dem Zentner also im schweren Gewichte, angegeben, und wir setzen das Verhältniß 100 zu 111, statt 100 : $119\frac{1}{2}$, so kommt in Nürnberg, was im Zentner Gewicht 100 Gulden kostet, in Nürnberg 111 Gulden. Ein Gulden in Nürnberg $66\frac{2}{3}$ Kreuzer.

Bestimmung der Waarenpreise für Frankfurt im Allgemeinen, ohne Fracht ꝛc.

§. 148. Aufgabe. Wie theuer kommen die Waarenpreise der Tafel im Frankfurter Gelde und im leichten Gewichte?

I. In Frankfurt der Nürnberger Preis.

		1 ℔ Frankf. Leichtg.
100	=	83 ℔ Nürnberger.
1	—	1 Gulden.

$$\frac{83 \times 60}{100} = 49'8 = 49\frac{4}{5} \text{ Kr.}$$

Anwendung. Nehmen wir 50 kr. = $\frac{5}{6}$ Gulden an, so kommt die Cochenille: $22 \times \frac{5}{6} = 22$ ab $\frac{1}{6} = 22 \div 3\frac{4}{6} = 18\frac{2}{6}$ fl.

Der Kaffe zu 112
ab $\frac{1}{6}$ $\quad 18\frac{2}{3}$

fl $93\frac{1}{3}$ die 100 ℔ Frankf.
und 58 kr. 1 ℔ Frankf.

Wollen wir den Preis nach dem schweren Gewicht wissen, so stehet der Ansatz:

Was

Was kosten 108 ℔ Frankfurter
100 — 83 ℔ Nürnberger

324
864

89'64 Gulden.

Die Baumwolle zu
fl. 80 in Nürnberg
kommt in Frankf. × 8

Gulden 71'712 = fl. 71.43kr.

Oder $1\frac{1}{2}$ fl. = 1 Thaler,
Ab $\frac{1}{3}$ 23'904

Thaler 47'808 der Frankf. Zentner.

II. In Frankfurt die Leipziger Preise.

100 ℔ Frankf. Leichtg.
100 = 100 ℔ Leipziger?
1 — 1 Thaler Sächsisch
100 = 100 Thaler Frankf. (pari genommen)
5 = 9 Gulden

Also 100 Leipziger Thaler
= 180 Gulden in Frankf.
1 = $1\frac{4}{5}$ Gulden
1 Grosch. $\frac{1\frac{4}{5} \times 60}{24} = 4\frac{1}{2}$ kr.

Anwendung. Die Cochenille stehet in Leipzig 11 Thal. × $1\frac{4}{5}$, oder, ab $\frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$

$8\frac{4}{5}$
dazu 11

Kommt das Frankf. Pfd. $19\frac{4}{5}$ **Guld.**

Der Kaffe kostet in Leipzig $12\frac{1}{2}$ Groschen × $4\frac{1}{2}$, kommt auf $56\frac{1}{4}$ Kreuzer das Frankfurter Pfund.

III. In Frankfurt die Bremer Waarenpreise.

Nach den Zentnerpreisen in Bremen.

Was 1 Zentner oder
108 ℔ Frankf. L. G.
100 = 95 ℔ Bremer
116 = 1 Zentner Bremer
1 kostet 100 Thaler in Gold
100 — $107\frac{1}{4}$ Thaler Curr.
2 = 3 Gulden Current
10 = 12 Gulden Rheinisch

Werden kommen für die Zentnerpreise:
100 Br. Thlr. in Gold = $170\frac{5}{8}$ Guld. Rh. in Frankf.

1 Br. Thaler	= fl. 1. $42\frac{3}{8}$ Kreuzer
100 Grote	= $142\frac{1}{3}$ Kreuzer
10 Grote	= $14\frac{1}{3}$ Kreuzer
1 Grote	= $1\frac{5}{11}$ Kreuzer
$63\frac{1}{4}$ Grote	= 1 Thaler Rhein.

Nach den Pfundpreisen in Bremen

100 ℔ Frankf. Leichtg.
100 = 95 ℔ Bremer
100 — 100 Thaler in Gold
100 — $107\frac{1}{4}$ Thlr. Curr. in Fr. nach unserm Curs
2 = 3 Gulden Curr.
10 = 12 Gulden Rheinisch.

Wer-

Werden kommen für die Pfundpreise:
100. Br. Thlr. in Gold = $183\frac{3}{8}$ Guld. Rh.
1 — — — $1\frac{5}{6}$ Gulden
100 Grote — — 153 Kreuzer
10 Grote . . 15'3 Kreuzer
1 Grote . . 1'53 = $1\frac{8}{15}$ Kr.

Anwendung. Die Baumwolle stehet 28 Grote in Gold das Pfund; 100 also 2800 Grote. 100 Grote betragen 153 kr. = fl. 2. 33 kr. 28 × fl. 2. 33 kr.

2
56
14 = $\frac{1}{2}$ = 30 kr.
1'4 = $\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{2}$ = 3 kr.
fl. 71'4 = $71\frac{2}{5}$ Gulden.
ab $\frac{1}{3}$ 23'8 (3 fl. = 2 Thaler)
47'6 = $47\frac{3}{5}$ Thaler in Frankfurt.

Der Zentner Jngber stehet in Bremen 18 Thaler kommt der Frankfurter Zentner von 108 ℔ Leichtgewicht: 18 × fl 1. $42\frac{1}{2}$
30 = $\frac{1}{2}$ = 9
12 = $\frac{1}{5}$ 3. 36
$\frac{1}{2}$ Sechzigstel = 9
Gulden 30. 45 kr.
ab $\frac{1}{3}$, kommt $20\frac{1}{2}$ Thaler.

IV. Wie theuer kommen in Frankfurt die Hamburger Waarenpreise?

100 ℔ Frankfft. L.G.
100 = 96 ℔ Hamb.
100 — 100 Mark Banco
300 — 150 Thaler Curr.
2 — 3 Gulden Curr.
10 — 12 Gulden Rheinisch
100 — 102 mit Provision
1000 — 96. 9. 102
918
5508
Die 100 Mck. Banc., Guld. 8262
88|128, etwas über $88\frac{1}{8}$ Gulden

1 Mark Banco $52\frac{7}{8}$ Kreuzer
1 Schilling Vläm. $19\frac{5}{8}$ Kreuzer
1 Pfennig Vläm. $1\frac{2}{3}$ —
1 Schilling Lübisch $3\frac{3}{10}$ —

Die Auffindung der Werthe für Current, und für die Waarenpreise welchen ein Rabatt zukommt, überlassen wir dem Leser. Sie können leicht nach dem was S. 186 bey Nürnberg vorkommt, gefunden werden.

V.

V. Wie theuer kommen in Frankf. die Triester Waarenpreise ohne Fracht?

100 ℔ Frankf. L. G.
100 = 83 ℔ Triester
100 — 100 Gulden Curr.
100 — 120 Gulden Rhein.
10 — 83 × 12
166
Gulden 99|6; also beynahe 100.

Die Preise kommen demnach gleich: was im Triester Gelde und Gewichte eine Waare kostet, dieselbe Summe kostet sie in Frankfurter Gelde und leichtem Gewichte.

In der Tafel stehet die Baumwolle zu 51, die Cochenille zu $17\frac{1}{2}$ Gulden Current: es kommt also von jenen 100 ℔ L. G. 51 Gulden und dieser das Pfund $17\frac{1}{2}$ Gulden in 24 Guldenfuß ohne Fracht.

VI. Wie theuer kommen in Frankfurt die Amsterdamer Waarenpreise ohne Fracht?

100 ℔ Frankf. L. G.
100 = $94\frac{1}{2}$ ℔ Amsterdamer
100 — 100 Gulden Holländ.
250 — 141 Thaler Curr. Frkf.
2 = 3 Gulden Curr.
10 = 12 Gulden Rheinisch.
Ge- 2500 — 94'5. 141. 18.
theilt 5.5) 100 18'9
3'78 × 18
3024
6804 × 141
27216
6804
Gulden 95|9364.
Also 100 Holl. Gld. 96 Guld. Rh. in Frkf.
1 — = 58 Kreuzer
10 Stüber = 29 —
1 — = $2\frac{2}{10}$ —
1 Schll. Vl. = 17'3 Kreuzer. u. s. w.

Kaffe zu 13 Stüber kommt also
29 kr. = 10 Stüber
+ 8'7 = 3 Stüb.
$37\frac{7}{10}$ Kreuzer das ℔ L. G. ohne Fracht ꝛc.

Blauholz a 6 Gulden Holl.
× 96
5'76 = $5\frac{3}{4}$ Gulden die 100 ℔

VII. Wie theuer kommen in Frankfurt die Londoner Preise ohne Fracht ꝛc.

100 ℔ Frankf. L. G.
97 = 100 ℔ Londoner
100 — 1 Pfund Sterling
1 — $148\frac{1}{2}$ Batzen Curr.
15 = 1 Gulden Curr.
10 = 12 Gulden Rheinisch
100 — 102 mit Provision
100 — 102 mit Assecuranz.

Werden kommen auf
1 Pfund Sterl. 12'74 = $12\frac{3}{4}$ Guld. beynahe
1 Schilling Sterl. $38\frac{1}{4}$ Kreuzer

Die Cochenille stehet 26 und 30 ßl. Strl.
20 ßl = 12'74
$\frac{1}{4}$ = 5 = 3'185
von 5, $\frac{1}{5}$ = 1 = 637
fl. 16'562 (33 kr.)
a 30 ßl: —20 ßl. = 12'74
10 = 6'37
fl. 19'11 (7 kr.)

Um den Zentnerpreis zu finden, da der Londoner Zentner 112 enthält, hätten wir oben statt 100 ℔ -: zu 1 Pfund Sterling, setzen müssen 112: zu 1 Pf. Aus dem gefundenen Preis können wir ihn indessen bestimmen, wenn wir setzen:

```
112 : 100 = 12'74 | Kommt
      112         | 11'375
      ---
       154
       112
       ---
        420
        336
        ---
         840
         784
         ---
          560
```

Für den Zentnerpreis:
Ein Pfund Sterl. = 11⅛ Gulden
Ein Schill. Sterl. = 34⅛ Kreuzer.

Der Kaffe zu 112 fl. × 11⅜ : 20
(getheilt durch 20)—5'6
```
   5'6 |
    14 | × mit 11⅜.
     7 |
  ----
  63'7 kommt fl. 63. 42 kr.
```

VIII. Wie theuer kommen in Frankfurt die Pariser Preise?

```
        100 ℔ Frankf. L. G.
 100 — 46¾ Kilogramme
   1 —  1 Franken
 300 — 79½ Thaler Curr.
   2 —  3 Gulden Curr.
  10 — 12 Gulden Münz
 ----------------------
1000 — 46¾, 79½ · 6
       477
      2862
      1908
       238'5
       119'25
    ----------
    22|299'75
```

Wenn also 100 Kilogramme 100 Franken, oder 1 Kilogr. 1 Franken kostet, so kommen 100 ℔ Frankfurter L. G. auf fl. 22'3 (fl. 22. 18 kr.)

und 1 ℔ auf . . — 13⅜ Kreuzer

Wenn 50 Kilogramme 100 Franken oder ½ Kilogramme 1 Franken kostet so kommen 100 ℔ Frankfurter L. G. auf fl. 44'6

und 1 Pfund auf — 26⅞ Kreuzer

Anwendung. Der Kaffe zu 2 Franken 30 Centimen das ½ Kilogramm, kommt also auf 2'3 × 26'8 = 61'64 kr. fl. 1. 1⅔ kr. Die Cochenille 42 × 26'8

= ½ von 26'8 = 13'4
⅕ von 26'8 = 5'36 } = 18'76, 18¾ Gulden.

§. 149. **Aufgabe.** Wie theuer kommen in Leipzig die Waarenpreise der Orte auf der Tafel im Allgemeinen, ohne Fracht ꝛc.

I. Wie

I. Wie theuer kommen in Leipzig die Nürnberger Waarenpreise?

100 ℔ Leipziger
100 — 83 ℔ Nürberger
1 — 1 Gulden Rhein.
180 = 100 Thaler Sächs.

18 — 830 getheilt durch 6/3

$138\frac{1}{3}$

100 ℔ Leipziger $46\frac{1}{9}$ **Thaler**

1 ℔ Leipziger $\left(\frac{46\frac{1}{9} \times 24}{100}\right.$ = 11 Grosch. u. $\frac{5}{8}$ Pfenn.

Der Leipziger Zentner
von 110 ℔ — 46'111
4'611

Thaler — 50'722 = 50 Thaler $17\frac{1}{3}$ Groschen.

Anwendung. Die Baumwolle, der Nürnberger Zentner zu fl. 80, kommt also in Leipzig der Zentner: was 100 fl. kostet, kommt auf 50. $17\frac{1}{3}$, also was 80 kostet, auf $\frac{1}{5}$ weniger: 10. 3. $\frac{7}{15}$

kommt der Zentn. Thl. 40. 13. $\frac{3}{15}$ Groschen ohne Fracht.

Die Cochenille das Pfund zu 21 Guld. das Leipziger Pfund auf $46\frac{1}{9} \times 21$ = 969 : 100 = 9'69 Thaler. 100

II. Wie theuer kommen in Leipzig die Bremer Waarenpreise ohne Fracht?

100 ℔ Leipziger
100 — $93\frac{5}{8}$ ℔ Bremer
1 — 1 Thaler in Gold
100 — 108 Thaler in Silber
100 — 102 mit Provision

Werden kommen: 103'13 Thaler Sächs.

Wenn also 100 Bremer Pfund 100 Thaler in Gold kosten, kommen 100 ℔ Leipziger auf $103\frac{1}{8}$ **Thaler Sächsisch.**

Wenn 1 Bremer Pfund 1 Thaler in Gold kostet, kommt 1 Leipziger ℔
1 **Thaler** $\frac{3}{4}$ **Groschen**
oder $24\frac{3}{4}$ **Groschen**
100 Grote kommen $34'37\frac{2}{3}$ ($34\frac{3}{8}$) **Groschen**
1 Grot — $4\frac{1}{8}$ Pfennige Sächs.

Anwendung. Der Kaffe zu 25 Grote kostet also, da $34'37\frac{2}{3}$ Gros. = 100 Grote u. 25 Grote $\frac{1}{4}$ von 100 = 8'594, oder $8\frac{3}{5}$ **Groschen.**

Die Sorte zu 32 Grote: $34'37\frac{2}{3}$
3 ×
30 Grote — 10'312
2 Grote — 6875
Beynahe . 11 **Groschen.**

Für die Zentnerpreise, da 116 Pfund ein Zentner sind, müßte oben stehen: 116 ℔ kosten 100 Thaler; oder wir suchen denselben

selben aus dem bereits gefundenen Preise von 100 ℔.

116 : 100 = 103'13 : 10313 | 88'818 Thaler Sächsisch
928
1023
928
950
928
220
116
1040

100 ℔ Leipziger also — 88'818 Thaler
1 Zentner Leipziger (110 ℔) 8'8818
97'6998

Oder $97\frac{7}{10}$ Thaler Sächsisch.

1 Brem Thalr. in Gold $23'4\frac{1}{2}$ ($23\frac{8}{10}$) (oder beynahe ein Thlr.) Grosch. Sf.

III. Wie theuer kommen in Leipzig die Hamburger Waarenpreise ohne Fracht und andere Unkosten?

100 ℔ Leipziger
100 = $96\frac{1}{2}$ ℔ Hamburger
100 — 100 Mark Banco
300 — 150 Thaler (in höherm Curs)
100 — 102 mit Provision

100 — 96'5 × 51
4825

Wenn also 100 ℔ in Hamburg 100 Mark Banco kosten so kommen 100 ℔ Leipziger auf Thaler . . 49'215 = 49 Thaler $5\frac{1}{5}$ Groschen.

1 Mark Banco auf $11\frac{5}{8}$ Groschen (11'8116)

3 Mark Bco. (1 Thlr.) auf 35'435 Grosch.

10 Schillinge —	$7'38\frac{1}{4}$ —
1 Schilling Lübisch	$9\frac{1}{4}$ Pfenn. Sf.
1 Schilling Vlämisch	4'46 Groschen
10 Grote (Vlämisch)	3'69 Groschen
1 Grot . .	4'43 Pfennige.

Anwendung. Der Kaffe kostet in Hamburg $13\frac{1}{2}$ bis $16\frac{1}{2}$ Schillinge

10 Schill. — 7'382 Groschen
3 — 2'215
$\frac{1}{2}$ — — 369

Preis des geringen, Grof. 9'966 ($9\frac{9\frac{2}{3}}{10}$)

10 Schill. 7'38 . . .
5 — 3'19
1 — —738
$\frac{1}{2}$ — 369

Groschen 12'077 die beste Sorte.

Die Cochenille zu 63 ßl. Vläm.

1 Schill. Vl. — 4'46 Groschen

60 ßl. Vl. — 267'6
3 ßl. Vl. — 13'83

63 ßl. Vl. — 281'43 Groschen
Getheilt d. 4 u. 6 — 70'357
Sächs. Thaler — 11'726

Da dieser Preis $8\frac{2}{3}$ Procent Abzug erhält, und wir diesen in unsere Formel nicht gebracht haben, so hat man für diese Fälle, eine eigene wie (S. 186.) zu berechnen, oder den Rabatt besonders zu bestimmen. In letztern Falle:

$108\frac{2}{3}$ zahlen nur 100, wie
326 viel 11'726?

3517'8 | 10'79. Thaler Sächsis.
326
2578
2282
2960
2934
26 Rest.

Für

Für die Preise in Mark Curr. und für den Rabatt zu $4\frac{2}{3}$ Procent kann man eigene Formeln berechnen.

IV. **Wie theuer kommen in Leipzig die Triester Waarenpreise im Allgemeinen, ohne Fracht rc.?**

100 ℔ Leipziger
100 = 83 ℔ Triester
100 — 100 Gulden (Curr.)
150 — 100 Thaler Sächs.
15 — 830
(3 × 5) 166
$55\frac{1}{3}$ Thaler Sächs.

Rechnen wir etwa noch $1\frac{1}{2}$ Procent Provision dazu, die nicht immer zu bezahlen ist, so kommen beynahe 56.

Der Triester Zentner, der 100 Gulden kostet, kommt, ohne Fracht in Leipzig,

Die 100 ℔ . 56 Thaler
Ein Gulden (56 × 24) 13'44 Groschen.

Anwendung. Die Baumwolle stehet 51 Guld. Also = 28
0'56
28'56 Thaler

Die Hälfte von 56 Thlr. ist der Werth von 50 Gulden; $\frac{1}{5}$ von 28 eine Decimalstelle zurück, der Werth von 1 Gulden.

100 Leip. ℔ also 28'56 Thaler
$\frac{1}{10}$ dazu . 2'856
Der Leipziger Zentner 31'416 Thalr.

V. **Wie theuer kommen dem Leipziger die Amsterdamer Waarenpreise im Allgemeinen, ohne Spesen?**

100 ℔ Leipziger
100 — $94\frac{1}{2}$ ℔ Amsterdamer
1 — 1 Gulden Holl.
$2\frac{1}{2}$ — 1 Thaler Holl.
100 — 140 Thaler Sächs. nach dem Curs.
$2\frac{1}{2}$. 10 — $94\frac{1}{2}$. 14
25 — 94'5
5 — 18'9 × 14
7'96
264'6

Sächs. Thaler — 52'92
10 Holl. Guld. kommen 5'292 Thlr. Sf.
$2\frac{1}{2}$ Holl. Guld. 1 Thlr. Holl. 1'323. —
1 Holl. Gulden . 0'5292 —
oder . $12'7\frac{1}{5}$ Groschen
1 Schilling Vläm. $3'81\frac{3}{5}$ Groschen
1 Grot Vläm. . 0'318 —
1 Stüber . . $0'63\frac{1}{2}$ —

Anwendung. (Provision haben wir hier nicht in Rechnung gebracht, weil bey vielen Waaren Abzüge gestattet werden, welche jener gleich kommen.)

Der Kaffe stehet zu 13 Stüber.
10 Stüber gelten 6'35 Groschen
3 — — 1'905
13 Stüber also 8'255 Groschen

Die

Die Sorte zu 18 Stüber:

20 Stüber oder 1 Guld. = 12'72

ab 2 = $\frac{1}{10}$ . . 1'272

18 Stüber kommen auf 11'448 Gr.

Cochenille kostet $63\frac{1}{2}$ ßl. Vläm.

10 ßl. Vl. = 38'16 Groschen

60 — = 228'96

3 — = 11'448

$\frac{1}{2}$ — = 1'908

242'316 Groschen

Thaler Sächs. 10'1 beynahe das Leipziger Pfund. ($\frac{1}{10}$ Thaler = $\frac{24}{10}$ = $2\frac{2}{5}$ Groschen)

VI. Wie theuer kommen in Leipzig die Londoner Waarenpreise im Allgemeinen ohne Spesen?

100 ℔ Leipziger

100 = 103 ℔ Londoner

100 — 100 Schilling Sterl.

20 — 6 Thaler 14 Grosch.

100 — 102 mit Provision

100 — 102 mit Assecuranz.

Werden kommen 35'28 Thaler

1 Pfd. Sterl. (20 Schill.) 7'056 Thaler

10 Schilling Sterl. = 3'528 Thaler

1 Schilling Sterl. = 0'3528 Thaler

oder 8'4672 Groschen Sächs.

= ($8\frac{7}{15}$ = 8 Gr. $5\frac{3}{5}$ Pfennige)

Anwendung. Die Cochenille zu 30 Schilling kommt:

10 Schilling = 3'528 Thaler × 3

30 Schilling = 10'584 Thaler

Die Zentnerpreise, da 112 ℔ Londoner einen Zentner betragen, finden wir dann also:

112 ℔ Londoner kosten 35'28 Thal. Sächs.

wie viel 100 ℔?

3528|31'5 Thal. Sächs.
336
168
112
560
560

1 Pfd. Sterl. kommt dann = 6'3 Thaler

10 Schilling . = 3'15 —

1 Schilling . = 0'315 —

oder = 7'56 Grsch.

Der Kaffe zu 112 ßl. Sterl. kommt dann

100 Schilling = 31'5 Thal.

10 — 3'15 —

2 — 63

112 Schilling 35'28 Thal. die 100 ℔ L.

Oder für das Leipz. Pfund bestimmt.

1 Londoner Pf. kostet 1'12 ßl. Sterl.

Nun ist 1 ßl. Sterl. = 7'56 Groschen

$\frac{1}{10}$ — — 0'756

$\frac{2}{100}$ = 0'1512

1'12 ßl. Sterl. = 8'4672 Groschen.

VII. Wie theuer kommen in Leipzig die Pariser Waarenpreise im Allgemeinen, ohne Spesen?

100 ℔ Leipziger
100 = 46'7 Kilogramme
1 — 1 Franken
300 = 80 Thaler
100 — 102 mit Provision.

3000 — 102. 373'6
747'2
37360
38107'2
12'7024 Thaler.

100 Franken kommen also, wenn 100 Kilogramme (oder 1) 100 Franken (od. 1) kosten, auf 12'7 (und $\frac{24}{10000}$) Thaler.

Wenn 50 Kilogramm 100 Fr. kosten
auf 25'4 Thaler
1 Kilogramm . 1'27 Thaler
Bey ½ Kilogramm 2'54 Thaler
1 Franken oder 100 Cent. 0'0254 Thal.
oder . 0'61 Grosch.
(7⅓ Pfennig)

Anwendung. Das ½ Kilogramme Cochenille kostet 42 Franken

100 Franken = 25'4 Thaler
20 = $\frac{1}{5}$ = 5'08
20 = $\frac{1}{5}$ = 5'08
2 = $\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{5}$ = 0'508

Der Leipziger ℔, Thaler 10'668
wenig über 10⅔.

Curcume die 50 Kilogramme 45 Franken.
Nun kommen bey 50 Kil. 100 Frank. auf
25'4 Thaler
20 auf 5'08
20 — 5'08
4 — 1'016
1 0'254

die 100 ℔ Leipz. Thal. 11'43
der Zent. 110 ℔ T. + $\frac{1}{10}$ = 1'143
12'573

§. 150.

Anmerkung. Ich erinnere noch einmal, daß dieß bloße Formen seyn sollen, welche zeigen, wie man zu verfahren habe, um den Werth des ausländischen Gewichtes und Geldes, in unserm Gewichte und Geld leicht umwandeln zu können. In der Anwendung, im Handel selbst, hat man aber oft anders zu verfahren und auch kürzer, als es in der Wissenschaft, im Vortrage, geschehen darf. So findet sich fast bey allen Waaren, die man kommen läßt, einiger Abgang, welcher daher auch schon mit in Rechnung gebracht werden muß. Eben so bedarf es im Waarenhandel nicht immer so großer Genauigkeit, wie wir sie hier beobachten müssen.

§. 150. **Aufgabe.** **Wie theuer kommen in Berlin die Waarenpreise von Amsterdam, Hamburg, London, Nürnberg, im Allgemeinen ohne Fracht 2c.?**

I. Wie theuer kommen in Berlin die Amsterdamer?

100 ℔ Berl. od. Preuss.
100 — 95 ℔ Amsterdamer
1 — 1 Gulden Holl.
250 — 145 Preuss. Thaler.

$$\frac{\frac{250}{50}}{10} — \frac{95 \cdot 145}{\frac{19 \times 29}{261}}$$

Also 100 fl Holl. = Prss. Thl. 55'1. für das Preuss. Gew.

1 Gulden Holl. = 0'551 Thal. Pr.
1 Holl. Thal. — 1'377 —
10 Stüber — 6'612 Groschen
1 Stüber — 0'6612 ($\frac{2}{3}$) —
1 Schilling Vläm. = 3'9672 Gr.
1 Grot. Vläm. = 0'33 ($\frac{1}{3}$) —

Anwendung. Der Kaffe zu 18 Stüber würde also kommen: $\frac{6612 \times 18}{10000}$ oder, da 0'6612 beynahe $\frac{2}{3}$ sind: $\frac{2}{3} \times 18$ = 12 Groschen das Berliner Pfund.

Kostete das Pfund fl 1 = 20 Stüber, so kommen nach oben die

100 ℔ Berliner 55'1 Thaler
ab $\frac{1}{10}$ — 2 ab $\frac{1}{10}$ 5'51
18 Stb. die 100 ℔ Bl. 49'59 Thl.

Der Zucker zu 18 Grote würde $\frac{33 \times 18}{100}$, oder da 33 wenig unter $\frac{1}{3}$ ist, $\frac{1}{3} \times 18 = 6$ Groschen Preuss., das ℔ kommen.

II.

müssen. So dürfen wir schon z. B. in vorstehender Aufgabe, das Gewichtsverhältniß statt 100 zu $46\frac{7}{10}$, zu 47 annehmen. Eben so statt des gefundenen Werthes 12'7024 etwa $12\frac{2}{3}$ oder selbst 13, und so in andern Fällen einfachere Zahlen nehmen, wodurch die Rechnung ohne bedeutende Abweichung viel kürzer wird.

Nun wollen wir noch ein paar Formen für Berlin angeben, ob es gleich nicht auf der Tafel der Waarenpreise vorkommt.

II. **Wie theuer kommen in Berlin die Hamburger Waarenpreise?**

100 ℔ Berliner
100 = 96¼ ℔ Hamburger
1 — 1 Mark Banco
300 — 154 Thaler Prs.
100 — 102 mit Provision.

Werden kommen für 100 Mark Banco — 50'6583 (beynahe 50⅔)
1 Mark Banco — 12'08, Gros. (nicht ganz 12,1/10)
1 Schill. Lübisch — 0'75¼ (wenig über ¾
1 Schill. Vläm. — 4'53 Groschen
1 Grot Vläm. — 0'38 — (⅜)

Anwendung. Der Kaffe kostet 16 Schillinge = 1 Mark. 100 Berl. Pfund kommen also 50⅔ Thaler; 1 ℔ 12'08 = 12 Groschen 1 Pfennig, nicht ganz. Der Zucker kostet 14 Grote; das Berliner Pfund also: $\frac{38 \times 14}{100} = \frac{532}{100} = 5\frac{1}{3}$ Gros. beynahe, ohne den Rabatt. $\left(\frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{1}{3}\right.$, fehlt also nur 1⅓ Hundertstel Groschen.)

Die Werthe für die Waaren, welche Rabatt erhalten, oder in Current gestellt sind, kann man nach dem was bey Nürnberg gezeigt wurde (S. 186.) berechnen.

III. **Wie theuer kommen in Berlin die Nürnberger Waarenpreise?**

100 ℔ Berliner
100 — 83½ ℔ Nürnberger
1 — 1 Gulden
24 — 14 Thaler

12 — 83½ × 7
3) 584'5
4) 194'8

100 Guld. kommen auf — 48'7 Thaler
1 Gulden auf . 11'688 Grosch. (nicht ganz 11'7)

Anwendung. Die Cochenille a fl. 22 kommt also:

10 Gulden = 4'87
20 Gulden = 9'74
2 Gulden 0'974
Thaler 10'714 das B. ℔

Oder 100 Gul. = 48'7
20 = 9'74
2 = 0'97
kommen 10'71

Baumwolle zu 80 Gulden kommt:

100 Gulden — 48'7 Thaler
ab ⅕ = 20 = 9'74
80 Gulden — 38'96, also 100 ℔ beynahe 39
3'89
und 110 ℔, 1 Berl. Zt. 42'85 Thaler

IV. **Wie theuer kommen in Berlin die Londoner Waarenpreise?**

1 ℔ Berliner
96¾ = 100 ℔ Londoner
1 — 1 Pfund Sterling
1 — 6 Thaler 20 Gr.
100 — 105 mit Assecuranz und Provision.

Kommt das Pfd. Sterl. 7'416 Thaler Pr. (10 Grosch.)
Ein Schilling Sterl. 0'3758 Thaler
oder 8'9 Groschen
Ein Penny (Pfennig) 10'88 Pfennige.

Anwendung. Das Pfund Cochenille zu 30 Schillinge, kostet dann

20 ß. = 7:10 Groschen
10 ß. = 3. 17
Pr. Thaler 11. 3 Groschen.

Die

Die Preise welche nach dem Zentner angesetzt sind, welcher 112 ℔ enthält, kommen dann ungefähr ein Neuntel weniger, oder genauer

1 Pfund Sterling	=	6'62 Thaler
1 Schilling	=	0'331 (1/3)
oder		7'944 Groschen

Der Kaffe zu 112 ßl. kommt dann

20 ßl.	=	6'62
× 5		× 5
100 ßl.	=	33'1
10	=	3'31
2	=	0'662
Thaler		37'072

Verdeutlichung der Tafel der Wechselpreise.

§. 151. **Verhältniß der Münzen unter sich.** In dieser Tafel findet man bey jeder Stadt gleich oben die Münzen derselben in ihren Unterabtheilungen angegeben, und auch wie viel von ihnen eine Cölnische Mark feines Silber enthalten. Durch jene Angabe weiß man also wie viel sie unter einander selbst werth sind; durch diese, **ihren Werth zu den Münzen anderer Städte oder Länder.**

Bey Amsterdam stehet: 1 Pfund Vläm. gleich 6 Gulden, gleich 20 Schillingen Vlämisch; und wir wissen also, daß daselbst 6 Holl. Gulden eben so viel Werth haben als 20 Schill. Vläm. und als 1 Pfund Vl. Ferner, daß 1 Thaler so viel werth ist, als 2½ Gulden, und als 50 Stüber, und 1 Gulden so viel als 20 Stüber ꝛc. Wenn 1 fl. = 20 Stüber, so sind 6 fl. = 120 Stüber, und da 6 Gulden = 20 Schillinge, so sind 120 St. = 20 ßl., und 1 Schill. Vl. = 6 Stüber, und also von gleichem Werthe. Es läßt sich daher das Verhältniß der Werthe dieser Münzen zu einander finden.

Fragen wir, wie viel Grote auf einen Thaler gehen, und sehen dort, daß 1 Thal. = 50 Stüb. und 1 Stüb. = 2 Grote; so ergiebt sich also, daß 1 Holl. Thaler 100 Grote gelten müsse.

§. 152. **Werth der Münzen.** Bey jeder Stadt finden wir dann ferner angegeben, in wie viel Stücken einer ihrer Münzen eine **Cölnische Mark** feines Silber enthalten ist. Die **Cölnische Mark** ist das bekannte Gewicht, welches in Deutschland im Münzwesen eingeführt ist. Die Eintheilung derselben findet man in unserer Münzkunde S. 94. Hier brauchen wir nur zu wissen, daß eine Cölnische Mark gleich schwer ist mit 4864 Holländischen Assen, nach welchen gewöhnlich das Gewicht der einzelnen Gold- und Silbermünzen bestimmt wird. 100 Cölnische Mark sind so schwer, als 41'734 Baierische oder Wiener-Pfunde; also 1 Mark etwas über $\frac{2}{5}$ Pfund. Dadurch, daß wir bey jeder Stadt angegeben haben, in wie viel Stücken einer ihrer Münzen eine Cölnische Mark feines Silber enthalten ist, können wir den wahren, den Silber-Werth, aller dieser Münzen zu einander bestimmen. Wenn also bey Amsterdam stehet: $24\frac{5}{8}$ (Holl.) Gulden enthalten 1 Mark Silber; bey Augsburg 20 Gulden Current und 24 Gulden Rheinisch = 1 Mark; bey Berlin, 14 (Preussische) Thaler; bey Hamburg, $27\frac{5}{8}$ Mark Banco, und 34 Mark*) Current; bey Leipzig $13\frac{1}{3}$ Thaler (Sächsische); bey Paris 51 Franken und 9345 Zehntausendstel Franken: so sind alle diese Anzahl Münzen einander gleich, haben gleichen Werth, oder enthalten gleich viel Silber: eine Mark Cölnisch. Also:

Amsterdam.	Augsburg	Berlin	Hamburg	Leipzig	Paris
Gulden (Holl.)	Curr. Münz Guld. Guld.	Thaler, Preuss.	Mark B. Mk. Curr.	Thal Sächs.	Franken
$24\frac{5}{8}$ =	20 = 24 =	14 =	$27\frac{5}{8}$ = 34 =	$13\frac{1}{3}$ =	51'9345

Wenn nun $24\frac{5}{8}$ Holl. Gulden gleich 14 Pr. Thaler sind, so ist 1 H. G. $14:24\frac{5}{8}$, und da 1 Thal. in 24 Groschen getheilt wird, $\frac{14 \cdot 24}{24\frac{5}{8}} = 13\frac{2}{3}$ Groschen, nicht ganz.

 Fer-

*) Man verwechsle diese Namen nicht. Hier bedeutet **Mark** ein Geldstück, und kein Gewicht, wie die Cölnische Mark; eben so, wie noch mehrere Namen von Münzen, als Pfund, Livre, Lira, die eine Einheit des Gewichtes und auch des Geldes bezeichnen.

Ferner ist 1 Pr. Thaler $= \frac{24\frac{3}{8}}{14} = 1'741$; also nicht ganz $1\frac{3}{4}$ Holl. Gulden. Wenn $13\frac{1}{3}$ Sächs. Thaler so viel werth ist als 51'9345 Franken, so ist 1 S. Thal. eben so viel werth als 51'9345 getheilt durch $13\frac{1}{3}$, wird kommen 3'895, also 3 Franken $89\frac{1}{2}$ Centimen.

§. 153. **Die Wechselpreise oder Wechselcurse**, die in der Tafel angegeben sind, haben wir alle aus Curszetteln von der Mitte des Januars 1820 genommen; es sind also **gleichzeitige Wechselpreise**. Nur wenige welche nicht zu der Zeit ausgesetzt oder angegeben waren, ergänzten wir aus frühern oder spätern, z. B. bey Augsburg, wo Venedig selten mehr vorkommt, setzten wir einen frühern Curs, 95 Gulden für 500 Lire, an. Zu diesen Wechselnpreisen haben wir immer das **Wechselpari** hinzugesetzt, und selbst berechnet. Wenn nun bey Amsterdam stehet: **London** 1 Pfund Sterling — 38 Schilling Vlämisch in Banco: so heißt dieß, daß man in Amsterdam Wechsel auf London haben könne, und zwar das Pfund Sterl. zu 38 ßl. Vl. Banco-Geld. Wollen wir also einen Wechselbrief erhalten, für den uns in London 100 Pfund Sterl. ausbezahlt werden (also auf 100 Pfund gestellt): so haben wir in Amsterdam 100 mal 38 = 3800 Schill. Vl. zu bezahlen; oder, da 1 Thaler = $8\frac{1}{3}$ Schill. Vl., $3800 : 8\frac{1}{3} = 11400 : 25 = 45600 : 100 = 456$ Thaler (Holl.) Banco-Geld. Das Banco-Geld muß hier recht begriffen werden; es ist keine eigene Münze, es bestehet meist aus bestimmten größern Geldsorten, zu bestimmten, ihrem innern Werthe angemesseneren Preisen. Während nähmlich in Handelsstädten mehrere Geldsorten in Umlaufe sind, grössere und kleinere, theils von gleichem Werthe zu ihrem Preise, theils von niederm Werthe zu ihrem Preise, welche man in Waarenzahlungen annimmt und annehmen muß: so ist dieß bey den Banken nicht der Fall; diese nehmen und geben nur bestimmte größere Geldsorten zu einem ihrem Werthe angemessenen Preise. Nach dem nun mehr oder weniger solche grössere Münzen auch ausser der Bank in Umlaufe sind, und nach dem sie mehr oder weniger gesucht werden, nach diesem Verhältnisse steigt oder fällt der Agio auf dieses Bankgeld. Ein Pari des Bankgeldes ist daher in diesem Falle nicht möglich; denn wenn in 12 Zehn-Kreuzerstücken, oder in 12 Zwölfern,

fern, eben so viel Silber enthalten sind, als in einem Conventions-Thaler, und sie auch zu gleichem Werthe außer der Bank im Umlaufe sind und pari angenommen werden müssen, die Bank nimmt aber diese kleinere Münze des Zählens und des Abnützens wegen nicht: so muß ein Agio auf die Speciesthaler entstehen, weil nicht immer jeder, der an die Bank zu zahlen hat, deren genug besitzt, und andere, die sie besitzen, ohne Agio, schon des Hin- und Wiederzählens wegen, sie nicht abtreten werden. Das Pari ist dann in diesen Münzen unverändert, ein Convent. Thaler enthält eben so viel Silber als 12 Zehnkreuzerstücke, ob er hier gleichwol mit Aufgeld gegen diese bezahlt wird. Daher stehet auch unter dem Wechselcurs von 38 Schill. Vl. in Banco, das Pari von 36¼ Schill. Vl. in Current, nicht in Banco, angegeben.

§. 154. **Von dem Pari der Tafel der Wechselpreise.** Wenn nun unter Amsterdam stehet: London 1 Pfund Sterl. **pari** 36¼ **Schillinge Vlämisch Currentgeld**: so bedeutet dieß, **daß in einem Pfund Sterling**, oder, da es keine Pfund St. gibt, sondern 20 Schillinge Sterl. darauf gerechnet und auch solche wirklich ausgeprägt werden, **daß in** 20 **Schillingen Sterl. eben so viel Silber enthalten ist**, (oder enthalten seyn soll), **als im** 36¼ (Holländischen) **Schillingen Vlämisch**, und also gleichen (innern) Werth haben.

Wenn ferner daselbst bey Hamburg stehet:

2 Mark Banco (in Hamburg) 34⅝ Stüber (Holländische)
(pari 35'3)

so bedeutet dieß, daß man in Amsterdam Wechselbriefe auf Hamburg haben könne, und zwar zu dem Preis von 34⅝ Stüber für jede 2 Mark B., die der Amsterdamer in Hamburg uns anweiset; daß aber 2 Mark B. den Werth von 35$\frac{3}{10}$ Stüber haben, also mehr werth sind, als wir dafür zahlen.

Die **Wechselpreise** stehen nämlich oft **über** dem Werthe, oft **unter** dem **Werthe** der Münzen zu einander; oder, wie man sich in der Handelssprache ausdrückt: **Die Curse stehen oft über, oft unter Pari.**

§. 155. **Bestimmtere Ansicht des Werths des Geldes und der Münze.** Die Ausdrücke **Geld**, **Münze**, werden oft in einer Bedeutung gebraucht, oft in verschiedener, und jedes dieser Wörter selbst wieder in verschiedener. Unter Geld verstehet man schon die ausgeprägten, gemünzten, Geld- oder Münzstücke, und eben dieß verstehet man unter Münze. Allein man verstehet auch oft unter **Münze** bloß die **kleinern** Geldstücke; daher dann der bestimmtere Ausdruck: **Scheidemünze**, zum Unterschied der grössern, weil diese durch sie gleichsam **zertheilt**, **geschieden** werden. Nun braucht man aber beyde, besonders den letzten Namen, wieder in verschiedener Bedeutung: man verstehet das wirklich geprägte Geld, die geprägten Münzen, und auch das nicht vorhandene, nicht geprägte, nach welchen bloß gerechnet wird, darunter. Dieses heißt man dann bestimmter, **fingirtes**, **eingebildetes Geld**, besser **Rechnungs-Münze**. Dieß nicht vorhandene muß sich dann begreiflich auf vorhandenes, geprägtes Geld, beziehen, oder es muß bestimmt seyn, wie viel Assen, Mark rc. an Gold oder Silber eine solche Rechnungs-Münze gleichgeachtet werden soll.

Solche, nicht vorhandene, oder Rechnungs-Münzen, sind z. B. die **Mark Banco** in Hamburg welche auf das in der Bank niedergelegte Silber in Barren (Stangen) begründet ist oder hinweist, von welchem das Gewicht einer Cölnischen Mark zu $27\frac{5}{8}$ Mark als Banco-Geld angerechnet, und nach diesem Verhältnisse mehrere größere Münzsorten in einem, nach ihrem innern Werthe (nach ihrem Silbergehalt) bestimmten Preis angenommen, und diese oder ungemünztes rohes Silber wieder ausgegeben werden. Solche Rechnungs-Münzen sind ferner in **England** das **Pfund Sterling**, welches gleich 20 Schillingen Sterl. die geprägt sind; dann in **Deutschland** die **Thaler** im 20 (die Sächsischen rc.) und im 24 Guldenfuß, und so viele andere, welche aber immer auf eine bestimmte Anzahl Stücke geprägten Geldes, oder auf eine bestimmte Masse Silbers (oder Goldes) sich beziehen und ihnen gleich gerechnet werden müssen.

§. 156. **Der Werth der geprägten Münzen kann dann wieder zweyerley seyn.** Der **gesetzliche**, wenn die Obrigkeit ausspricht, daß inländische oder aus-

ausländische Münzen diesen oder jenen Werth zu einander haben sollen, und zu demselben angenommen werden müssen. Den **zweyten** Werth können wir den **innern, wahren** Werth, nennen; er gründet sich auf den **Antheil** oder die **Masse** des feinen Goldes oder Silbers, die sie enthalten. Beyde Werthe können sehr von einander abweichen. So sind z. B. im südlichen Deutschland die **Kronenthaler** zu fl. 2. 42 kr. und die **Conventionsthaler** (und seine Theile) zu fl. 2. 24 kr. gesetzlich im Umlaufe. Sie verhalten sich also zu einander wie $2\frac{7}{10}$: $2\frac{2}{5}$, 27 : 24, 9 : 8. ; jener ist also ein Achtel mehr werth als dieser; und der Conventionsthlr. ein Neuntel weniger als jener. Nun enthält der Conventionsthaler $486\frac{2}{5}$ Assen feines Silber. Soll nun jener ein Achtel mehr werth seyn, so muß er auch den achten Theil Silber mehr enthalten, als dieser; also 486'4 + 60'8 = 547'2
Es enthält aber der Kronenthaler nur 536
Assen feines Silber, also zu wenig . . . . . $11\frac{1}{5}$ Assen.
Nun gelten nach unserer Münzkunde (S. 52.) 100 Assen Silber im 24 Guldenfuß 29'7 kr. also (11'2 × 29'7): 100 = $3\frac{1}{3}$ Kreuzer. Das Gesetz bestimmt daher seinen Werth um $3\frac{1}{3}$ kr. zu hoch.

In so fern nun das Geld als Zahlungs-Mittel innerhalb eines Landes umläuft, und in einem bestimmten Verhältniß angenommen wird und angenommen werden muß, hat dieses Mißverhältniß keinen nachtheiligen Einfluß und bringt auch keine zweyerley Preise hervor. Sobald aber im Auslande, welches nicht dasselbe Geld zu dem gesetzlichen Preis hat, bezahlt werden soll: so verändert sich die Ansicht; es wird dann in großen Handelsstädten als **Waare** angesehen und nach seinem **Gewichte** und Silber - oder **Goldgehalte** bestimmt. So wird dann selbst in Frankfurt am Main, ob gleich auch der Kronenthaler zu fl. 2. 42 kr. gesetzlich angenommen werden soll, im Wechselhandel eine Ausnahme gemacht. Der Wechsler muß oft baar Geld ins Ausland versenden, und dieses siehet dann auf die Metallmasse die es in demselben erhält. Zu diesen Abweichungen in einem Orte und in verschiedenen Orten, kommt noch ein anderer Umstand, der die Angaben den Werth des Geldes sehr abweichend und unbestimmt macht: **Die Münz-**

kunst

kunst und die **Münzgesetze** selbst, durch die **Nachsicht der Münzgesetze in Ansehung des Gewichts und Gehalts der Münzen** (Remedium). Da es nämlich schwer hält jedem einzelnen Stücke der Münze genau das Gewicht zu geben, und der Münzmasse genau die Feinheit oder Löthigkeit, welche das Gesetz fordert: so wird darin eine **Nachsicht** bewilliget; es wird erlaubt, daß jedes Stück etwas **schwerer**, und auch etwas **leichter**, und daß die **Münzmasse** etwas **besser** und etwas **geringer** an Korn seyn darf, als das Gesetz vorschreibt. Der Umfang dieser Nachsicht heißt das **Remedium**.

Dieß ist nun der zweyte Umstand der die Angaben des Werthes der Münzen in unsern Werken so abweichend und unbestimmt macht. Der eine bestimmt den Werth des Geldes nach dem **Münzgesetze**, mit und ohne Beachtung des Remediums; der andere, wie man es **wirklich an Gewicht und Gehalt gefunden hat**. In unserer Geldkunde rc. haben wir uns bloß an jenes gehalten, da es ohnehin anzunehmen ist, daß die einzelnen Stücke, schon durch die Abnutzung einen geringern Werth haben müssen, als das Gesetz bestimmt, und daß, wenn man ungangbares Geld anzunehmen hat, es immer zu einem geringern, als dort angegebenen Preis, geschehen müsse, weil dann bloß der Metallwerth in Anschlag kommt.

§. 157. **Die Einheit der Wechselpreise, oder der veränderliche und unveränderliche Curs.** Um keine Verwirrung und Unbestimmtheit zu veranlassen, ist in den Wechselcursen einer Stadt auf andere Städte das Geld der einen in **unveränderlicher Einheit** angenommen, so daß sich der Wechselpreis dann bloß im Gelde der andern erhöht oder erniedrigt. Gemeiniglich wird das **ausländische** Geld als das **unveränderliche** angenommen, so daß sich also die Preise in dem **Gelde der Stadt verändern, in welcher die Curszettel ausgestellt sind.** Dieß ist gleich bey **Amsterdam** der Fall: alle Orte haben dort die **unveränderliche** Einheit für welche mehr oder weniger in Amsterdamer Gelde bezahlt wird: London sein Pfund Sterl., Frankreich seinen Wechselthaler oder 3 Franken, Spanien seinen Wechselducaten u. s. w.; allein schon bey Augsburg ändert sich dieß. **Augsburg** giebt auf alle Städte eine **veränderliche** Summe für die **unverän**-

der-

derliche derselben, ausser den Italienischen Städten Mailand, Genua, Livorno, auf welche sie unveränderlich ihren Gulden Current, für mehr oder weniger der verschiedenen Soldi jener Städte, gibt oder fordert. **Berlin** gibt wieder durchaus die **veränderliche** Valuta. Eben so **Bremen**, ausser den Städten Leipzig, Augsburg, Frankfurt, auf welche sie unveränderlich 20 Louisdor à 5 Thaler, also 100 Thaler in Gold, für mehr oder weniger des Geldes jener Städte gibt oder fordert.

Das Geld, bey welchem in der Tafel der Wechselpreise das **Pari** stehet, ist immer das veränderliche; und der Unterschied desselben von dem Wechselpreise zeigt uns ob und wie viel wir mehr oder weniger in Silberwerth geben, als im Auslande empfangen, und also der Remittent (der im Auslande zahlt) oder der Traßent (der seine Forderung aus dem Auslande dadurch einziehet) gewinnt oder verliert.

(Mehr hierüber in meiner vollständigen Handelswissenschaft, zweyte Auflage in drey Theilen.)

§. 158. **Ursachen der Abweichung der Wechselpreise von dem Pari, oder von dem innern Werthe.** Wenn eine Stadt an eine andere, wenn Nürnberg an Amsterdam, 100 Holländische Gulden schuldig ist: so muß es dieselben bezahlen, und zwar entweder in eben dem Gelde, oder in einem andern, das daselbst nebenbey im Umlaufe ist. Beyde wird man nicht haben, oder theurer, als sie an sich werth sind. So werden z. B. die Brabanter- (Kronen-) Thaler wohl daselbst angenommen, aber nur zu 53 bis 53½ Stüber, also nur etwa zu 2 fl. 37 kr. Dieser Verlust und die Uebersendungs-Kosten betragen dann schon mehrere Procente. Findet sich nun in Nürnberg ein Kaufmann der in Amsterdam Geld zu fordern hat, oder es auf irgend eine Art daselbst anzuschaffen weiß, so wird ihm jene gern mehr bezahlen, als 100 Holl. Gulden werth sind; der Wechselpreis wird also **über Pari** stehen. Gibt es aber etwa mehr Kaufleute in Nürnberg welche in Amsterdam zu fordern, als solche, die daselbst zu bezahlen haben: so würden sie den Mehrbetrag sich baar zusenden lassen müssen, wenn sie denselben

sich auf keine andere Art zu verschaffen wüßten. Sie wären dann in der nämlichen Lage; jener müßte mehr als hundert Gulden bezahlen, und diese würden weniger als hundert erhalten. Diese werden also ihre Hunderte jenem anbieten und gern etwas verlieren; der Wechselpreis wird dann in Nürnberg **unter Pari** stehen.

In der Tafel stehet der Wechselcurs von Nürnberg nach Amsterdam 140¼ Thaler Current, die man in Nürnberg zu geben hat, um in Amsterdam 100 Thaler Holl. Curr. ausbezahlt zu erhalten. Die 100 Holl. Thaler sind aber nur 136¾ Thaler Nürnberger Current werth; es werden daher 3½ Thaler **über Pari** bezahlt. Wechsel auf Leipzig und Augsburg aber sind **unter Pari** zu haben; und zwar die nach Augsburg ¼ Procent, und nach Leipzig ½ Procent. Man erhält in Augsburg 100 Gulden, und darf in Nürnberg nur 99¾ derselben Gulden bezahlen. Eben so werden in Leipzig 100 Thaler ausbezahlt, und man darf dafür in Nürnberg nur 99½ derselben Thaler bezahlen.

Berechnungen der Wechselpreise der Tafel.

§. 159. Wie bey Berechnung der Waarenpreise, so wollen wir auch bey Berechnung der Wechselcurse verfahren: wir wollen von einzelnen Fällen oder Aufgaben, auf allgemeine Formen oder Regeln übergehen, und von den Berechnungen der Wechselpreise der einzelnen Städte, auf die Vergleichung der Preise mehrerer unter sich (Arbitrage, Arbitrage-Rechnung genannt).

Berechnungen der Nürnberger Wechselpreise.

§. 160. Aufgabe. Ein Nürnberger Kaufmann ist in nachfolgenden Städten 800 des Geldes derselben schuldig. Wie viel wird er daselbst für einen Wechsel von dieser Summe nach den angegebenen Wechselpreisen zu zahlen haben?

I. Was zahlt Nürnberg für einen Wechsel auf Amsterdam von
800 Holländischen Gulden Current.

Gulden Holl. $2\frac{1}{2}$ = 1 Holl. Thaler Curr.

Holl. Thaler Curr. 100 kosten $140\frac{1}{4}$ Thaler Curr. in Nürnberg.

Thal. Curr. in Nürnb. 1 = $1\frac{1}{2}$ Gulden Curr. in Nürnb.

Guld. Curr. in Nürnb. 100 = 120 Gulden Rheinisch.

$$2\tfrac{1}{2}.\ 10 \;—\; 8.\ 140\tfrac{1}{4}.\ 1\tfrac{1}{2}.\ 12.$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 1122 \times 18 \\ \times 4 & 8976 \\ \hline 100 & 20196 \\ & \times 4 \end{array}$$

Gulden Rheinisch 807 | 84
60, zu Kreuzer

Kreuzer 50 | 40

Allgemein: Wie viel zahlen wir in Nürnberg für die Summe von S. Holländischen Gulden Current im Preis zu P.?

S. Holl. Gulden

$2\frac{1}{2}$ = 1 Holl. Thaler

100 kosten P. Thaler Curr. in Nürnb.

1 = $1\frac{1}{2}$ Gulden Curr. in Nürnb.

10 — 12 Gulden Rheinisch.

$$2\tfrac{1}{2}.\ 1000 \;—\; 1\tfrac{1}{2}.\ 12.\ S.\ P.$$

$$10 \qquad 6.$$

$$10000 \;—\; 72 \times S \times P. = \frac{72\ S.\ P.}{10000.}$$

Regel. Um den Betrag der Holländischen Gulden im 24 Guldenfuß zu finden, multiplicire man die Summe mit dem Curse, und was heraus kommt mit 72, und theile dieß Product durch Zehntausend (schneide 4 Zahlen ab), so zeigt der Quotient die Zahl der Rheinischen Gulden an, welche man dafür zu bezahlen hat.

Also: $\frac{800 \times 140\frac{1}{4} \times 72}{10000} = \frac{8.\ 140\frac{1}{4}.\ 72}{100} = \frac{1122 \times 8 \times 9}{100} = \frac{8976 \times 9}{100} = 807'84$

Solche Regeln lassen sich auf vielerley Art, mehr oder minder bequem, ausdrücken. Wir sollen hier das Product der Summe in dem Curs mit 72 multipliciren und durch 10000 theilen; oder, was dasselbe ist, das Product von S. P. mit dem Bruch $\frac{72}{10000}$ multipliciren. Nun ist 72 so viel als $100 \div 28$, also auch $\frac{72}{10000}$ so viel als $\frac{100 \div 28}{10000} = \frac{1}{100} \div \frac{25+3}{10000}$; ferner $\frac{25}{10000} = \frac{\frac{1}{4}}{100}$; und $\frac{3}{10000} = \frac{3}{100}$ also 3 Procent von dem $\frac{1}{100}$.

Also dürfen wir das Product der Summe und des Preises (S × P.) mit $\frac{1}{100}$ multipliciren: $800 \times 140\frac{1}{4} \times \frac{1}{100} = 112200 \times \frac{1}{100} = 1122$.

Davon $\frac{1}{4}$, also $\div$ 280'5

841'5. Ab 3 Proc. aus 1122

$\div$ 33'66. $\times$ 3

807'84 Gulden 33'66

Oder, da vom Ganzen (1122) 3 Hundertstel eben so viel sind, als von 3 Vierteln ($841\frac{1}{2}$) 4 Hundertstel: so multiplicire man $841\frac{1}{2}$ mit 4 und setze das Product zwey Stellen rückwärts.

Es lautet nun die

Zweyte Regel. **Um die Holländischen Gulden in Gulden des 24 Guldenfußes zu berechnen, multiplicirt man die Summe mit dem Curs und theilt das Product durch Hundert, zieht den vierten Theil davon ab, und von dem Rest wieder 4 Procent.**

Ferner: $\frac{72}{10000}$ ist so viel als $\frac{60}{10000} + \frac{12}{10000} = \frac{6\frac{1}{5}}{1000}$

Wir haben nun eine

Dritte Regel. **Um die Holländischen Gulden im Werthe des 24 Guldenfußes zu finden, multiplicire das Product des Curses in die Summe,**

me, mit 6, addire zu dem **Erhaltenen** den fünften **Theil**, und schneide drey Zahlen ab.

$$\text{Also } 800 \times 140\tfrac{1}{4} \times 6 = 673200$$
$$+\tfrac{1}{5} = \underline{134640}$$
$$807'84$$

II. Was zahlt **Nürnberg** für einen Wechsel auf Hamburg von 800 Mark in Banco?

$$3 = 1 \text{ Thaler Banco in Hamb.}$$
$$100 \text{ kosten } 148\tfrac{3}{4} \text{ Thaler Curr. in Nürnb.}$$
$$1 = 1\tfrac{1}{2} \text{ Gulden Curr. in Nürnb.}$$
$$\underline{10 = 12 \text{ Gulden Münz in Nürnb.}}$$
$$10 \;—\; \underline{8 . 148\tfrac{3}{4} . 1\tfrac{1}{2} . 4}$$
$$\underline{1190 \times 1\tfrac{1}{2} \times 4 = 6}$$
$$714 \text{ **Gulden in Nürnberg.**}$$

Allgemein stehet dieß nach oben:

$$\underline{3 . 100 . 10 \;—\; 1\tfrac{1}{2} . 12 . P . S.}$$
$$1000 \;—\; 6 \times P \times S. = \frac{6 . P . S.}{1000.}$$

Regel. Um die Hamburger Banco-Mark in Gulden Rheinisch zu berechnen, multiplicire man die sechsfache Summe mit dem Wechselpreise (oder den 6 fachen Curs mit der Summe; oder das Product der Summe und des Curses mit 6.) und theile das Product durch Tausend.

III. Was zahlt man in Nürnberg für einen Wechsel auf London von 800 Pfund Sterling?

$$1 \text{ kostet fl. } 9. 53 \text{ kr. Current in Nürnberg}$$
$$\underline{10 \;—\; 12 \text{ Gulden Rheinisch in Nürnberg.}}$$
$$80 . 12 . 9\tfrac{53}{60}$$
$$\underline{12}$$
$$108 \qquad \left(\frac{53 \times 12}{60} = \frac{53}{5} = \right)$$
$$\underline{10\tfrac{3}{5}}$$
$$\underline{118\tfrac{3}{5} \times 80}$$
$$9488 \text{ **Gulden in Nürnb.**}$$

All-

Allgemein. Wie viel für S. Pfund Sterling?

1 kostet P. Gulden Current in Nürnberg

10 = 12 Gulden Rheinisch.

$$10 - 12 \times S \times P. = \frac{12.\,S.\,P}{10} =$$

$$1\tfrac{1}{5} \times S \times P.$$

Regel. Um den Betrag der Pfund Sterlinge im 24 Guldenfuß zu finden, multiplicirt man die Summe mit dem Curs, und addirt ein Fünftel zum Producte.

Also, da 53 kr. ist $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ Gulden, und $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ Gulden, und $\frac{3}{60} = \frac{1}{10}$ von $\frac{30}{60}$ oder $\frac{1}{2}$ Gulden: so ist $800 \times 9 = 7200$

$\frac{1}{2}$ von 800 = 400

$\frac{1}{3}$ von 800 = $266\frac{2}{3}$

$\frac{1}{10}$ von 400 = 40

$7906\frac{2}{3}$

Dazu $\frac{1}{5}$ = $1581, \frac{1}{5} + \frac{2}{15}$

Gulden Rheinisch. 9488

Oder: da 53 kr. ($\frac{53}{60}$) ein Ganzes ÷ 7 ($\frac{60}{60} \div \frac{7}{60}$) und $7 = \frac{6}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{10} + \frac{1}{6}$ vom Zehntel: so ist $800 \times (9 + 1 = 10) = 8000$

$\frac{1}{10}$ von 800 = 80 } ÷ $93\frac{1}{3}$
$\frac{1}{6}$ von 80 = $13\frac{1}{3}$ }

$7906\frac{2}{3}$

Dazu $\frac{1}{5}$, kommt wie oben.

IV. Wie viel hat man in Nürnberg für 800 Gulden Wiener Währung oder Papiergeld, im Cur zu $40\frac{1}{4}$ zu bezahlen?

800 Gulden W. W.

100 kosten $40\frac{1}{4}$ Gulden Curr.

10 — 12 Gulden im 24 Guldenfuß

100. 10 — 12 $40\frac{1}{4}$. 800

$1\frac{1}{5}$ 322

$+\frac{1}{5}$ $64\frac{2}{5}$

Gulden im 24 Guldenfuß $386\frac{2}{5}$

Re.

Regel. Man multiplicire den Curs mit der Summe, addire ein Fünftel des Products, und theile durch 100. ($1\frac{1}{5} \times$ S P): 100.

Es ist begreiflich, daß es gleich ist, ob man zu dem Producte von P.S ein Fünftel addirt, oder zum Wechselpreis oder zur Summe, was dann oft die Rechnung erleichtert. Z. B. es wäre der Curs fl. 41. 40 kr. Multipliciren wir diesen mit den Summe von

	800
	$41\frac{2}{3}$
kommen	32800
	$266\frac{2}{3}$
	$266\frac{2}{3}$
	$33333\frac{1}{3}$
Dazu $\frac{1}{5}$	$6666\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$
Gulden	400|00

Addiren wir aber zum Current	fl. 41. 40 ×
$\frac{1}{5}$ =	8. 20
kommen	50.
diese mit 800 multiplicirt und mit 100 getheilt —	8
	400 Gulden.

V. Wie viel hat man in Nürnberg für einen Wechsel von 800 Gulden Curr. in Augsburg, und für einen gleichen in Frankfurt, und in Wien zahlbar, zu den bemerkten Cursen, zu zahlen?

800 Gulden Current.
100 — ($99\frac{3}{4}$ zu 100, zu $100\frac{1}{4}$) die verschiedenen Curse in Current
10 — 12 Gulden in 24 Guldenfuß

100 — $1\frac{1}{5} \times 800 \times$ mit den Cursen.

Die Regel, wie bey Wien in W. W.

VI. Wie viel zahlt man in Nürnberg für einen Wechsel auf Paris im Curs zu $118\frac{1}{2}$, für

800

800 Franken?

300 kosten $118\frac{1}{2}$ Gulden in 20 Guldenfuß

10 = 12 Gulden in 24 Guldenfuß

$$\frac{\frac{3000}{1000}}{10} - \frac{12}{4} \times \frac{(800.\ 118\tfrac{1}{2})}{8}$$

$\frac{12}{10} = 3\frac{1}{5}.\ 118'5$

$\times\ 3\frac{1}{5}$

355'5

23'7

Gulden Münz 379'2

Regel. Man multiplicire den Curs mit der vierfachen Summe und schneide drey Zahlen ab, so hat man den Werth der Franken in Gulden $\left(\frac{4.\ S.\ P.}{1000}\right)$

Aufgabe. Wie viel haben wir bey dieser Summe über den Silberwerth, über Pari, also zu viel, bezahlt, und wie viel kommt auf 100? (9'504 ꝛc. und 1'188 Procent, also ungefähr $9\frac{1}{2}$ und $1\frac{1}{5}$.)

1) Der Curs ist 118'5
das Pari 115'53
also mehr 2'97 Curr.
Bey 300 zahlen wir diese zu viel,
wie viel bey 800
23,76
bey 800 Franken zu viel 7'92 Gulden Curr.
dazu $\frac{1}{5}$ 1'584
kommt für 800 Franken 9'504 Gulden Münz
getheilt durch 8 1'188 bey 100 Franken.

2) Oder: Wie viel betragen 800 Fr. nach dem Pari? Wenden wir unsere Regel an: 4 SP: 1000. so kommen $\frac{4.\ 800.\ 115'53}{1000}$
$= 3\frac{1}{5} \times 115'53$

346'59	Nun zahlten wir	379'2
23'106	der Werth ist	369'696
369'696	zu viel beym Ganzen	9'504

VII.

VII. **Wie viel zahlt man in Nürnberg für einen Wechsel auf Bremen im Curs zu $107\frac{1}{2}$, lautend auf 800 Thaler in Louisd'or?**

In Gold 100 kosten $107\frac{1}{2}$ Thaler Curr. in Silber.

2 — 3 Gulden Current

10 — 12 Gulden im 24 Guldenfuß

1000 — 3. 6 × (800. $107\frac{1}{2}$)

× 18

144 × $107\frac{1}{2}$

1008

72 = $\frac{1}{2}$

Gulden 1548|0

Regel. Man multiplicire die Summe mit dem Curs, das Product ferner mit 18, und theile das Kommende durch 1000. $\left(\frac{18}{1000} \times \text{S. P.}\right)$

Da $\frac{18}{1000} = \frac{20}{1000} \div \frac{2}{1000} = \frac{2}{100} \div \frac{1}{10}$ von zwey Hundertsteln: so kann man die Summe, oder den Curs, oder das Product beyder mit $\frac{2}{100}$ multipliciren oder 2 Procent nehmen, und von dem Kommenden diese 2 Procent eine Decimalstelle vermindert, abziehen, um den Betrag zu haben.

1) Von 800, 2 Procent = 16
ab 1'6
14'4
mit den Curs × $107\frac{1}{2}$
100'8
1440
7'2
Gulden 1548

2) 107'5
2'15
÷ 215
1'935
800
fl. 1548|000

3) 800 × $107\frac{1}{2}$
86000
2 Prc. 1720
÷ 172'0
1548 Gulden.

Was wir hier über die Berechnung der Nürnberger Curse gelehrt haben, gilt auch für Augsburg und Frankfurt.

Berechnung der Berliner Wechselpreise.

§. 161. Aufgabe. Wie viel zahlt Berlin für einen Wechsel auf 100 des gewöhnlichsten Geldes folgender Städte, nach den Cursen der Tafel?

I. Berlin nach Amsterdam für
100 Holl. Guld. Curr.
(10:4) 5 = 2 Holl. Thl. Curr.
100 kosten 145 Preuss. Thaler
58 Preuss. Thaler.

Allgemein: $\frac{4}{1000} \times$ S. P.; oder für jedes 100 Holl. Gulden zwey Fünftel des Curses.

II. Berlin nach Hamburg für
100 Mark Banco.
300 — 154 Preuss. Thaler
$51\frac{1}{3}$ Preuss. Thaler

Allgemein: S. P : 300; oder für jedes 100 Banco Mark ein Drittel des Curses.

Anwendung. Es sey die Summe 675, so beträgt sie, als Holländische Gulden, im Curs zu 145: $\frac{1}{5}$ von 145 = 29; doppelt = 58

$\times 6\frac{3}{4}$ (Hundert) . . $6\frac{3}{4}$

348
29
$14\frac{1}{2}$
Preussische Thaler $391\frac{1}{2}$

Oder, da es gleich ist, ob man vom Curs oder von der Summe die $\frac{2}{5}$ nimmt (S. 215): $\frac{2}{5}$ von 675 = 1'35 + 1'35, kommt 2'7, $\times$ 145 = $391\frac{1}{2}$ Thaler.

Ferner, die 675 als Banco-Mark.
$\frac{1}{3}$ davon, = 225, $\times$ 154 : 100
$\times 2\frac{1}{4}$ $\left(= \frac{225}{100}\right)$
308
$38\frac{1}{2}$
$346\frac{1}{2}$ Pr. Thaler.

Oder: 154
$\times$ 2 = 2 Hundert, 2 Ganze
308
30'8 = 2 Zehntel
7'7 = $\frac{1}{4}$ von 2 Zehnteln oder 5 Hundertstel
346'5 Thaler Pr.

Die Berechnungen der übrigen Curse bedürfen keiner Anleitung, da sie nur einfach sind; eben so die Bremer.

Berechnung der Hamburger Wechselpreise.

§. 162. Aufgabe. Wie viel zahlt man in Hamburg Banco-Mark für 100 des Geldes nachfolgender Städte, nach den Wechselpreisen der Tafel?

I. Hamburg nach Paris, für 100 Franken.

3 kosten $25\frac{3}{8}$ Schilling L.
16 = 1 Mark.
48 — 2537'5
Getheilt durch 6.8. 422'916.
Mark Banco 52'864

Allgemein: P.S:48

Oder: addiren wir zu 48
ein Viertel 12
60
und zu diesen $\frac{2}{3}$ 40
so kommen 100

Wir hatten dann mit S. oder P. eben so zu verfahren und durch 100 zu theilen, um die B. Mark zu haben. *)

II. Hamburg nach London, für 100 Pfund Sterling

1 kostet $35\frac{1}{3}$ Schilling Vläm.
8 = 3 Mark.
10600
1325 Mark in Banco.

Oder: da 8 und $\frac{1}{4}$ davon = 10 ist, so könnte man auch zu einem jener Factoren, oder zu dem Producte ein Viertel addiren und durch Zehn theilen.

Allgemein: $\frac{3}{8} \times$ S. P.

$\frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$. Man darf also nur von S oder P, oder von SP. ein Viertel nehmen und zu diesem die Hälfte addiren, so hat man die gesuchten Banco-Mark.

III.

---

*) Setzen wir die 48 = a
$\frac{1}{4}$ dazu + $\frac{1}{4}$ a
$1\frac{1}{4}$ a
dazu $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{12}$ a
und noch $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{12}$ a
Zusammen $2\frac{1}{12}$ a

Wir können also auch mit $2\frac{1}{12}$ multipliciren, und durch 100 theilen. Der obige Ansatz stände dann:

100 Franken, Summe
$25\frac{3}{8}$ Curs
100 — $2\frac{1}{12}$
25'375 × 2
50'75
2'114 = $\frac{1}{12}$
Mark Banco 52'864

Und nach obiger Regel: 25'375
dazu $\frac{1}{4}$ 6'343
31'718
10'572
dazu $\frac{2}{3}$ 10'572
52'862

III. Hamburg auf Spanien.

100 Reales de plata
1 = 34 Maravedis de plata
375 = 1 Ducado di Cambio
1 gilt $87\frac{7}{8}$ Pfennige Vläm.
32 = 1 Mark

Werden kommen 24 Mark Banco 14'368 Schillinge.

Allgemein: $\frac{34 \text{ S.P.}}{375 \times 32} = \frac{34 \text{ S.P.}}{12000} = \frac{2\frac{5}{8} \text{ S.P.}}{1000}$

Man multiplicire S.P. mit $2\frac{5}{8}$, und theile mit Tausend.

IV. Hamburg auf Lissabon

100 Crusaden
1 — $37\frac{1}{4}$ Pfennige Vlämisch
32 — 1 Mark

Oder in Milleree's, das Milleree zu 1000 Rees.

100 Milleree?
1 = 1000 Rees
400 = 1 Crusade
1 — $37\frac{1}{4}$ Grote Vlämisch
32 = 1 Mark

4.32 1000. $37\frac{1}{4}$

4 | 37250
8 | $9312\frac{1}{2}$
4 | $1164'\frac{1}{16}$

Banco Mark. $291\frac{1}{64}$

Allgemein: $\frac{10. \text{ S.P.}}{128} = \frac{5 \text{ S.P.}}{64.}$ Addiren wir zu 64 die Hälfte (32) und von diesem Halben das Achtel (4) so kommen 100. Verfahren wir eben so mit 5, so kommen $5 + 2\frac{1}{2} + \frac{5}{16} = 7\frac{13}{16}$, und wir haben $7\frac{13}{16}$ S.P: 100. Nun ist $\frac{13}{16} = \frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16}$

Es seyen statt obiger Summe 88 Milleree. Mit $37\frac{1}{4}$ multiplicirt,

3256
22
kommen 3278 mit 7 ×
22946
$1639 = \frac{1}{2} = \frac{8}{16}$ von 3278
$819'5 = \frac{1}{2} = \frac{4}{16}$ von $\frac{8}{16}$.
$204'875 = \frac{1}{16}, \frac{1}{4}$ von $\frac{4}{16}$

Mark Banco 256|09'375 × 16
5625
$1'5 = 1\frac{1}{2}$ Schilling Lübisch

Nun wollen wir untersuchen, ob beyde Ansätze richtig berechnet wurden. Wir können die Probe anstellen, wenn wir setzen: für 100 Milleree fanden wir Mark 291. $2\frac{1}{2}$ Schilling, wie viel kommen auf 88 Mark?

Ziehen wir von	100
ab $\frac{1}{5}$	20
bleiben	80
dazu $\frac{1}{10}$	= 8
sind	88

Da sich nun der Divisor 88 mit dem einen Factor als Dividenden hebt, so dürfen wir nur mit dem andern eben so verfahren um den Betrag zu erhalten. Wir wollen die ganze Zahl und den Bruch besonders behandeln.

	291
ab $\frac{1}{5}$	58'2
	232'8
+ $\frac{1}{10}$ =	23'28
Banco Mark	256'08
	+ $1\frac{3}{8}$
	$0'09\frac{3}{8}$
	× 16
	1'44
	6
Schillinge	1'5

$\frac{1}{64} \div \frac{1}{320} = \frac{4}{320} = \frac{5}{320} \div \frac{1}{320}$
$\div \frac{1}{5} \times 5.$ $+ \frac{1}{10} = \frac{4}{3200}$
$\frac{44}{3200} = \frac{11}{800}$
$= \frac{1\frac{3}{8}}{100}$

Als Decimalbruch ist $\frac{1}{64} = 0'015625$
$\frac{1}{5} \div 0'003125$
0'0125
$+ \frac{1}{10}$ 125
0'01375
Dazu nebige 0'08
0'09375 × 16
4
0'375 × 4
1'5

V.

V. Hamburg auf Breslau

		100 Preuss. Thaler
21	=	16 Pfund in Banco
1	—	$40\frac{1}{4}$ Schilling Lübisch
16	—	1 Mark
21	—	$100 . 40\frac{1}{4}$
	3)	4025
	7)	$1341\frac{2}{3}$
Mark Banco		$191\frac{4}{7} + \frac{2}{21} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

Anmerkung. Der Curs nach Breslau ist hier noch in Pfund oder Livre in Banco bestimmt, da er sonst in Preussischen Thalern gestellt wird. 16 Livre werden 21 Preuss. Thalern gleich gesetzt.

VI. Hamburg auf Frankfurt, Augsburg, Nürnberg.

		100 Gulden im 24 Guldenfuß
$1\frac{1}{2}$	—	1 Thaler in 24 Guldenfuß
12	—	10 Thaler im 20 Guldenfuß
$149\frac{3}{8}$	—	300 Mark Banco

Werden kommen 111 Mark 9 Schillinge in Banco.

Allgemein: $\frac{S \times 3000}{P \times 18} = \frac{S \times 166\frac{2}{3}}{P.}$

Mit Worten: Man multiplicire die Wechselsumme mit $166\frac{2}{3}$, und theile das Product durch den Curs.

Dieß können wir aber sehr einfach, und leicht berechnen. $66\frac{2}{3}$ sind zwey Drittel vom Hundert; $166\frac{2}{3}$ also $1\frac{2}{3} \times 100$. Wir haben dann folgende

Regel. Um zu finden wie viel eine Summe im 24 Guldenfuß, in Hamburger Banco Mark betrage, multiplicire man dieselbe mit 100 (füge zwey Nullen an) addire zum Producte zwey Drittel, und theile die Summe durch den Curs.

Es

Es sey die Summe 2466 Gulden und der Curs 150.

Zu jener 2 Nullen	=	246600
$\frac{1}{3}$	=	82200
$\frac{1}{3}$	=	82200
Getheilt durch 150,		411000
oder ab $\frac{1}{3}$ = 50 = ab $\frac{1}{3}$		137000
Getheilt durch 100		274000

Kommen 2740 Banco Mark.

Vergleichung der Wechselpreise der Tafel unter sich, oder Arbitrage-Rechnungen.

§. 163. Wie wir oben zu finden suchten, welche Preise einer Waare in verschiedenen Städten, uns am wohlfeilsten, in unserm Gelde und Gewichte, kommen, und von welchen sie daher am vortheilhaftesten zu beziehen ist: so wollen wir nun zu finden suchen, welche Wechsel der verschiedenen Städte nach den gleichzeitigen Wechselpreisen uns am **wenigsten kosten**, um damit eine bestimmte Summe zu bezahlen; oder, durch welche wir für eine Forderung, die wir einziehen wollen, am **meisten erhalten**. Um dieß durch Beyspiele deutlicher zu machen, wollen wir es erläutern durch Städte, die einerley Wechselgeld haben: Nürnberg, Augsburg, Wien, und annehmen, ein Nürnberger wolle 1000 Gulden Current in Wien bezahlen. In **Nürnberg** kann er Wechsel dahin haben, und zwar im Preise zu 100$\frac{1}{4}$, für 100, die ihm in Wien angewiesen werden, und hat also für 1000 zu bezahlen: 100 kostet 100$\frac{1}{4}$, wie viel 1000, kommen 1002$\frac{1}{2}$ Gulden in Nürnberg. In **Augsburg** stehet der Curs nach Wien 99$\frac{7}{8}$, und wenn der Nürnberger also daselbst einen Wechsel auf fl. 1000 kaufen ließe: so hätte er zu bezahlen, für 100 — 99$\frac{7}{8}$ — was für 1000, nur fl. 998$\frac{3}{4}$. Dieß wäre, die Unkosten nicht gerechnet, ein Unterschied von (1002$\frac{1}{2}$ ÷ 998$\frac{3}{4}$ =) 3$\frac{3}{4}$ Gulden, die der Nürnberger durch den Wechsel von Augsburg auf Wien weniger zu zahlen hätte.

Gesetzt,

Gesetzt, er habe in Augsburg kein Geld zu fordern, und wolle den Betrag von 1000 Gulden auf Wien, dem Augsburger anschaffen: so ist die Frage, wie viel derselbe, ohne Provision ꝛc. dafür zu zahlen habe. In Augsburg darf man für 100 auf Wien $99\frac{7}{8}$ zahlen, für 1000 also $998\frac{3}{4}$. In Nürnberg kosten 100, die in Augsburg ausbezahlt werden sollen, $99\frac{1}{4}$; jene $998\frac{3}{4}$ also: $\frac{998\frac{3}{4} \times 99\frac{1}{4}}{100} =$ fl. $996\frac{1}{4}$.

Oder: wie viel hat der Nürnberger über Augsburg zu jenen Cursen zu zahlen für

1000 fl. auf Wien

100 auf Wien kosten $99\frac{7}{8}$ in Augsburg,

100 auf Augsb. kosten $99\frac{3}{4}$ in Nürnberg, kommt ebenfalls jene Summe. Ziehen wir diese von jener Summe ab, welche, für einen Wienerwechsel in Nürnberg gekauft, hätte bezahlt werden müssen, so kommt: $1002\frac{1}{2} \div 996\frac{1}{4}$ $= 6\frac{1}{4}$ Gulden. Wenn wir nun auch in Augsburg dem Bankier $\frac{1}{3}$ Procent Provision und für 2 Wechsel doppelte Courtage oder Senserie bezahlen müssen, so gewinnen wir dennoch über 2 Gulden.

Dieses Beyspiel wird einen hinlänglichen Begriff von der Arbitrage-Rechnung geben, so daß der nachfolgende Vortrag begreiflich seyn wird. Wir wollen in den meisten Aufgaben die Provision aus dem Ansatze weglassen, auch die Wechselsumme und den Gegenwerth in dem Gelde der Curse und nur von 100 bestimmen, um die Berechnung einfacher zu machen und die Uebersicht zu erleichtern.

§. 164. **Aufgabe. Nürnberg hat 100 Thaler Holländisch Current in Amsterdam zu bezahlen: es ist Frage, ob es diese unmittelbar (directe), oder durch die Städte, mit welchen es in Wechselverbindung stehet, und in welchen es Wechselbriefe auf Amsterdam erhalten kann, nach den gleichzeitigen Cursen am wohlfeilsten anschaffen (remittiren) kann?**

I. Nürnberg zahlt an Amsterdam unmittelbar: wie viel hat es für einen Wechsel, auf 100 Thaler Holl. Current lautend, zu zahlen?

Die Antwort giebt der Curs: $140\frac{1}{4}$ **Thaler Curr. in Nürnberg.**

II.

II. Nürnberg übersendet Amsterdam einen Hamburger Wechsel (also einen, in Hamburg zahlbar und) in Nürnberg gekauft. Wie theuer werden ihm 100 Holl. Thaler kommen?

100 Thaler Holl.
1 = 50 Stüber Holl.
$34\frac{5}{8}$ erhält der Amsterd.
für 2 Mark Banco
300 kosten in Nürnbg. $148\frac{3}{4}$ Thaler.

Kommen die 100 Thal. Holl. dem Nürnberger auf $143\frac{1}{5}$ Thaler.

2. Nürnberg gibt einem Hamburger den Auftrag dem Amsterdamer 100 Thaler Holl. zu übermachen: wie theuer werden sie ihm kommen, wenn er den Betrag dem Hamburger gleich anschaffen will?

100 Thaler Holl.
106 kosten in Hamb. 300 Mark Banco
300 kosten in Nürnb. $148\frac{3}{4}$ Thaler.

Kommen $140\frac{1}{3}$ Thaler welche der Nürnberger zu zahlen hat.

Erläuterung. Nach dieser Aufgabe will der Nürnberger dem Amsterdamer 100 Holländische Thaler anschaffen, und zwar durch Wechsel, welche derselbe in Nürnberg selbst haben kann. Der Nürnberger Wechsel-Curs zeigt, wie theuer Wechsel auf Amsterdam und andere Orte zu haben sind; und der Amsterdamer, wie theuer daselbst Wechsel auf andere Städte angenommen werden, oder zu verkaufen sind. Der erste Ansatz zeigt nun, daß, wenn wir einen Wechsel in Amsterdam zahlbar auf 100 Holl. Thaler stellen lassen, wir $140\frac{1}{4}$ Thaler Curr. in Nürnberg zu zahlen haben. Der zweyte Ansatz (II.) zeigt, wie theuer uns 100 Holl. Thaler kommen, wenn wir in Nürnberg einen Wechsel in Hamburg zahlbar (also einen Hamburger, auf Hamburger Geld lautend) kaufen, und diesen nach Amsterdam als Zahlung senden. Wir fanden, daß uns derselbe auf $143\frac{1}{5}$ Thaler (also theurer) komme. Wenn wir nun wirklich einen solchen Wechsel vortheilhaft fänden, und dem Amsterdamer gerade nur unsere Schuld abtragen, nicht mehr noch weniger anschaffen wollten, so ist die Frage, auf wie viel Mark Banco derselbe lauten müßte, so daß der Amsterdamer nach dem Curse daselbst auf Hamburg, seine 100 Thaler Holl. zu voll bekäme? Da wir nach der Rechnung $143\frac{1}{5}$ Thaler zu zahlen haben, so müssen diese, im Curse der Banko-Mark zu Amsterdam, die Summe derselben, auf welche der Wechsel zu stellen ist, ausmachen. Also, wie viel

betragen $143\frac{1}{7}$ Thaler Curr. in B. Mark in Curs zu $148\frac{3}{4}$ (für 300 Mck. B.)? Kommen $\left(\frac{143\frac{1}{7} \times 300}{148\frac{3}{4}} =\right)$ $288\frac{4}{5}$ (genauer 288'808) Mark Banco. Wenn diese Summe nun richtig ist, so muß der Amsterdamer nach seinem Wechselpreise daselbst 100 Thaler bekommen können. Nun werden nach dem Curs in Amsterdam Wechselbriefe auf Hamburg gekauft, und man erhält für 2 Mark B. $34\frac{5}{8}$ Stüber; es ist die Frage, wie viel für 288'808 Banco Mark.

Für 2 erhält man $34\frac{5}{8}$ Stüber
50 Stüber = 1 Thaler Holl.

Kommen 100 Thaler Holl. welche der Amsterdamer dafür erhält.

In Nr. 2. wollen wir uns eines Hamburger Kaufmanns bedienen, um durch ihn unsere Schuld in Amsterdam zu bezahlen. Hier sind nun zwey Fälle möglich:

Erstens können wir dem Hamburger auftragen, dem Amsterdamer 100 Holl. Thaler zu übersenden (oder einen Wechsel für diese Summe dort zu kaufen). Diesen Fall enthält Nr. 2.; der Hamburger berechnet uns nach seinem Curs 106 Holl. Thaler zu 300 Mark Banko und für 100 Thaler bringt er uns dann 283 Mck. B. in Rechnung, die wir ihm dann wieder im Curs zu $148\frac{3}{4}$ übermachten.

Zweytens hätten wir den Amsterdamer auftragen können, den Betrag der 100 Thaler in Banco-Mark auf den Hamburger zu ziehen. Wir wollen auch diesen Fall berechnen, um zu sehen, ob dieß vortheilhafter gewesen wäre. Der Amsterdamer erhält nach seinem Curse $34\frac{5}{8}$ Stüber für 2 Mark: es ist die Frage für wie viel Mark derselbe für 100 Thaler erhalte?

		100 Thaler
1	—	50 Stüber
$34\frac{5}{8}$	—	2 Mark.

kommen $288\frac{4}{5}$ Mark auf welche derselbe den Wechsel stellen muß. Man siehet daraus, daß wir $5\frac{4}{5}$ Mark gewinnen, wenn wir dem Hamburger den Betrag dem Amsterdamer übermachen (remittiren), als wenn wir den Amsterdamer auf Hamburg ziehen (traßiren) lassen; der Amsterdamer muß den Wechsel auf $288\frac{4}{5}$ Mark stellen um 100 Thaler zu erhalten; der Hamburger bekommt aber schon für 283 Mark, 100 Thaler in Amsterdam angewiesen.

III. Der Nürnberger kauft in Nürnberg einen Wechsel in London zahlbar, und sendet ihn nach Amsterdam als Zahlung: wie theuer kommen ihm nach dem Nürnberger und Amsterdamer Cursen

100 Thaler Holl.?
1 — $2\frac{1}{2}$ Gulden Holl.
6 = 20 Schillinge Vläm.
38 erhält der Amst. für 1 Pfund Sterling
1 kostet dem Nürnb. $9,\frac{53}{60}$ Guld. Curr.
3 = 2 Thaler Curr.

Werden kommen $144\frac{1}{2}$ **Thaler** beynahe, welche der Nürnberger dafür zu zahlen hat.

3. Der Nürnberger kauft einen Wechsel in London zahlbar, sendet ihn dahin, und ersucht den Londoner den Betrag dem Amsterdamer zu übermachen. Wie theuer kommen ihm

250 Gulden Holl.?
$11,\frac{19}{20}$ erhält man für 1 Pfund Sterl.
1 kostet in Nürnbg. $9,\frac{53}{60}$ Gulden
3 = 2 Thaler Curr.

Werden kommen 137'84 **Thal. Curr.** in Nürnberg.

Ferner, wenn der Nürnberger dem Amsterdamer auftrüge, auf London zu entnehmen, wie theuer würden ihm kommen 100 Thaler Holl.?
1 = $8\frac{1}{3}$ Schill. Vlämisch
für 38 erhält man 1 ℔ Sterling
1 kostet in Nürnb. $9\frac{53}{60}$ Gulden
3 = 2 Thaler in Nürnberg.

Werden kommen $144\frac{1}{2}$ **Thaler Curr.** in Nürnberg.

Erläuterung. In diesen drey Fällen zahlen wir die Amsterdamer Schuld durch Wechsel in Nürnberg gekauft und in London zahlbar; aber auf dreyerley Weise.

Nach dem ersten Ansatze (III) übersenden wir den Londoner Wechsel dem Amsterdamer selbst; er verkauft denselben, und schreibt uns den Verkaufspreis gut. Hier wäre nun die Frage (wie S. 225.) wenn wir ihm gerade nur seine Forderung, 100 Thaler Holl., übermachen wollen, auf wie viel Pfund Sterling der Wechsel lauten müsse, damit der Amsterdamer daselbst nach dem Londoner Curs 100 Thaler erhalte. Da uns nun nach III diese 1'$44\frac{1}{2}$ Thaler Curr. kosten, so müssen die Pfund Sterlinge, die wir dafür in Nürnberg bekommen, hinreichen, und der Amsterdamer nach seinem Curse dafür gerade 100 Holl. Thaler bekommen können. Nun wollen wir suchen wie viel Pfund Sterling der Nürnberger bekomme für $144\frac{1}{2}$ Thaler Current

2 = 3 Gulden Current.
für $9\frac{53}{60}$ bekommt er 1 Pfund Sterling.

Kommen 21'93 ($21\frac{4}{18}$) Pfund Sterling, die der Nürnberger erhält. Ist diese Summe richtig, so muß der Amsterdamer nach dem Wechselcurs daselbst 100 Holl. Thaler dafür bekommen.

Wie viel betragen	21'93 Pfund Sterling.
Für 1 erhält der Amsterd.	38 Schill. Vläm.
25 =	3 Thaler Holländisch

Kommen 100 Thaler Holländisch.

(Hier könnte auch gesucht werden, wenn für 21'93 Pfund Sterling der Amsterdamer 100 Thaler Holl. erhalten soll, wie der Curs daselbst seyn müsse; und wir hätten also zu suchen, für wie viel Schillinge Vläm. bezahlt werden müßte

	1 Pfund Sterling.
21'93 sollen bringen	100 Thaler Holl.
2 =	5 Gulden
3 =	10 Schill. Vläm.

Kommen 38 Schill. Vläm., zum Curs.)

Nach dem zweyten Ansatze Nr. 3. senden wir dem Londoner Wechsel nach London selbst, lassen den Betrag einziehen, und ersuchen den Londoner dafür einen Wechsel in Amsterdam zahlbar zu kaufen. Wir haben gefunden, daß auf diese Art, nach den Cursen, 100 Thaler oder 250 Gulden Holl. auf 137'84 Thaler kommen. Es kosten uns also, wenn wir einen Londoner Wechsel als Zahlung für Amsterdam anwenden wollen, 100 Holl. Thaler weit weniger, wenn wir denselben nach London senden, und von dort nach Amsterdam remittiren lassen, als wenn wir ihn nach Amsterdam senden und dort verkaufen lassen; wir ersparen (144'50 ÷ 137'84 = 6'66) beynahe $6\frac{2}{3}$ Thaler. Jetzt ist noch zu suchen auf wie viel Pfund Sterling der Wechsel lauten müsse, damit der Londoner nach seinem Curse auf Amsterdam 100 Holl. Thaler erhalte. Wir haben in Nr. 3 diese Curse durch einander berechnet, und gefunden daß uns 100 Thal. Holl. auf 137'84 Nürnb. Thaler kommen. Also, wie viel Pfund Sterl. bekommen wir in Nürnberg für

	137'84 Thaler?
2 =	3 Gulden
$9\frac{5}{16}$ kostet	1 Pfund Sterling

Kom-

kommen 20'92 Pfund Sterling und wenig mehr (nicht ganz 20 Pfund $18\frac{1}{2}$ Schilling.)

Wenn nun der Londoner für 1 Pfd. St. 11 Gulden 19 Stüber auf Amsterdam erhalten kann: so erhält derselbe für jene genau 100 Holl. Thaler.

Der dritte Ansatz, nach welchen wir den Amsterdamer auf London ziehen lassen, ist gleich dem Nr. III.; denn der Amsterdamer verkauft in beyden Fällen einen Wechsel auf London und wir kaufen ihn: die Curse und der Betrag müssen gleich seyn.

IV. Nürnberg zahlt Amsterdam über Wien.

1) Der Nürnberger kauft in Nürnberg einen Wechsel in Wien zahlbar, und sendet ihn nach Amsterdam. Wie theuer kommen ihm 100 Thaler Holl.?

kommen ihm	100 Thaler Holl.?
1 =	50 Stüber
$34\frac{7}{8}$ gelten	1 Wiener Thaler
100 kosten in Nb.	$100\frac{1}{4}$ Thaler
Werden kommen	143'724 Thaler in Nb.

2) Der Nürnberger läßt sich in Wien einen Wechsel auf 100 Holl. Thaler gestellt, kaufen, und sendet denselben nach Amsterdam. Wenn er dem Wiener seine Auslage anschafft, wie theuer kommen ihm

100 Thaler Holl.?
100 kosten in Wien 140 Thaler Curr.
100 auf Wien $100\frac{5}{4}$ Thal. in Nürnb.
Kommen $140\frac{1}{10}$ Thaler.

V. Nürnberg zahlt Amsterdam über Augsburg.

1) Der Nürnberger kauft in Nürnberg einen Wechsel in Augsburg zahlbar, und sendet ihn nach Amsterdam. Wie kommen 100 Thal. Holl.

1 = 50 Stüber
$34\frac{3}{4}$ erhält man in
Amst. für 1 Thaler auf Augsbg.
100 Augsb. kann N.
anschaffen für $99\frac{3}{4}$
Werden kommen $143\frac{21}{40}$ Thaler.

2) Der Nürnberger kauft in Augsburg einen Wechsel auf Holl. Geld gestellt, und in Amsterdam zahlbar, und übersendet dem Augsburger den Betrag durch einen Wechsel in Nürnberg gekauft. Wie theuer kommen die 100 Thaler Holl.?

100 kosten in Augsb. $109\frac{1}{2}$ Giro-Thaler
100 Giro-Thlr. = 127 Thaler Curr.
100 zahlt man mit $99\frac{3}{4}$ in Nürnb.
Werden kommen 138'71 Thaler Curr.

Nun wollen wir noch beyde auch abgetheilt in zwey Ansätzen berechnen. Man erkennt dann auch die Summe die dem Zwischenorte angeschafft werden muß. Nämlich

lich für den ersten vorstehenden Fall können wir zuerst suchen, wie viel dem Amsterdamer Augsburger Thaler angeschafft werden müssen, damit derselbe, in Amsterdam 100 Holl. bekomme. Haben wir diese gefunden, so ist ferner zu suchen, wie viel der Nürnberger braucht, um diese zu bezahlen.

1) Wie viel werden, nach dem Curs in Amsterdam, Augsb. Thaler erfordert, um zu erhalten 100 Holl. Thaler?
1 = 50 Stüber
34¼ bekommt man für 1 Th. auf Augsb.
Kommen 143'885 (= 79⅔ kr.) Thl. Augsb.

b) Der Augsburger gibt ab; auf wie viel wird er nach seinem Curse auf Nürnberg den Wechsel stellen dürfen, um in Augsburg zu erhalten 143'885 Thl.? 99⅝ Augs. erhält man für 100 Nürnberg.

Kommen 144'426

Thaler $\left(\frac{4\frac{1}{4}}{10} = \frac{17}{40}\right)$

oder 426 × 90 zu Kreuzern

38'340 = 38⅓ kr.

2) Wie viel hat Nürnberg zu zahlen um a) diese $143\frac{21}{40}$ Thl. in Augsburg anzuschaffen (zu remittiren), oder b) auf sich ziehen (trassiren) zu lassen?

a) Was kostet in Nürnberg ein Wechsel auf Augsb. von 143'885 Thalern?
100 — 99¾. *)

Da 99¾ ein viertel Procent weniger als 100 ist, so dürfen wir dieß nur von der Summe abziehen, um das Gesuchte zu haben. 1 Proc. = 1'43885
¼ Proc. = 0'35971.

Dieses ab von 143'885
bleibt Thaler 143'52529

(etwas über $\frac{5\frac{1}{4}}{10} = \frac{21}{40}$)

VI. Nürnberg zahlt an Amsterdam über Paris.

a) Durch Pariser Wechsel in Nürnberg gekauft. Auf wie viel Franken muß er lauten, damit der Amsterdamer dafür erhalten kann 100 Thaler Holl.
1 = 100 Grote
55½ bekommt man für 3 Franken.
Kommen 540 Franken 54 Centimen.
Für 300 Franken zahlt man in Nürnb. 118½ Gulden; also für jene fl. 213'51
ab ⅓ = 71'17
oder Thaler 142'34

b) Läßt dem Pariser übermachen
100 Thal. Holl. Curr.
1 = 100 Pfennige Vläm. in Amsterdam
56¾ kosten 3 Franken in Paris.
300 kosten 118½ Gulden Current in Nürnberg.
3 = 2 Thaler Curr. in Nbg.
Werden kommen 139⅓ Thaler Current in Nürnberg.

Ver-

*) Die Curse nach Augsburg im Nürnberger Curs der Tafel sind in Gulden gestellt; allein da beyde Städte gleiche Gulden und Thaler haben, so ist das Verhältniß dasselbe; für beyde zahlt hier Nürnberg ¼ Procent weniger.

Vergleichen wir diese gefundenen Preise, so sehen wir daß Wechsel von Hamburg, Wien, Frankfurt, den unmittelbaren von Nürnberg auf Amsterdam gleich, alle über 140 kommen, und also keinen Gewinn bringen; daß unter allen die Londoner Wechsel am wohlfeilsten sind, wir hätten nur etwa $137\frac{7}{8}$ Thaler, also ($140\frac{1}{4}$ ÷ $137\frac{7}{8}$ =) $2\frac{3}{8}$ Thaler, für jedes 100 Thaler das wir in Amsterdam anschaffen, weniger zu bezahlen, als für die Nürnberger; und daß darauf die Augsburger folgen; welche ($140\frac{1}{4}$ ÷ $138\frac{3}{4}$ =) $1\frac{1}{2}$, und wenn wir die Provision abziehen, etwa 1 Procent wohlfeiler kommen, als die Nürnberger. Auf diesen folgen die Pariser.

§. 165. **Aufgabe. Nürnberg habe eine Summe Lire Italiane in Venedig zu bezahlen. Wechselbriefe auf Venedig sind in Nürnberg nicht immer zu haben daher auch kein Curs ausgesetzt ist. Es fragt sich, mit welchen Wechseln, diese Schuld am wohlfeilsten bezahlt werden kann.** *)

I. Nürn=

---

*) Anmerkung. Als über Venedig Frankreich herrschte, mußte auch der Französische Münzfuß eingeführt werden, und es erhielt Franken und Centimen (Hundertstel des Franken) unter den Namen: Lire Italiane und Centesimi, in gleichem Werthe also mit jenen. Seit dieser Zeit ist dieß Geld noch im Umlaufe und die Wechselpreise werden nach demselben bestimmt. Die Waarenpreise aber werden in der allgemeinen Waarenpreisliste (Prezzo corrente generale delle Mercanzie) welche daselbst zweymal wöchentlich ausgegeben wird, zum Theil nach Lire Italiane zum Theil nach Ducati und Grossi (Groschen), bestimmt; aber wo sie in Ducati und Grossi ausgesetzt sind, da sind sie immer noch besonders in Lire Ital. angegeben. Der Ducato ist bey niedrigen Preisen, oder bey kleinen Zahlen, gleich mit Lire Italiane 3. 17. 2, oder 3 Lire $17\frac{1}{5}$ Centesimi ($3\frac{172}{1000}$ Lire Ital.) berechnet; bey grossen Summen aber genauer, gleich 3. 17. 24. ($3\frac{1724}{10000}$ Lire Italiane also beynahe 3 Lire und $17\frac{1}{4}$ Centisimi). So ist in einer vor mir liegenden Preisliste ausgesetzt der Preis von:

Gomma Arabica in sorte, Ducati 35 bis 45 und noch dabey angegeben Lire 111.03 — 142.75

Incenso in Lacrima (Weihrauch in Thränen, in Körnern) Duc. 50 — Lire 158.62 (62 Centesimi)

Oppio

I. Nürnberg will daselbst einen Wechsel auf Wien kaufen, und ihn als Zahlung nach Venedig senden: wie theuer kommen 100 Lire Italiane, und auf wie viel Gulden Current muß er gestellt seyn, damit der Venediger bey dem gleichzeitigen Curse keinen Schaden habe?

Wie viel kosten	100 Lire Italiane?
1 =	100 Centesimi
268 erhält man in Venedig für	1 Gulden auf Wien
100 auf Wien kosten in Nürnb.	$100\frac{1}{4}$ Gulden Current.
268 —	10025; werden kommen $37\frac{2}{5}$ Guld. Curr.

die der Nürnberger für jedes 100 Italienischer Lire zu zahlen hat.

Da der Venediger für einen Gulden auf Wien in Venedig 2'68 Lire erhalten kann: so kann derselbe bekommen für $37\frac{1}{3}$ Gulden 100 Lire Italiane. Für 2 Lire 68 Centesimi erhält man einen Gulden, wie viel 100 Lire? werden $37\frac{1}{3}$ Gulden kommen.

II. Nürnberg zahlt Venedig durch Augsburger Briefe (Wechsel) welche es einsendet.

Wie kommen	100 Lire Italiane?
$2'66\frac{1}{2}$ erhält man für	1 Gulden auf Augsburg
100 auf Augsb. kosten	$99\frac{3}{4}$ Gulden Corr. in Nürnberg.

Werden kommen fl. 37'43 beynahe.

III.

Oppio di Smirne, Duc. $4\frac{1}{2}$. Lire 14.27.
Seme Sabadiglia, Duc 100.- Lire 317.24.

Terra Oriana (Orlean, Rocou) Gr. (Grossi) 14; L. 1'85. 35 Ducati, als Preis des Gummi, betragen also: 35 × 3.17.24. = 111'034. Lire Ital. (L. 111. und $3\frac{2}{5}$ Centesimi). Oben sind die 4 Tausendstel weggelassen worden. Wenn 1 Duc. = Lire 3'1724, so sind 100 Duc. = 317'24 oder 317 Lire 24 Centesimi, und 50 Duc. 158'62, wie oben. $4\frac{1}{2}$ Ducati nur zu L. 3'172 gerechnet, betragen dann 14'27 (und noch $\frac{2}{5}$) und 14 Grossi, $\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$ von 3,172 ($\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$ vom halben) = 1'586 + 0'264 = 1'85.

III. Nürnberg zahlt Venedig durch Londoner Briefe.

		100 Lire Ital.
$26\frac{1}{8}$	erhält man für	1 Pfund Sterling
1	kostet	fl. 9. 53 kr. Curr. in Nürnberg.

Werden kommen fl. 37'72.

Wenn der Nürnberger nun Amsterdamer, oder Hamburger, oder Pariser Wechsel in Nürnberg kaufen und Venedig damit bezahlen wollte, wie theuer wird jeder kommen?

IV. Amsterdamer

		100 Lire Ital.
2'24	—	1 Gulden Holländisch.
250	—	$140\frac{1}{4}$ Thaler in Nürnb.
2	—	3 Gulden Curr. in N.
1120	—	42075

Werden kommen 37'57 Gulden Curr. (34 Kreuzer).

V. Hamburger.

		100 Lire Ital.
$1'96\frac{1}{4}$	—	1 Mark Banco in B.
300	—	$148\frac{1}{4}$ Thal. Curr. in N.
2	—	3 Gulden Curr. in N.

Werden kommen 37'81 Gulden Current, nicht ganz.

Erläuterung zu IV. Wir geben also in Nürnberg 37'57 Gulden Current aus, und kaufen damit einen Wechsel in Amsterdam zahlbar. Dieser lautet auf 44 Gulden 13 Stüber Holländisch. Denn: ($140\frac{1}{4}$ Thaler a $1\frac{1}{2}$ fl. also:) für fl. $210\frac{3}{8}$ Nürnberger

erhalten wir fl. 250 Holländisch, was für

fl. 37'57 Nürnberger?

Kommen fl. 44'65 Holländisch.

Diese verkauft der Venediger und bekommt daselbst

für 1 Gulden Holländisch, 2 Lire Ital. 24 Centesimi was für

44'65 Gulden
× 2
89'30

20 Centesimi $\frac{1}{5}$ vom Franken = 8'93

4 Centesimi $\frac{1}{5}$ von 20 Centesimi. = 1'78

Lire Ital. 100. (und 1 Centesimi, wegen der nicht ganz genauen Brüche, mehr).

Erläuterung zu V. Hier gibt der Nürnberger fl. 37'8, oder 37 Gulden 48 kr. aus, und kauft damit einen Wechsel auf Banco Mark, in Hamburg zahlbar, lautend. Es ist die Frage, wie viel Banco Mark derselbe zu unserm Curse erhält. Wir wollen es durch Logarithmen berechnen; wer keine besitzt, rechne auf gewöhnliche Weise.

Wie viel bekommen wir Banco Mark für 37'8 Gulden

3 Gulden = 2 Thaler

für 148¼ Thaler bekommen wir 300 Mark.

148¾ — 7560

der Log. von 7560 ist 3'87855

Ab den Log. von 148¾ — ÷ 2'17246

Log. 1'70609

Hat die Zahl 50'8 Banco Mark.

Nun erhält der Venediger in Venedig

für 1 Mark 1'96¾ Lire Italiane,

was für 50'8 Mark?

Der Log. von 50'8 ist 1'70609

von 1'96¾, dazu 0'29391

Logarith. 2'0000, also

100 Lire Italiane, wie es seyn soll.

VI. Pariser. 100 Lire Italiane

1'05 — 1 Franken in Venedig

300 — 118½ Gulden Current in Nürnberg

315 — 11850 = fl. 37'618.

VII. Nürnberg trägt Venedig auf, die Forderung auf Mailand zu ziehen, und Mailand, die Summe auf Nürnberg abzugeben: wie viel wird es ohne Pro-

Provision zu zahlen haben für 100 Lire Italiane?

1'01 $\frac{2}{5}$ erhält man für		1 Lira Italiana auf Mailand
20723	=	27000 Lire Correnti *)
1	=	20 Soldi
66 $\frac{1}{2}$	—	1 Gulden Current in Nürnberg.

Werden kommen 38'51 Gulden Curr.

Wiener Wechsel in Nürnberg gekauft und nach Venedig gesendet, kommen also am wohlfeilsten ($37\frac{7}{8}$) wenig theurer die Augsburger. Der Amsterdamer ist diesem fast gleich (fl. 37. 33 kr.) ꝛc.; auf Mailand können wir aber Venedig für unsere Rechnung nicht ziehen lassen: 100 Lire kämen uns ohne Provision über $38\frac{1}{2}$ Gulden, also etwa 3 Procent mehr als die Wiener oder Augsburger Wechsel.

§. 166. **Aufgabe. Leipzig hat in London 100 Pfund Sterling zu bezahlen, es ist die Frage, durch welche Wechsel dieß am vortheilhaftesten geschehen könne?**

I. Leipzig zahlt London durch unmittelbare Wechsel, die es zu 6 Thl. 14 Gr. haben kann.

Was betragen 100 Pfund Sterling?

1	—	$6\frac{7}{12}$ Thal. Sächsisch.

Kommen $658\frac{1}{3}$ Thaler Sächsisch.

II. Leipzig zahlt London durch Hamburger Wechsel 100 Pfund Sterling

1 in London	36 Schilling Vläm.	
8	=	3 Mark
300 kosten	$149\frac{1}{4}$ Thaler in L.	

Kommen $671\frac{5}{8}$ Thaler Sächsisch.

III. Leip-

*) Seit dem auch in Mailand der Französische Münzfuß wie in Venedig eingeführt wurde, sind die alten Lire Correnti, nach welchen auch oft noch gerechnet wird, zu den neuen Lire Italiane gesetzlich so bestimmt worden, daß 27000 Lire Correnti mit 20723 Lire Italiane gleichen Werth haben sollen. In Mailand ist der Curs noch nach den alten Münzen ausgesetzt.

III. Leipzig zahlt London durch Amsterdamer Wechsel.

100 Pfund Sterling
1 in London 11$\frac{19}{20}$ Gulden Holl.
250 in Leipz. 140 Thaler Sächsisch.

Kommen 669$\frac{1}{5}$ Thaler Sächsisch.

IV. Leipzig kauft für London Frankfurter Wechsel. 100 Pfund Sterling

1 —	151 Batzen
15 =	1 Gulden
1½ =	1 Thaler
100 —	100¼ Thaler in L.

Kommen 672¾ Thal. Sächs. beynahe.

V. Leipzig kauft für London Pariser Wechsel.

	100 Pfund Sterling
1 —	25 Franken
300 —	79¾ Thaler
	7975
	1993¾
Kommen	664$\frac{7}{12}$ Thaler

Erläuterung. Der Londoner soll 100 Pfund St. zu voll erhalten. Da er nun, wenn sich der Curs nicht verändert, für jedes 25 Franken in Paris zahlbar 1 Pf. erhält, so erhält derselbe 100 Pf. für 2500 Franken, auf welche der Wechsel gestellt seyn muß. Für diese hat nun der Leipziger daselbst zu zahlen (für 300 Fr., 79¾ Thl. was für 2500) obige Summe. Würde der Leipziger einem Pariser Bankier auftragen den Londoner zu bezahlen, so kämen die 100 Pfund durch den Pariser Curs auf London 2480 Franken; denn der Pariser bekommt daselbst für 24 Fr. 80 Centimen schon ein Pf. Stl.; also kosten 100 Pf. nur 2480 Franken.

Unter diesen Wechseln ist also der unmittelbare Nr. I. der wohlfeilste; der Frankfurter, der theuerste.

Nun wollen wir hier nur noch ein paar Fälle mittheilen, und die Anwendung der Angabe des Pari für solche Rechnungen zeigen, und dann das Uebrige im zweyten Theile, in welchem am Ende eine Aufgaben-Sammlung vorkommt, noch nachholen.

§. 167. **Aufgabe. Bey einem Nürnberger Bankier** (oder Augsburger, Frankfurter, Leipziger ꝛc., die Rechnung ist mit wenig veränderten Cursen dieselbe.)

selbe) werden etwa 1000 Pfund Sterling auf London gesucht. Wenn er nun diese auf seinen Londoner Bankier abgiebt, und demselben den Betrag wieder über Amsterdam, Hamburg oder Paris anschaffen kann: so ist die Frage, über welche ihm jene Summe am wenigsten kosten werde, und ob er das Pfund Sterl. um 9 Gulden 53 Kreuzer geben könne?

Wenn derselbe das Pfund Sterl. für fl. 9. 53 kr. verkauft, so erhält er für 1000 Pfund 9883⅓ Gulden; oder für ein Pfund statt $9\frac{53}{60}$, 9'883⅓ Gulden in Decimaltheilen.

Wir wollen nun suchen, ob, und über welchen jener Orte er die 1000 Pf. dem Engländer ohne Schaden anschaffen könne.

I. Ueber Amsterdam. Der Nürnberger trägt den Amsterdamer auf, dem Londoner die Pfund Sterlinge anzuschaffen. Auf wie viel Holl. Thaler kommt 1 Pfund Sterling?

1 kostet 38 Schilling Vläm.
10 = 3 Gulden
5 = 2 Thaler Holl.

Kommen 4'56 Thaler 1 Pfund.

Wie theuer kommen dem Nürnberger, 4'56 Thal. Holl.?

100 kosten in N. 140¼ Thaler Curr.
2 — 3 Gulden Current.

Kommen 9'5931 Gulden Current für 1 Pfund Sterl.

1000 Pfund also fl. 9593$\frac{1}{10}$

In einem Satz berechnet, also:

1 Pfund
1 — 38 ßl.
10 — 3 ßl.
5 — 2 Thaler Holl.
100 — 140¼ Thaler in N.
2 — 3 Gulden in Nürnb.

II. Ueber Hamburg. Der Nürnberger trägt eben so dem Hamburger auf, dem Londoner die 1000 Pfund anzuschaffen. Wie viel Banco-Mark werden dort dafür zu zahlen seyn; oder wie viel, um dort zu erhalten

1 Pfund Sterl.?

1 kostet in Hamb. 35⅓ Schill. Vläm.
8 = 3 Mark

getheilt durch 8 — 106

Mark Banco 13'25.

Was hat der Nürnberger auszugeben um daselbst zu erhalten auf Hamburg Banco Mark 13'25.

300 kosten 148'75 Thaler
2 — 3 Gulden

Kommen 9'8549 Gulden Für 1000 Pfund Sterl.

also fl. 9854$\frac{9}{10}$

III.

III. Ueber Paris. Er trage eben so dem Pariser auf, daselbst einen Wechsel auf Pfund Sterl. gestellt zu kaufen.

Wie theuer kommt 1 Pfund Sterling?
1 kostet . 24 Franken 80 Centimen.

Wie hoch kommen dem Nürnberger diese, wenn er in Nürnberg einen Wechsel auf den Betrag lautend, kaufen, und ihn dem Pariser zum Einziehen senden will?

300 Franken kosten in Nürnberg
118½, was 24'80 (24⅘)

Kommen 9'796 Gulden, für diese Franken, und also für das Pfund Sterling;
1000 Pfund dann 9796 Gulden.

Aus diesen Berechnungen gehet hervor, daß uns das Pfund Sterling

über Amsterdam komme	fl. 9. 36 kr.
über Hamburg .	fl. 9. 51 kr.
über Paris .	fl. 9. 48 kr.
und wir erhalten in Nürnb.	fl. 9. 53 kr.

Ohne die Provision und andere Unkosten in Anschlag zu bringen, hätte also der Nürnberger Gewinn, und zwar über Amsterdam am meisten. Dieß müssen wir jedoch näher untersuchen.

Der Wechselpreis nach London ist der einzige, welcher in Amsterdam in Banco-Geld ausgesetzt ist, wie man in der Tafel siehet. Dieß stehet nun gewöhnlich mehr und weniger höher als Current-Geld; gegenwärtig 2 Procent. Dieses Aufgeld müssen wir nun noch dazu rechnen um den Curs mit den andern vergleichen zu können.

Zu fl. 9'5931, 2 Procent,
betragen 0'191862

fl. 9'784962 (fl. 9. 47 kr.)

1000 Pfund Sterl. also 9785 Gulden beynahe. Das Pfund Sterling kommt nun um einen Kreuzer über Amsterdam wohlfeiler als über Paris.

Rech-

Rechnen wir ferner für Provision, welche dem Amsterdamer zu bezahlen sind, und für Briefporto, doppelte (in Nürnberg und Amsterdam) Mäkler-Gebühr (Courtage, Senserie) zwey Drittel Procent, so betragen

diese von	fl. 9785; ab $\frac{1}{3}$
	÷ $3261\frac{2}{3}$
	$65|23\frac{1}{3}$ (14 kr.)
Dazu	fl. 9785
die 1000 Pfund Sterl. kosten also	fl. 9850. 14 kr.
der Nürnberger erhielte dafür	fl. 9883. 20 kr.
Ueberschuß	fl. 33. 6 kr., welche der Nürnberger gewinnt; wenig über $\frac{1}{3}$ Procent.

Anwendung des Pari zur Vergleichung der Wechselpreise.

§. 168. Ohne eine Berechnung anzustellen, können wir schon aus dem Pari, das in der Tafel den Wechselpreisen beygefügt ist, ungefähr erkennen, welche unter ihnen uns höher oder niedriger kommen, also mehr oder weniger Vortheil oder Nachtheil bringen.

So war §. 164, S. 224. die Frage, ob es vortheilhafter für den Nürnberger sey, zur Bezahlung seiner Schuld in Amsterdam, Wechsel in Amsterdam oder in Hamburg zahlbar, zu kaufen, und seinem Schuldner zusenden; und wir fanden durch Berechnung in Nr. I. und II, daß die unmittelbar auf Amsterdam gestellten wohlfeiler kommen. Dieß hätten wir auch schon **aus der Vergleichung des Pari mit den Preisen** sehen können.

Ein Wechsel auf Amsterdam von 100 Thaler Holl. kostet nur $140\frac{1}{4}$ Thaler,
das Pari ist $136\frac{3}{4}$ —
wir zahlen also Thaler $3\frac{1}{2}$ zuviel.
Nun kosten uns 100 Thaler Banco auf Hamburg $148\frac{1}{4}$
Das Pari ist . . $144\frac{4}{5}$

Wir

Wir zahlen also nicht ganz 4 Thaler zu viel. (Die Hamb. Thaler sind zwar mehr werth als die Amsterdamer, und wir zahlen also diese 4 Thaler an einer größern Summe, als jene $3\frac{1}{2}$, zu viel; allein der Unterschied ist nicht so groß, daß der Verlust einander gleich kommt.)

In Amsterdam erhält man für 2 Mark auf Hamburg nur $34\frac{5}{8}$ Stüber, welche uns der Amsterdamer gut schreibt; das Pari ist aber $35\frac{3}{10}$; wir verlieren also auch hier wieder durch diesen Wechsel: 35'300 ÷ 34'625 = 0'675. Da wir nun dieß (ungefähr $\frac{2}{3}$) bey $34\frac{5}{8}$ verlieren, und das Dreyfache davon nicht viel über 100 ist: so ergibt sich schon durch den Anblick, daß der Verlust auch hier ($34\frac{5}{8} \times 3$, und $\frac{2}{3} \times 3$) 2 Procent beträgt. Eben so sehen wir aus den in I. und II. gefundenen Summen: $143\frac{1}{5}$ und $140\frac{1}{4}$, wenn wir diese der leichtern Uebersicht wegen für $1\frac{1}{2}$ Hundert nehmen, und 3 mehr zahlen; auf 100 dann ein Drittel weniger, also 2 Procent komme; und, da $143\frac{1}{5}$ weniger als 150 ist, so beträgt auch der Unterschied noch mehr als 2 Procent, und stimmt mit obiger Vergleichung des Pari überein.

So siehet man ferner in IV (§. 164. S. 229.), daß Nr. 1. theurer kommen müsse, als Nr. 2.; denn der Curs in Nr. 2 ist 140, das Pari $136\frac{3}{4}$; wir zahlen also $3\frac{1}{4}$ (ungefähr $2\frac{1}{3}$ Procent) mehr. In Nr. 1 ist der Curs in Amsterdam $34\frac{7}{8}$ das Pari $36\frac{9}{18}$; wir bekommen bey $34\frac{7}{8}$ zu wenig $1\frac{11}{18}$. Nehmen wir (in ungefährem Ueberschlage) $34\frac{7}{8}$ als ein Drittel Hundert, als $33\frac{1}{3}$ an, so ist das Dreyfache = 100, und das Dreyfache von $1\frac{11}{18} = 3\frac{33}{18} = 5\frac{1}{18}$ Procent Verlust, und im ersten Falle nur $2\frac{1}{3}$; also hier $2\frac{2}{3}$ ungefähr mehr.

In unsern Berechnungen fanden wir 143'724 und 140'35 also auch über 2 Procent, was wir aus blosser Ansicht der Curse erkennen. Vergleichen wir die Nr. VI. S. 230. berechneten auf eben diese Art, so sehen wir gleich, daß uns die in Nürnberg gekauften Pariser Wechsel auf Amsterdam (a), gegen die andern (b) nachtheilig sind. Da in beyden die Verhältnisse der Franken zu Gulden (300 : $118\frac{1}{2}$) gleich sind: so ist nur zu vergleichen der Curs, zu welchen 3 Franken in Amsterdam und Paris anzubringen sind. Im Fall b. werden uns diese in Paris für $56\frac{1}{4}$ Pfennige Vlämisch angerechnet; in Fall a, aber in Amsterdam

nur

nur zu 55½; wir bekommen also durch Paris 1¼ mehr, welches beynahe 2½ Procent Unterschied beträgt. Hier haben wir das Pari zum Vergleichen nicht nöthig gehabt; es konnte schon durch die gleichnamigen Wechselpreise geschehen.

Nun wollen wir noch einiges vortragen über

Die Wechsel-Commissionen.

§. 169. Eine Wechsel-Commission heißt ein Auftrag, den ein Kaufmann oder Bankier dem andern gibt, eine Summe Geldes von einem Orte durch Wechsel einzuziehen, und an einen andern Ort wieder zu bezahlen. Dieß hätte nun keine Schwierigkeit; allein da es dem, für dessen Rechnung dieß geschehen soll, nicht gleichgültig seyn kann zu welchen Preisen die Wechsel eingekauft und wieder verkauft werden (remittirt und traßirt wird), und derselbe daher die Preise vorschreibt: so ist die Frage, ob, wenn sich einer oder beyde Curse inzwischen geändert haben, der Auftrag ohne Schaden noch ausgeführt werden könne. Wir wollen dieß durch ein Beyspiel anschaulicher machen.

§. 170. **Aufgabe. Ein Wiener gibt einem Nürnberger den Auftrag, auf seinen Augsburger Bankier 1000 Thaler im Curs zu 99¾ zu ziehen, und dagegen einem Leipziger 1000 Thaler im Curs zu 99½ für seine Rechnung zu übermachen.**

Wird dieser Auftrag nach der Vorschrift vollzogen, so erhält der Nürnberger für 100 Augsburger 99¾, was für 1000? 997½ Thaler für diese Tratte, die nun der Wiener bey ihm zu fordern hat.

Nun soll er aber dem Leipziger 1000 Thaler anschaffen und zwar im Curs zu 99½ (in Nürnberg für 100 in Leipzig); ergibt also aus für 100 — 99½ was für 1000? Thaler 995 für die 1000, die der Leipziger erhält. Der Wiener hat also durch den Nürnberger seine 1000 Thaler in Augsburg eingezogen und erhalten 997½, und seine Schuld von 1000 Thalern in Leipzig bezahlt mit 995 und gewonnen Thaler 2½.

Der Auftrag ist nun ausgeführt worden, wie es der Wiener vorschrieb. Gesetzt aber der Curs nach Augsburg wäre inzwischen in Nürnberg von 99¾ auf 99½ gefallen, so würde der Nürnberger für 1000 nur 995 erhalten, also 2½ weniger als die Vorschrift lautet. Oder der Augsburger Curs stände noch zu 99¾; aber der Leipziger wäre höher, von 99½ auf 99¾ gegangen. Der Nürnberger hätte dann für die 1000 Thaler auf Leipzig 997½, also 2½ mehr zuzahlen, als die Vorschrift lautet, und es bliebe dann kein Ueberschuß für den Wiener.

Der Nürnberger, als Beauftragter (Commissionär), muß nun genau der Vorschrift des Wiener, als Aufträger (Committenten) nachkommen: 2½ sollen übrig bleiben; mehr dürfen es seyn, aber nicht weniger. Die Frage ist hier daher: **Wie, wenn der eine Curs sich ändert, der andere seyn müsse, damit der Auftrag ohne Nachtheil vollzogen werden könne?** (Hier also, daß 2½ übrig bleiben.) Gesetzt nun der Augsburger Curs habe sich geändert, und wäre von 99¾ auf 99½ gefallen. Wir erhielten sonach für 1000 nur 995. Sollen nun 2½ übrig bleiben, so müßte der Leipziger Wechsel kosten 995 ÷ 2½ = 992½; Daraus können wir bestimmen wie hoch der Curs nach Leipzig seyn müsse um nur 992½ für 1000 bezahlen zu dürfen. Für 1000 zahle ich 992½, was für 100? kommen 99¼.

Oder wir können dieß auch so finden: Da der veränderliche Preis in beyden bey Nürnberg ist: so muß man, wenn der eine Curs fällt, und man weniger bekommt, auch für den Leipziger weniger bezahlen dürfen, wenn es sich ausgleichen soll. Wie sich nun der Augsburger frühere Curs zu dem jetzigen verhält, so der Leipziger frühere, zu dem jetzigen; also 99¾ : 99½ = 99½ : zum gesuchten.

Oder auch: 99¾ verliert ¼, wie viel 99½?

§. 171. **Aufgabe. Hamburg erhält den Auftrag einem Amsterdammer im Curs zu 106 (Amsterdamer Thaler für 100 Thaler Hamburger Banco) eine Summe zu übermachen, und seine Auslagen wieder auf Leipzig im Curs zu 149¼ (Leipziger Thaler für 100 Thaler Hamb. Banco) einzuziehen; der Amsterdamer Curs hat sich aber auf 104 verändert:**

dert: wie theuer muß nun der Wechsel auf Leipzig anzubringen seyn, damit für den Aufträger kein Nachtheil entstehe? ($146\frac{13}{30}$).

Nach dem vorgeschriebenen Curse bringt der Hamburger für jede 106 Thaler, die derselbe in Amsterdam zahlt, 300 Mark Banco dem Auftraggeber in Rechnung. Nach dem veränderten zahlt er damit in Amsterdam nur 104 Thaler, und braucht also, um 106 zu zahlen, mehr als 300 Banco Mark; er braucht $305\frac{10}{13}$ Mark. Er muß nun auch mehr Thaler auf Leipzig ziehen, und jener also auch mehr bezahlen, es sey denn daß der Curs niedriger ist, das heißt, daß der Leipziger für 300 Mark, die der Hamburger erhält, weniger als $149\frac{1}{4}$ zu bezahlen habe. Für 300 Mark werden statt 106, nur 104, in Amsterdam abbezahlt, also muß auch der Leipziger in demselben Verhältniß für 300 Mark weniger als $149\frac{1}{4}$ zu bezahlen haben wenn er keinen Schaden leiden soll. In dem Verhältniß, in welchem 106 zu 104 abnimmt, muß auch $149\frac{1}{4}$ zu den zu findenden abnehmen, also:

$$106 : 104 = 149\tfrac{1}{4} : \frac{149\tfrac{1}{4} \times 104}{106},$$ kommen 146'434. Kann nun der Hamburger für so viel Sächsische Thaler die er auf Leipzig abgibt, 300 Mark bekommen, so darf derselbe ohne Nachtheil zu 104 dem Amsterdamer remittiren. Wir wollen nun untersuchen ob dieß richtig ist.

Nach den vorgeschriebenen Cursen zahlt der Hamburger für

	100 Thaler Holl. die der Amsterd. erhält
106 —	300 Mark
kommen	$283\frac{1}{53}$ Mark. Zieht er diese auf Leipzig,
so hat der Leipziger zu zahlen: für	300 Mark $149\frac{1}{4}$, was für $283\frac{1}{53}$?
kommen	140'8 Thaler.

Nach den veränderten Cursen hat der Hamburger zu zahlen für

104 Amst. Thaler	300, was für 100 Thaler?
kommen	288'46, und der Leipziger für
300 —	146'434 Thaler, was für jene? Kommen
ebenfalls	140'8 Thaler.

Den erforderlichen Curs können wir auch aus den Summen finden: denn wie sich diese verhalten, so die Curse also

$288'46 : 283\frac{1}{53} = 149\frac{1}{4}$ zu dem erforderlichen Curs.

§. 172. **Aufgabe. Ein Hamburger bekommt den Auftrag in London 100 Pfund Sterling im Curs zu 35 Schillinge Vlämisch zu bezahlen, und seine Auslage auf Leipzig, zu 149 zu ziehen. Nun stehet bey Ankunft des Auftrags der Curs auf London 36, auf Leipzig 147. Kann er denselben ohne Nachtheil des Aufträgers vollziehen?**

Durch die Erhöhung des Curses nach London, muß der Hamburger für jedes Pfund einen Schilling mehr bezahlen, also dem Auftraggeber mehr in Rechnung bringen, und daher eine größere Summe auf Leipzig wieder abgeben. Da nun aber dieß nicht geschehen soll, so muß derselbe die Anzahl Schillinge, die durch den höhern Curs nach London mehr ausgegeben werden, durch einen niedern nach Leipzig wieder einbringen können; er muß also 300 Mark für weniger als 149 Thaler erhalten können. **Wie sich nun jener höhere Curs (36) zu den niedern (35) verhält, so muß sich der Leipziger höhere Curs (149) zu den niedern, zu suchenden, verhalten.** Also $36 : 35 = 149 : \frac{35 \times 149}{36} = 144\frac{31}{36}$, zu welchen er 300 Mark muß erhalten können, wenn das Geschäft ohne Nachtheil des Leipziger vollzogen werden soll. Da nun aber der Curs 147 stehet, so hätte der Leipziger für jede 300 Mark ($147 \div 144\frac{31}{36} =$) $2\frac{5}{31}$ Thaler mehr zu bezahlen, als derselbe zu den vorgeschriebenen Cursen zu bezahlen gehabt hätte.

Die **Berechnungen**, als **Probe** hierüber, stehen also:

1) Nach den vorgeschriebenen Cursen gibt der Hamburger für 1 Pfund aus 35 Schilling, für 100 Pfund also 3500 Schilling

Diese giebt er ab zu 149, betragen: 8 Schillinge = 3 Mark
300 — 149 Thaler
und der Leipziger hat zu zahlen $651\frac{7}{8}$ Thaler

2) Nach den veränderten Cursen hätte der Hamburger auszugeben

3600 Schilling,

und zieht auf Leipzig: 8 Schill. = 3 Mark.

300 — 147 Thaler

kommen $661\frac{1}{2}$ Thaler.

Ab jene $651\frac{7}{8}$ —

bleiben $9\frac{5}{8}$ Thaler, welche er mehr abgeben müßte als er sollte, zum Nachtheil des Leipziger. Berechnen wir dieß aber nach unserm gefundenen Curs ($144\frac{31}{36}$): so kommt die vorschriftsmäßige Summe.

3) Was betragen 100 Pfund Sterling.

1 — 36 Schilling Blämisch

8 = 3 Mark

300 — $144\frac{31}{36}$ Thaler

8 — $144\frac{31}{36}$. 36

4'5

720

576

$38\frac{3}{4}$

Thaler $651'8\frac{3}{4}$ ($\frac{35}{40} = \frac{7}{8}$)

§. 173. **Bestimmtere Ansicht solcher Wechsel-Commissionen.** Dieser Gegenstand erscheint manchem verwickelt, und dadurch schwer aufzufassen. Dazu trägt bey das Verhältniß des Aufträgers zu dem Beauftragten (des Committenten zum Commissionär); die geometrischen Verhältnisse der Wechselpreise, die oft in geradem, oft in umgekehrtem Ansatze erscheinen, daher in Rechenbüchern mehrere Regeln gegeben werden, die den Gegenstand mechanisch, und in glaube noch unverständlicher machen. Hierüber folgendes:

1) Man trenne den Beauftragten **nicht** von dem, der den Auftrag gibt, und für dessen Rechnung derselbe vollzogen werden soll. Was jener einnimmt, was jener ausgiebt: nimmt dieser ein, gibt dieser aus.

2) Je

2) Je mehr derselbe also für eine Summe, die er im Auslande einzieht, erhält; je weniger derselbe für eine Summe die er im Auslande bezahlt, auszugeben hat: desto vortheilhafter ist es. Wenn der Leipziger in London ein Pfund Sterling zu 6 Thaler 14 Groschen anzuschaffen hat, so ist es desto vortheilhafter, je weniger derselbe unter 6. 14 dafür geben darf; wenn derselbe aber ein Pf. St. einziehen soll, so ist es desto vortheilhafter, je mehr er über 6. 14 dafür erhält.

3) Je grösser die Abweichung des Curses zu einer Einheit ist, desto kleiner ist der Gewinn oder der Verlust; je kleiner die Abweichung zur Einheit ist, desto grösser ist der Gewinn oder Verlust an demselben. Wenn wir bey 100 zwey oder drey gewinnen oder verlieren, so ist es nicht so viel als wenn wir bey 25 schon 2 oder 3 gewinnen oder verlieren. Diese Verhältnisse sind nun nicht immer so einfach, daß man gleich beym Anblick sehen kann, welches grösser oder kleiner ist, und dann muß man sie auf andere bringen (reduciren). Z. B. so war zu unserm Nachtheil (im §. 172) gefallen, der Hamburger Curs von 36 auf 35, und der Unterschied 1.; der Leipziger zu unserm Vortheil von 149 auf 147, Unterschied 2. Wenn wir aus diesen Verhältnissen nun nicht gleich erkennen können, welches grösser oder kleiner ist, so bringen wir sie auf gleichen Unterschied. An 36 verlieren wir 1.; an 149 gewinnen wir 2, an $74\frac{1}{2}$ also auch 1. Da wir nun an einer (doppelt) grössern Zahl ($74\frac{1}{2}$) erst eines gewinnen, und schon an einer kleinen (36) dieses 1 verlieren, so ist der Curs zu unserm Nachtheil. An dem aufgefundenen Curs $144\frac{31}{36}$ ist der Unterschied (von 149 $\div$ $144\frac{31}{36}$ =) $4\frac{5}{36}$. Wir gewinnen also an 149 die $4\frac{5}{36}$. Schaffen wir den Bruch weg so kommen 36 $\times$ 149 : 149 = 36. Wir gewinnen demnach eben so viel, als wir nach dem obigen verlieren.

Mehr darüber im zweyten Theile, in der Aufgaben-Sammlung.

Ende des ersten Theils.

Inhalt des ersten Theils.

Seite

Erklärung der eigenen Ausdrücke, welche in der Rechenkunst gebraucht werden. . 1
Grundsätze für die ganze Rechenkunst. 32

Erste Abtheilung.

Das Rechnen im Allgemeinen.

Entwicklung des Begriffs der Rechnungsarten oder der Species . . 35
Addiren und Multipliciren 36
Abziehen und Theilen 36
Bezeichnung der vier Rechnungsarten 37
Addiren der ganzen Zahlen 38
Addiren mit Zeichen 40
Abziehen der ganzen Zahlen 42
Abziehen mit Zeichen 44
Multipliciren ganzer Zahlen 46
Multipliciren mit Zeichen 48
Theilen ganzer Zahlen 51
Theilen mit Zeichen 53
Das Rechnen mit Brüchen 56
Grundlehren für die Brüche 56
Brüche zu Addiren 57
Erleichterungs-Mittel bey Umwandlung der Brüche in gleiche Nenner . . 59
Brüche von einander abzuziehen 62
Brüche zu multipliciren 63
Brüche zu theilen 65
Von den Decimalbrüchen 69
Addiren der Decimalbrüche 72
Abziehen der Decimalbrüche 74
Multipliciren der Decimalbrüche 75
Theilen der Decimalbrüche 78
Das Rechnen mit benannten Zahlen, als Ganze und Theile betrachtet . . 80
Addiren der benannten Zahlen, als Ganze und als Brüche betrachtet . . 81
Abziehen der benannten Zahlen, als Ganze und als Brüche betrachtet . . 84
Multipliciren der benannten Zahlen, als Ganze und als Brüche betrachtet . 85
Theilen der benannten Zahlen, als Ganze und als Brüche betrachtet . . 92
Von den Logarithmen 95
Von den Beziehungen und Vergleichungen der Zahlen: Verhältnisse, Proportionen
Reihen oder Progressionen 101
Arithmetische Proportionen und Reihen 103
Formeln für diese 109
Geometrische Proportionen, und Regel Detri 112
Zusammengesetzte geometrische Proportionen, Regula quinque, und Regula multiplex
oder Kettenregel 115
Zusammengesetzte geometrische Proportionen: welche in umgekehrtem Verhältnisse stehen: Regula de tri conversa, Regula quinque conversa . . . 125

Zwey.

Zweyte Abtheilung.

Das Rechnen in der Anwendung.

	Seite
Gegenstände des Rechnens, und wodurch sie bestimmt werden	132
Vergleichung der Maße und Gewichte	134
Allgemeine Regeln oder Formeln für die Gewichtsvergleichungen	142
Vergleichung der Längen-Verhältnisse	149
Regel für die Verhältnisse in Brabanter Ellen	153
Vergleichung des Geldes und der Münzen	154
Bestimmung des Werthes der Münzen nach den Münzgesetzen	155
Vergleichungen der Goldmünzen unter sich, und mit den Silbermünzen	162

Berechnungen der Waarenpreise der Tafel.

Berechnung der Waarenpreise der Tafel im Gelde und Gewichte jedes Ortes	167
Berechnung der Waarenpreise jedes Ortes, im Gelde und Gewichte der andern Orte	169

Allgemeine Formen zur Bestimmung der Waarenpreise.

Allgemeine Bestimmung der ausländischen Waarenpreise für Nürnberg	182
für Frankfurt am Main	190
für Leipzig	194
für Berlin ꝛc.	200
Verdeutlichung der Tafel der Wechselpreise	202
Verhältniß der Münzen unter sich	202
Von dem Werthe der Münzen	203
Von dem Wechselpreise oder Wechselcurse	204
Von dem Pari der Tafel der Wechselpreise	205
Von der Einheit der Wechselpreise, oder von dem veränderlichen und unveränderlichen Curse	208
Ursachen der Abweichung der Wechselpreise von dem Pari, oder von dem innern Werthe	209
Berechnung der Wechselpreise der Tafel	210
Berechnungen der Nürnberger Wechselpreise oder des Nürnberger Curs-Zettels mit allgemeinen Regeln	210
Berechnungen der Berliner Wechselpreise mit allgemeinen Regeln	218
Berechnungen der Hamburger Wechselpreise mit allgemeinen Regeln	219
Vergleichung der Wechselpreise der Tafel unter sich, oder Arbitrage-Rechnungen	223
Anwendung des Pari zur Vergleichung der Wechselpreise	239
Von den Wechsel-Commissionen	241

Abänderungen.

In der Tafel der Waarenpreise ist unter Bremen der Preis der Baumwolle statt 28 Thaler der Zentner, zu lesen 28 Grote das Pfund.

In einigen Tafeln der Münzen (in andern ist es abgeändert) in der ersten Reihe unten bey Sachsen ꝛc. statt der Thaler zu 36 Mariengroschen à 12 Pfennige, zu lesen: à 8 Pfennige. Statt Betfaguie, zu lesen: Betelfaguie; und dabey: des Piasters effect, von Spanien Nr. 9, zu lesen Nr. 8.

Im Verlage des Contors der Königl. privilegirten allgemeinen Handlungs-Zeitung in Nürnberg sind folgende Werke erschienen und von demselben und in jeder soliden Buchhandlung zu haben.

I. Das Neueste und Nützlichste der Erfindungen, Entdeckungen und Beobachtungen, besonders der Engländer, Franzosen und Deutschen, in der Chemie, Fabrikwissenschaft, Apothekerkunst, Oekonomie und Waarenkenntniß. Erster bis achtzehnter Band. Mit 21 Kupfern und einem vollständigen Register über die 18 Bände. Jeder Band kostet einzeln 2 Gulden, oder 1 Thaler 3 Groschen Sächsisch; alle 18 Bände zusammen aber 37 $\frac{3}{5}$ Gulden, oder 20 Thaler 21 Groschen Sächsisch.

Inhalt des ersten Bandes (3te Auflage).

1. Ueber Münzen und Münzkunst.
2 Ueber die Dinte und das Papier.
3. Blauen Carmin zu bereiten.
4 Bereitung der Seife.
5. Wie der Scharlach de Gobelin verfertiget wird.
6. Bereitung des Zuckers
7. Bereitung des chinesischen Tusches.
8. Leder-Bereitung oder Gerberey.
9. Von dem Sago. 10. Dinte zu verfertigen.
11. Vorzügliche Böckelbrühe zum Einsalzen des Fleisches. 12. Die Sämische Gerberey.
13. Die Saffian-Bereitung.
14. Die Corduan-Bereitung.
15. Von der Chagrin-Bereitung.
16. Die Pergament-Bereitung.
17. Nachricht von der in Frankreich versuchten Bereitung der Seife ohne Feuer.
18. Bereitung des Florentiner Lacks.
19. Firniß zum Lackiren des Kupfer- und Eisengeschirrs.
20. Englischen Pinschebak zu verfertigen.
21. Von der Glasbereitung und dem Glasblasen.
22. Dem Ulmen- und Ahornholze die Farbe des Mahagoniholzes zu geben.
23. Von dem Alaunsieden. 24. Von der Soya.
25. Beyträge zur Geschichte des künstlichen Wachses.
26. Vogelleim zu machen.
27. Vom Blech, dessen Verfertigung und mancherley Gebrauch. 28. Von dem Dividivi.
29. Vorschrift zu gutem Glühwachse.
30. Guten, wohlriechenden und geschmackvollen Essig zu machen.
31. Composition der gemeinen weißen Emaille von gemäßigter Härte.
32. Vom Tombach, Pinchbeck und Semilor.
33. Von den Trüffeln.
34. Ueber die Bereitung der Preßspähne zu Malmedy.
35. Nachricht von einem in England erfundenen Seidenweber-Stuhl. 36. Chokoladeliqueur.
37. Anweisung zum Anbau der Baumwolle in Deutschland.
38. Die künstlichen Steinarten.
39. Vortheilhafte Bereitung der Stärke.
40. Neue Erfindung, Kolbenrohre betreffend.
41. Von der Königs-Chinarinde.
42. Bücher über Fabrikwissenschaft u. s. w.

Inhalt des zweyten Bandes (3te Auflage).

43. Die Kunst mit oxydirter Salzsäure in kurzer Zeit Leinwand, Garn, Cattun rc. zu bleichen, Papiere weißer, und alte Kupferstiche wie neu zu machen rc. rc.
44. Von der in China gebräuchlichen Art, Zwergbäume zu ziehen.
45. Neublau oder Sächsischblau zu verfertigen.
46. Vorzüglich gutes Papier zum Abdrucken der Kupferstiche zu machen.
47. Anleitung zum Roth- und Gelbfärben des Leders, so wie es in der Türkey geschieht.

A

48. Von der Seife aus Wolle, und der Art sie zu bereiten. 49. Von der Quercitron.
50. Verbesserung der Hutmacherkunst vom Herrn Chaussier.
51. Kaustisches Alkali und Aetzstein im Großen zu verfertigen.
52. Anleitung zum Anbau und zur Verbrennung der Sodapflanze.
53. Mittel zur Verbesserung der Butter.
54. Ueber das Licht verschiedener Brennstoffe, in Hinsicht der Lampen und der Oele.
55. Bereitung des Eau de Luce, und Verbesserung dabey.
56. Von einem neuen Arzneymittel, Semen Adjowaen.
57. Vorschrift zu einer vorzügl. guten schwarzen Dinte.
58. Bemerkungen über die Seife aus Wolle.
59. Verfahren das Kleeheu zu machen.
60. Von dem Englischen Gesundheitsthee.
61. Versuch einer Angabe aller Metallmischungen.
62. Ueber die Zersetzung der Seife durch saure Farben-Extracte.
63. Vorzügliche Bereitung der Lumpen zur Verfertigung des Papiers. 64. Bereitung des Grünspans.
65. Bereitung des krystallisirten Grünspans.
66. Von den Dickrüben als einem Surrogat für den Kaffe. 67. Von der Resina lutea novi Belgii.
68. Von den Farben zur Porzellanmalerey.
69. Ueber die Wirkung der Beizen bey der Rothfärbung des Cattuns.
70. Entdeckung einer Purpurviolett-Farbe aus den Blättern der Aloë succotrina angustifolia, die den Einflüssen der Luft, der Säuren und Salze widersteht.
71. Eine für die Bienenzucht sehr vortheilhafte Pflanze.
72. Neue Methode zur Verfertigung des Gußstahls.
73. Gebrauch der Eisenkalke bey der Cattunfärberey.
74. Zubereitung des sogenannten Spanischen Weiß.
75. Ueber die erfrischenden Krüge.
76. Neuer Firniß, das Mahagoniholz nachzuahmen.
77. Ueber den flüssigen Storax.
78. Maschine zum Färben und Drucken der Zeuge.
79. Composition z. Verfertigung künstlicher Mühlsteine.
80. Chemische Beobachtungen über das Epiderma.
81. Ueber die Wachsmalerey.
82. Neue Art, Wohnhäuser, Treibhäuser, Zimmer ꝛc. zu erwärmen.
83. Mittel, das Holzwerk vor dem Einfluß der Witterung zu schützen.
84. Methode, den Flachs so fein wie Seide zu machen.
85. Methode, Linnen und Baumwolle mit Cochenille zu färben.
86. Bequeme und vortheilhafte Art, die Seide mit Cochenille zu färben.
87. Anweisung auf Metalle zu emailliren.
88. Vom Zinnober und dessen künstlicher Bereitung.
89. Neues Mittel, Mühl- u. Wasserräder zu schmieren.
90. Neue Composition zum Verzinnen.
91. Dem Kornbranntwein den Geschmack des Franzbranntweins zu geben.
92. Bereitung einer unveränderlichen grünen Farbe.
93. Mittel, der Melasse den scharfen Geschmack zu benehmen, und sie statt des Zuckers anwendbar zu machen.
94. Neues Verfahren, den Citronensaft zu erhalten und zu verstärken.
95. Bücher, welche in diesen Wissenschaften 1798 herauskamen.

Inhalt des dritten Bandes (2te Auflage).

96. Ueber die Töpferglasur.
97. Mittel die Güte der Farbhölzer zu prüfen.
98. Art, den Schellack mit Salzsäure zu entfärben.
99. Die Tekamezrinde. 100. Metallene Stricke.
101. Neues Pigment.
102. Gebrauch der Erden zum Bleichen.
103. Einige Mittel gegen das Erfrieren der Bäume.
104. Neues Verfahren, Seife zu machen u. zu bleichen.
105. Ein neues Mittel, die Kupferstiche zu reinigen.
106. Ueber die Natur einiger sehr guter Mühlsteine.
107. Neue Art, das Eisen zu reinigen u. zu verbessern.
108. Chinesisches Reisbrod.
109. Beschreibung der Chagrinbereitung in Astrachan.
110. Von der Alaunbereitung.
111. Neues Verfahren, Musivgold zu machen.
112. Neuentdeckte Farben aus Kopfkohl.
113. Kunstvortheile der Türken: 1) Fassung der Diamanten, 2) Eisen zu gießen, das sich hämmern läßt, 3) Filtriren nach oben, 4) Sauerteig aus Erbsen.
114. Reduction der Metalle in Beziehung auf Färbekunst.
115. Neue Bereitungsart des Spießglanz- und Eisenmohrs.
116. Neuerfundene Seilermaschine.
117. Mittel, d. Leder dauerhaft u. wasserfest zu machen.
118. Verfahren, bedruckte und farbige Papiere zu bleichen und herzustellen.
119. Verfahren, Mineralkali von der Salzsäure abzuscheiden.

120. Gewinnung der Pottasche aus Weintrestern.
121. Seguins Methode, die Häute in wenig Tagen zu gerben.
122. Neue Art Papier und weißes Leder zu färben.
123. Mineralischer Lampenruß.
124. Verfertigung der Strohhüte und Zubereitung des Strohes.
125. Verbesserungen beim Brauen und Destilliren.
126. Cattunprobe.
127. Bereitung eines Quecksilbersyrups.
128. Pottasche und Mehl aus wilden Kastanien.
129. Von Gewinnung des Oels aus verschiedenen Pflanzen, nebst Vortheilen, welche bey dem Pressen desselben angewandt werden können.
130. Wohlfeilere Bereitung der Kakaobutter.
131. Bereitung eines äußerst flüchtigen Alkohols durch Kälte.
132. Bereitungsart der Marokkanischen Ziegenfelle.
133. Anleitung zum Beizen und Färben des Cattuns und der Baumwolle, als: rothe Farben, gelbe Farben, Nankin zu färben, blaue Farben, grüne Farben, violette Farben.
134. Vom Salpetersieden und der neuen in Frankreich eingeführten Raffinirmethode.
135. Bereitung und Anwendung einiger Salze und anderer Substanzen zum ökonomischen und vorzüglich zum landwirthschaftlichen Gebrauche.
136. Neue Art, Strohhüte zu verfertigen.
137. Neues Verfahren, Kupfer zu gewinnen.
138. Bücher, welche in diesen Wissenschaften, 1799, herausgekommen sind.

Inhalt des vierten Bandes (2te Auflage).

139. Neue Bereitungsart des Bleyweißes.
140. Neuentdeckte Vortheile bey der Bereitung des Vitrioläthers.
141. Ein Mittel mit Ersparung des Brennmaterials auf den Salinen im Sommer Salz zu erhalten.
142. Neue Composition zu Dachziegeln.
143. Neue Bemerkung über die gelben Pflanzenfarben.
144. Gelbe Farben aus einem Schwamm.
145. Von der Gewinnung des Torfs.
146. Verfahrungsarten, aus Runkelrüben Zucker zu bereiten.
147. Nachricht von dem gelben Harze von Botanybay.
148. Anweisung zum Abschwefeln der Steinkohlen.
149. Anweis. zur Bereitung künstlicher Mineralwasser.
150. Ueber das Färben mit Zinnauflösung und Zinnkalken, auch in Beziehung des türkischen Roths.
151. Bereitung des englischen Porterbiers.
152. Surrogat für die Galläpfel zur Schreibdinte und Färberey.
153. Verbesserte Bereitung des Zinnobers auf nassem Wege.
154. Bereitung des Glaubersalzes durch Gyps.
155. Ueber die Bereitung des Neublaues oder Sächsischblaues.
156. Bereitung d. Wachstaffts oder Gesundheitstaffts.
157. Zubereitung der Lämmer- und Hundsfelle zu Handschuhen ꝛc.
158. Sichere Bereitungsart des rauchenden Salpetergeistes.
159. Surrogat für Galläpfel und Eichenrinde.
160. Neue Glasfritte.
161. Oelfarbe aus Gummiguttä.
162. Bereitungsarten des Bernsteinfirnisses und Anwendung desselben auf verschiedene Holzarten.
163. Neue Versuche farbigte Oele zu entfärben.
164. Recepte zu unverlöschlichen Dinten.
165. Bereitung eines undurchdringlichen Leders.
166. Vorschriften zu haltbaren Kitten.
167. Wohlfeile Lackfarbe.
168. Vom Verkohlen des Torfs und Benutzung zu Salmiak.
169. Vorschriften zum Färben des türkischen Garns, nebst Beschreibung des in Griechenland selbst gewöhnlichen Verfahrens.
170. Zwey Bereitungsarten des Casßler Gelbs.
171. Bereitung des Berlinerblaus, Mineralblaus und anderer Farben. 172. Neue Farbenbeize.
173. Reinigung des Oels und die Kunst Flecken zu vertilgen. 174. Neues Galläpfel-Surrogat.
175. Vortheile bey Verfertigung künstlicher Mineralwasser. 176. Composition zu Buchdruckerlettern.
177. Von der Gährung des Weins, den Mitteln sie zweckmäßig zu leiten, und der Behandlung des Tokayerweins.
178. Neue Maschine, Kämme zu schneiden u. zu spitzen.
179. Maschine, durch brennbare Luft in Bewegung zu setzen.
180. Beschreibung des Baaderschen Cylindergebläses, zum Löthen anzuwenden.
181. Pneumatische Küche.
182. Neues Gummi für Cattundrucker.
183. Bücher, in diesen Wissenschaften von 1800.

Inhalt des fünften Bandes (2te Auflage).

184. Anwendung der Milch in den Künsten.
185. Benutzung d. Eichenblätterschwamms zu Zunder.
186. Verzeichniß von Metallmischungen.

187. Verfertigung der Darmsaiten nach italien. Art.
188. Bereitung des Porzellans.
189. Bereitungsarten des reinen Essigs oder der Essigsäure.
190. Bereitung und Anwendung des Bleyzuckers.
191. Veredlung einheimischer Holzarten, um Möbeln daraus zu verfertigen.
192. Beizen und Oele auf Leder.
193. Vom Mörtel. 194. Gebrauch der Salzspindel.
195. Neue Bereitungsart des Mussivgoldes.
196. Nach richtigen Grundsätzen zu bleichen: 1) Das Bleichen mit Laugen. 2) Das Bleichen mit Säuren. 3) Das Bleichen mit Dampf.
197. Bereitung des ächten blauen Carmins.
198. Art, den Weingeist völlig wasserfrei zu machen.
199. Neue Bereitungsart des Salzäthers.
200. Vortheilhafte Bereitungsart der Phosphorsäure.
201. Abscheidung der Citronensäure aus faulen Citronen. 202. Reinigung des Rübsamenöls.
203. Neue Bereitung des Spießglanzmohrs.
204. Beschreibung der Fabrikation des Indigo aus Waid. 205. Neue Methode, Briefe zu kopiren.
206. Neues Verfahren, aus Abgang von Leder ganzes Leder zu machen.
207. Vertilgung der Raupen, Ameisen und anderer Insekten.
208. Composition zu Wedgwoods pyrometrischen Kugeln.
209. Verfertigung chirurgischer und anderer Instrumente aus elastischem Gummi.
210. Vom Opium.
211. Chinesische große Papierblätter.
212. Maschinerie zur Verfertigung der Nägel.
213. Neue Bereitungsart des Bleiweißes.
214. Bereitungsarten der Schwefelsäure oder des Vitriolöls.
215. Neuerfundene Garnwage.
216. Wasserdichtes Tuch.
217. Beschreibung und Abbildung der Dampfmaschine.
218. Beschreibung und Abbildung einer sehr wirksamen Winde.
219. Bücher, neue, die in diesen Fächern herauskamen.

Inhalt des sechsten Bandes (2te Auflage).

220. Verschiedene Bereitungsarten d. rothen Carmins.
221. Bereitung des Neapelgelbs.
222. Einige pharmaceutische Verbesserungen.
223. Neue Art zu bleichen.
224. Gelbes Wachs schnell zu bleichen.
225. Anwendung der Holzsäure in der Färberey.
226. Verfahren, um rothe Wolle blau zu färben.
227. Anwendung des Ammoniaks beim Seifensieden, nebst einer Angabe es wohlfeil zu erhalten, zugleich mit einigen Bemerkungen über Seife aus Fischen und Knochen.
228. Ueber das Strohpapier und bedrucktes und beschriebenes Papier in reines zu verwandeln.
229. Von der Kunst, auf Glas mit der Flußspatsäure zu ätzen. 230. Bereitung des Bernsteinfirnisses.
231. Ueber die neue in England eingeführte Gerberey.
232. Mineralischer Purpur für Porcellanfabriken.
233. Bleichart mit Dämpfen und Schwabenbleiche.
234. Reinigung verschiedener Oele.
235. Mittel, die Soda aus dem Kochsalze auszuziehen.
236. Ueber die Kunst das Kupfer zu härten.
237. Einige neue Bereitungsarten des Bleiweißes.
238. Neue Bereitungsarten des Stahls.
239. Vorschriften zur Verfertigung dauerhafter Dachziegel.
240. Bereitung des Bleyzuckers, und Anwendung beym Cattundruck.
241. Von den Mitteln, Rostflecken aus Zeugen herauszubringen.
242. Mittel, wie man Oele reinigt, ihnen Geruch und Farbe benimmt, und wie man Fischthran zu häuslichem Gebrauche zubereitet.
243. Vorschriften zu gutem Schießpulver.
244. Entdeckungen über das Gerben, wasserdichtes Leder und Juchten.
245. Bereitungsart eines festen und haltbaren Kitts.
246. Wie man viel Mehl mit wenig Hefe in Gährung bringt.
247. Von der Kunst Wein zu machen.
248. Bereitung des Damascenerstahls.
249. Neues Verfahren, wollenen Tüchern und roher Seide eine glänzende Weiße zu geben.
250. Wie man die Soda in Alikante gewinnt.
251. Mittel, graues Meersalz ohne Feuer zu raffiniren.
252. Angabe einer neuen Zubereitungsart des radikalen Essigs.

Inhalt des siebenten Bandes (3te Auflage).

253. Vorschriften zu Vergoldungen.
254. Bereitungsart des Persio.
255. Erleichtertes Zuckerraffiniren.
256. Neue blaue Farbe.
257. Azur, Handschuhe und Strümpfe aus Pferdhaaren.
258. Ueber die Krappfärberey und das türkische Roth.

259. Papiere aus Stroh, Heu, Disteln, Werg und Abgang von Flachs und Hanf und verschiedenen Arten Holz und Rinde zu machen.
260. Neue Art, den Aethiops Martialis zu erhalten.
261. Angaben verschiedener schöner Farben auf Holz.
262. Zubereitung verschiedener Parfümerien.
263. Recepte zu wohlfeilem Essig.
264. Wohlfeiles Gummi- und Seifensurrogat.
265. Schweinshäute zu Corduan zuzurichten.
266. Englische Verfahrungsarten, auf baumwollenes Tuch und Garn mehrere schöne Farben dauerhaft aufzusetzen.
267. Hanf und Flachs zu Baumwolle umzuschaffen.
268. Oel in Wachs zu verwandeln.
269. Ueber wasserfeste Tücher.
270. Ueber die eingetrockneten Oele in Hinsicht auf Malerey.
271. Verschönerung aller Arbeiten aus Stroh durch Bleichen desselben in oxydirter Salzsäure.
272. Von einem neuen Farbmaterial.
273. Vorschriften zu gemalten Gläsern und zur Glasmalerey.
274. Vom Anbau des Waids und dessen Benutzung in der Färberey.
275. Verschmelzen bloßer Erden zu Porzellan, Email und Glas.
276. Belehrungen für Töpfer, Steingut- und Porzellan-Fabrikanten.
277. Beschreibung einer sehr einfachen Wasserpumpe.

Inhalt des achten Bandes (2te Auflage).

278. Kunst, Verzierungen und Figuren aus Holz zu gießen. 279. Neue vegetabilische Oelfarbe.
280. Neue Silberfarbe für Porzellanmaler.
281. Neue Gummi-Surrogate. 282. Neuer Lack.
283. Neue Hefe zu Backwerk.
284. Ingredienzien des Porterbiers.
285. Prüfung der Cochenille.
286. Mit Seewasser zu waschen.
287. Neue Alaunbereitung.
288. Eisen unverrostbar zu machen.
289. Ueber den Anbau, die Ernte, und die Aufbewahrung der römischen Camillen.
290. Gewinnung des Branntweins aus Kartoffeln.
291. Angabe dauerhafter Kitte und Leime zu besondern Zwecken.
292. Von der Zinnoberbereitung auf nassem Wege.
293. Neue hydraulische Maschine, ohne allen Mechanismus. 294. Bereitung des Orleans.
295. Indiennen Fajanceblau zu färben.
296. Verfertigung einer Wachsmilch.
297. Neue Entdeckungen am Bleyzucker.
298. Verbesserungen in der Weberey.
299. Wie die Holländer die Heeringe einsalzen.
300. Verbesserungen in der Gerberey.
301. Martins Bereitung des Zinnobers.
302. Benutzung des Sauerwassers der Stärke-Fabrikanten.
303. Dem Branntwein den übeln Geruch und Geschmack zu nehmen.
304. Beschreibung eines Gährungsmessers.
305. Oeconomische Benutzung der Gartenrosen.
306. Ueber die Krappfärberey und das türkische Roth.
307. Flüssigkeit zur Zurichtung der Schafwolle.
308. Davy's Bemerkungen über die Gerberey.
309. Neue Entdeckungen über die Verbesserung des Schießpulvers.
310. Deutsche Pflanzen, zum Gelbfärben auf Leinwand und Wolle.
311. Vom Abschwefeln der Steinkohlen.
312. Den Getreidebranntwein in Franzbranntwein oder Cognac umzuschaffen, und absoluten Alkohol aus ihm zu bereiten.
313. Federharz ganz aufzulösen, und Instrumente daraus zu verfertigen.
314. Stärke und Puder zu verfertigen.
315. Wie man in Indien Türkischroth färbt.
316. Beschreibung und Abbildung englischer Tuchscheermaschinen.
317. Beschreibung und Abbildung einer neuen Kette.
318. Neue blaue Farbe zum Ersatz des Ultramarins.
319. Neue Zubereitungen des Flachses und Hanfes.

Inhalt des neunten Bandes (2te Auflage).

320. Verbesserte Kunst, Hanf und Flachs in Baumwolle umzuschaffen.
321. Neue Corduanbereitung.
322. Zubereitung des Arracks aus europäischen Producten. 323. Willis neue Gummisurrogate.
324. Neue Hydrometer.
325. Bereitung des Essigäthers.
326. Hieb- und wasserfeste Filzmützen und Helme.
327. Neue Buttermaschine.
328. Chemische Principien der Cattundruckerey.
329. Verfertigung wasserfester Leinwand und Tücher.
330. Ueber eine neue Art türkisches Garn zu färben.
331. Entdeckungen über die natürliche Farbe der ungebleichten leinenen und baumwollenen Tücher, und andere Bleichart.

332 Wie man dem Nußbaumholz das Ansehen des Acajouholzes giebt.
333. Neue Entdeckungen über die Färberey mit Berlinerblau.
334. Neue Methode die Pottasche mit Kohlensäure zu schwängern.
335. Fernere Versuche mit Bralle's Hanfröstung.
336 Ueber die Anwendung der Quercitronrinde zur Cattundruckerey.
337. Verfahren die Soda aus dem Glaubersalze auszuziehen. 338 Neue Dachbedeckung.
339. Verwandlung des wollenen Tuches in Filz.
340. Anwendung des Glaubersalzes bey der Glasbereitung.
341. Verfertigung irdener Geschirre aus farbigen Erden.
342. Untersuchung über die Brauchbarkeit der Arten des Braunsteins.
343. Bereitung des Syrups und des Zuckers aus Aepfeln.
344. Systematische Belehrung über die Farben der Porzellanmalerey. 345. Ueber den Saffranbau.
346. Von den erfrischenden Krügen.
347 Zubereitung des Krapplacks.
348. Ueber die Benutzung des Asbests zu Oefen in China.
349. Die neuentdeckte wahre Tuschbereitung.
350. Ueber die gelben Farben aus dem Pflanzenreiche.
351. Beschreibung und Abbildung eines neuen Instruments zum Pflügen.
352. Beschreibung u Abbildung einer doppelten Presse.
353. Vorrichtung, große Wassermassen mit wenig Feuer in hölzernen Gefäßen zu kochen.
354. Neuer Versuch mit Waschen durch Dampf.
355. Neue Stahlvergoldungsart.
356. Wie man rothem Kupfer die Farbe, das Korn und die Härte des Stahls giebt.
357. Aus dem Schwanze und den Finnen des Wallfisches Leim zu sieden.
358. Neue Zubereitung des mineralischen Kermes.

Inhalt des zehnten Bandes (2te Auflage).

359. Gold und Silber von beygemischten Metallen zu reinigen.
360. Anwendung künstlicher Wärme zur Fabrizirung des Bleiweißes.
361. Die Verfertigung der thönernen Tabakspfeifen.
362. Neue Composition zum Waschen, besonders des Musselins.
363. Die Bereitung des Juftenleders.
364. Ueber die Schnellgerberey.
365. Schwarze und braune Lederfarbe.
366. Bearbeitung der Federn.
367. Wichtige Bemerkung für die Bleicherey des Garns mit oxydirter Salzsäure.
268. Von dem Weinzucker.
269. Von einem neuen Lohextract.
370. Ueber das Versetzen des Zinns mit Bley.
371. Bemerkungen über das Färben der Wolle.
372. Ueber die italienischen Alaunbereitungen.
373. Ueber den Branntwein von Johannisbrod.
374. Firniß auf Holz, welcher dem kochenden Wasser widersteht.
375. Bemerkungen über irdene und steinerne Geschirre und Fajence
376. Leinene und hanfene Tücher, Seile und Schnüre, haltbarer im Wasser zu machen.
377. Ueber die Bleichart mit oxydirter Salzsäure.
378. Gelbe und rothe Farben aus dem Johanniskraut.
379. Ueber die Eisenbeitze zum Cattundruck.
380. Farben aus dem Blümchen im Schirme der wilden Möhre.
381. Ueber das Einkitten des Eisens in Stein.
382. Neue Art Backsteine und künstliche Steine.
383. Ueber den Salep, als Gummisurrogat beim Cattundruck.
384. Von Vegetabilien, welche Gespinnst liefern.
385. Ueber Kirschenwasser und Kirschenbranntwein.
386. Mittel, dem Branntwein seinen unangenehmen Geruch zu nehmen.
387. Kunst, den römischen Alaun nachzumachen.
388. Anwendung der Rhabarber zum Gelbfärben.
389. Ostindische Stucatur und Gerberey.
390. Anwendung des salzsauren, essigsauren und kalkhaltigen Manganes-Oxyds als Grundlage zu Farben.
391. Künstliche Erzeugung des Kamphers.
392. Ueber den Traubenzucker.
393. Zubereitung des Opodeldocks.
394. Mittel, das Sohlenleder dauerhaft zu machen.
395. Neues Mittel zur Bewirkung des Isochronismus der Uhren.
396. Ueber den Gebrauch der Milch und des Blutwassers zum Farbenanstrich.
397. Neue Tabaksschneidmaschine, mit einer Abbildung.
398. Beschreibung und Abbildung einer neuen Maschine, um das Wasser in die Höhe zu bringen.
399. Beschreibung und Abbildung einer horizontalen Windmühle.

400. Beschreibung und Abbildung eines doppelten und einfachen Karsts.
401. Ueber die Anwendung der Traubenkerne zur Oelbereitung.
402. Bücher, welche in diesen Fächern 1806 erschienen sind.

Inhalt des eilften Bandes (2te Auflage.)

403. Anweisung zum Bleichen der Lumpen beym Papiermachen. 404. Bereitung des Rums.
405. Verbesserungen der Fabrikation des Schießpulvers und des Schweizerpulvers.
406. Auflösung des Indigo zum Cattundruck.
407. Bessere Behandlung d. Hopfens in der Brauerey.
408. Bemerkungen über die Alaunbereitung.
409. Ueber den Gebrauch des Persio.
410. Gummisurrogat beim Cattundruck.
411. Bereitung der Pottasche in Rußland.
412. Angabe verschiedener Vegetabilien, welche grün färben.
413. Tuch auf jeder Seite mit einer andern Farbe zu färben.
414. Ueber die europäische Rhabarber u. deren Anbau.
415. Ueber das Anrauchen meerschaumener Pfeifenköpfe und dessen Bewirkung durch Kunst.
416. Die beste Politur für Drechslerwaaren.
417. Weiße silberartige Metallkomposition.
418. Abgeschossenen Kleidern ihre vorige Farbe wieder zu geben.
419. Verzeichniß der gelbfärbenden Vegetabilien und Angabe der bey ihrem Gebrauche erforderlichen Operationen.
420. Hüte aus vegetabilischen Stoffen.
421. Verfertigung der italienischen Blumen.
422. Ueber die Verarbeitung der Federn zum Schmuck und Putz
423. Verarbeitung des Schildpads.
424. Ueber die Verbesserung des Indigo's.
425. Anwendung der Brennesseln und der Hopfenranken zur Spinnerey.
426. Ueber den Anbau des chinesischen Oelrettigs.
427. Die Bereitung des Meths.
428. Verbesserung in der Bereitung des Weins.
429. Vorzügliche schwarze Farben aus dem Pflanzenreiche.
430. Ueber die Bereitung der Hausenblase.
431. Verzeichniß der europäischen Gewächse, welche noch zu Branntwein angewendet werden können.
432. Einige Verbesserungen in der Schuhmacherkunst.
433. Verfertigung der Papiertapeten.
434. Ueber die Gewinnung des Opiums.
435. Ueber die Verbesserung des Flachses.
436. Eine neue Art glänzender Gemälde aus Wasserfarben.
437. Kupferne Kochgeschirre zu emailliren.
438. Von der Korallenmanufactur.
439. Gerbung des Leders mit Eisenvitriol, Metallsalzen ꝛc. 440. Gute Beizen auf Holz
441. Neue Methoden der Saffianbereitung.
442. Von den rothfärbenden Pflanzenstoffen.
443. Vortrefflich schwarzer Lack und Tusch für Maler.
444. Neue Schmelztiegel aus Speckstein.
445. Horn auf Schildkrötenart zu beizen.
446. Bereitung des jämtländischen Leders.
447. Vorzüglicher grüner Lack.
448. Verbesserung des Flachses.
449. Bereitung des Fischhautchagrins.
450. Neuer Webstuhl mit einer Abbildung.
451. Kleine Hausküche, mit einer Abbildung.
452. Kunst, Zeichnungen abdrucken, Polyautographie.
453. Bücher, welche 1807 erschienen.

Inhalt des zwölften Bandes (2te Auflage).

454. Verschiedene Farben aus dem Krapp.
455. Farben aus deutschen Producten, die schön haltbar und leicht auszuführen sind.
456. Leder ohne Lohe durch metallische Substanzen zu gerben. 457. Zündstöcke für die Artillerie.
458. Bereitung des überoxydirt salzsauern Kali.
459. Verfertigung d. Wedgwood'schen Töpfergeschirrs.
460. Knallsilber und dessen Bereitung.
461. Den Honig zu reinigen und seinen Beyschmack zu nehmen. 462. Destillation der Weine.
463. Verbesserung bey der Destillation, mit einer Abbildung.
464. Gerben der Häute, und das Leder undurchdringlich zu machen.
465. Bereitung der Benzoesäure aus thierischem Urin.
466. Bereitung der Pferdehäute zu Maroquin.
467. Bereitung verschiedener Lackfirnisse.
468. Mittel u. Angaben, die Seide goldgelb zu färben.
469. Bereitung des Syrups und Zuckers aus Aepfeln und Birnen. 470. Stahlbereitung.
471. Camera lucida, oder Maschine zum Zeichnen, mit einem Kupfer.
472. Mittel, das Sauerwerden des Weins und Biers zu verhindern
473. Hygrometer, mit Abbildung. Waschen durch Dämpfe.
474. Nachtrag zur Beschreibung der Camera lucida.

475. Bücher, welche 1808, 1809 und 1810 erschienen sind.
476. Register über diese zwölf Bände.

Inhalt des dreyzehnten Bandes (2. Auflage).

477. Verfahren der Engländer, leinenen, seidenen und wollenen Zeugen alle Farben zu geben.
478. Verbessertes Verfahren Seife zu bereiten, von Curaudeau in Paris.
479. Seife aus dem, beym Schmelzen des Unschlitts bleibenden, Rückstand zu machen, welches vor kurzem Herr Schlesinger in Wien auf Befehl des Kaisers bekannt gemacht hat.
480. Neue Art, Salpetersäure oder Scheidewasser zu bereiten.
481. Neue Masse zur Bedeckung der Dächer.
482. Kunst, den inländischen Holzarten alle Farben zu geben.
483. Arten, den Weinessig und andere Flüssigkeiten zu entfärben und die rothen Weine zu verbessern.
484. Bereitung des Feuerschwamms oder Zunders.
485. Verfahren den Indigo aus Waid zu bereiten.
486. Neue Art Bleiweiß zu verfertigen.
487. Undurchdringlicher Ueberzug auf Leinwand und auf Eisen, von Herrn Anderson in Portsmouth.
488. Bereitung des vegetabilischen oder spanischen Roths. 489. Bereitung der künstlichen Hefe.
490. Bereitung der Composition zur enkaustischen Malerey.
491. Firnisse zu bereiten und anzuwenden, vom Engländer, Dr. Imison.
492. Anwendung des Kalkes und der Kohle zum Bleichen der Leinwand, des Garns ꝛc. ꝛc. Eine neue sehr interessante Entdeckung.
493. Zubereitung des weißen indischen Feuers.
494. Türkisches Garn zu färben, nach Hausmanns Verbesserung.
495. Beschreibung und Abbildung einer Maschine zum Wasserschöpfen, im Oriente gebräuchlich.
496. Maschine, durch welche die Schuster stehend arbeiten können.
497. Bernsteinfirniß zu bereiten, und das Oel und Salz abzuscheiden.
498. Anwendung des Glaubersalzes zur Glasbereitung.
499. Syrup und Zucker aus Stärke zu bereiten.
500. Verschiedene Arten Leder zu lackiren.
501. Anzeige der Bücher, in den einschlagenden Fächern.

Inhalt des vierzehnten Bandes (2te Auflage).

502. Verfahren, den krystallisirten Grünspan zu bereiten.
503. Künstliche Bereitungsart des krystallisirten Grünspans.
504. Beschreibung der in Grenoble üblichen Bereitung des Grünspans.
505. Neuentdecktes Verfahren, Grünspan ohne Weintrauben zu bereiten, wodurch seine Bereitung in allen Ländern möglich wird.
506. Anleitung zur Bereitung des Berlinerblaues.
507. Bemerkungen über die Kunst, Wein zu bereiten.
508. Neue Art den Wein zu veredeln.
509. Beschreibung des in der Wiener Manufactur gebräuchlichen Verfahrens, Porzellan zu verfertigen, zu malen und zu vergolden.
510. Einfaches, überall anwendbares Mittel, die Milch und das Bier vor dem Sauerwerden zu schützen.
511. Zwey neue Arten, mit großer Ersparniß Flüssigkeiten zu verdunsten, und Eis künstlich zu bilden.
512. Zubereitung der Rinderdärme, zur Aufbewahrung thierischer Lebensmittel.
513. Darstellung der neuesten deutschen und englischen Entdeckungen in der Kunst Branntwein und Weingeist zu bereiten.
514. Reinigung des angebrannten Branntweins.
515. Verfahren, Branntwein aus Kartoffeln zu brennen.
516. Branntwein aus Kartoffeln zu bereiten.
517. Branntwein durch überoxydirt salzsaure Kalien zu entfuseln.
518. Branntwein aus ungemalztem Getreide, nach dem Verfahren d. englischen Branntweinbrenner.
519. Mittel, Unfälle beym Destilliren zu verhüten.
520. Ueber die Aufbewahrung des Branntweins.
521. Neue Verfahrungsarten, starken Weingeist zu bereiten.
522. Bemerkungen über die Beschaffenheit des Weingeistes im Weine, und über die Abscheidung desselben ohne Destillation.
523. Acht verschiedene Vorschriften, grüne Malerfarben zu bereiten.
524. Neues Verfahren, ein schönes Mineralgrün zu bereiten.
525. Vollständige Beschreibung des deutschen, englischen und französischen Verfahrens Bleyschrote zu verfertigen.
526. Bemerkungen über die Verfertigung der Fayance.

527. Neues Verfahren, Seide und Wolle mit Berlinerblau dauerhaft u. schön Indigoblau zu färben.
528. Ueber die Bereitung des blausauren Kali.
529. Anleitung zur Bereitung der Chocolade aus Cacao, isländischem Moose und geröstetem Stärkmehle.
530. Ueber den Borax und über einige Ersatzmittel desselben.
531. Benutzung der Mistasche, als Schmelzmittel der Metalle.
532. Einfaches Verfahren, Luftbetten, Buchdruckerballen u. undurchdringliche Leinwand zu machen.
533. Neue Art, verdorbenes und faules Wasser durch Kohle und durch Einpumpen von Luft trinkbar zu machen.
534. Verfahren, künstliche Steine zum Häuserbau, zu Bildhauerarbeiten und Gefäßen zu verfertigen.
535. Mechanische Vorrichtung, Papierbogen zu machen.
536. Ausführliche Abhandlung, über das Bierbrauen, und Anleitung Braun- und Weißbier, Porter, Ale, Stettiner, Spandauer und andere Biersorten, so wie auch Bier aus Kartoffeln, Runkelrüben und Fichtensprossen zu bereiten.
537. Neue, sehr vortheilhafte Vorrichtung, Bier zu brauen.
538. Bücher, neue, welche über diese Gegenstände in den Jahren 1813, 1814 und 1815 erschienen sind.

Inhalt des funfzehnten Bandes, von 1816.

539. Verbesserungen in der Zuckerraffinerie.
540. Bereitung des Bleyweißes.
541. Oel zu gewinnen und zu verbessern.
542. Oel aus Pflaumenkernen, Sesam, Erdeicheln, Wunderbaum.
543. Oel und Soda und schwarze Farbe aus der Wolfsmilch. 544. Oelertrag einiger Gewächse.
545. Terpentinöl zum Brennen zuzurichten.
546. Verbesserte Art, Oel aus Oelsamen abzuscheiden.
547. Verfahren, Spiegelgläser mit bleyhaltigem Zinn zu belegen.
548. Neue Art, Töpferwaaren durch eine Vorrichtung zu formen.
549. Benutzungsarten des Farrenkrauts.
550. Künstliche Bley- und Zeichenstifte von jeder Farbe zu verfertigen.
551. Verbessertes Verfahren, Zinn in salpetersaurer Salzsäure aufzulösen, oder von der Scharlachcomposition.
552. Weinsteinrahm zu bereiten.
553. Mischungen von Erden und Metallen zu Gefäßen und andern.
554. Wedgwoods-Geschirre, Cameen, künstlichen Marmor, Bronze, Email ꝛc. ꝛc. zu verfertigen.
555. Anweisung, Zeichnungen durchzuzeichnen, und Bereitung eines schön durchsichtigen Papiers.
556. Benutzungsarten des Berberisstrauches.
557. Vorschriften, um Zeuge mit Berberiswurzeln gelb, roth und braun zu färben.
558. Anwendung der Lerchenbaumrinde zum Gerben.
559. Verbesserungen in der Dachdeckerkunst, und das Decken mit Papier.
560. Anleitung zum Kochen und Braten im Wasserdampfe.
561. Die neuesten Erfahrungen in der Kunst, Zucker aus Stärke zu bereiten.
562. Verfahren, die Getreidestärke zu reinigen.
563. Stärkmehl durch Kleber in Zucker zu verwandeln.
564. Ersatzmittel des Ochsenblutes und des Eyweißes bey der Zuckerläuterung.
565. Benutzung des Bohnenstrohes statt des Hanfes.
566. Verfahren den Thran durch Kohle und Vitriol zu reinigen.
567. Ueber das Anstreichen mit Milchfarben.
568. Ueber die Indischen Wand- und Anstreichfarben.
569. Bessere Art Leinwand zu verfertigen.
570. Zeug aus Wolle und Flachs.
571. Zeug, das die Ausdünstung befördert.
572. Schals aus Thier- und Pflanzenwolle.
573. Neue Art, Sammet zu weben.
574. Canneváß und Segeltuch aus Flachs und Hanf.
575. Art, Flachs zum Spinnen auf Baumwollenspinnmaschinen geschickt zu machen, und alte Zeuge in Flachs umzuändern.
576. Angabe neuer Verbesserungen in der Cattundruckerey.
577. Bereitung der essigsauren Thonerde, als Beitzmittel in der Cattundruckerey.
578. Verfahren, türkischrothgefärbtem Cattun allerley Muster zu geben.
579. Erfahrungen über den verbesserten Wollenzeug-Druck.
580. Gelbfärben mit Apfelbaumrinde, Besenginster und Knabenkraut.
581. Ueber die Verwandlung des Fleisches in eine Art Talg oder Fettwachs.
582. Nägel, Messerklingen, Scheeren, Feilen und andere Werkzeuge durch Walzen zu verfertigen. (Mit einem Kupfer.)

583. Verbessertes Verfahren, Seide mit Berlinerblau schöner als mit Indigo zu färben.
584. Wichtige Verbesserung in der Bäckerkunst. Mechanische Vorrichtung den Teig zu kneten.
585. Backofen ohne Ende. (Mit einem Kupfer.)
586. Neuverbessertes Verfahren, das schönste Glas mit Glaubersalz zu bereiten.
587. Verbesserungen an der Dampfmaschine. (Mit einem Kupfer.)

Inhalt des sechzehnten Bandes (2te Aufl.)

588. Neue Verfahrungsarten Platina zum Verarbeiten geschickt zu machen, und Gefäße damit zu überziehen.
589. Ueber die Anwendbarkeit des Zinkes in den Künsten, Gewerben und in der Hauswirthschaft.
590. Bereitung des Zinkweißes, als Stellvertreter des Bleyweißes.
491. Ueber die Veredlung des Roheisens zu geschmeidigem Eisen.
(In dieser Abhandlung wird von einem Augenzeugen und Selbstarbeiter das Verfahren in Luxemburg, Jülich, Salzburg, Baiern, Henneberg, der Grafschaft Mark, in Oberschlesien, in Würtemberg, am Fichtelberg, in Böhmen, in Kärnthen, zu Wallis in England, jedes besonders und vergleichend beschrieben.)
592. Mannigfaltiger Nutzen des Parfümerie-Kirschenbaumes.
593. Verbesserte Bereitungsarten des Leims, der Hausenblase und der Gallerte. Verfahren Leim ohne Kochen zu erhalten.
594. Beschreibung des Neander'schen Milchmessers und Bemerkungen über die Milch.
595. Ueber die Bereitungsart des Glases in Deutschland.
596. Gläser halbdurchsichtig, oder wie mattgeschliffen und gefärbt zu blasen, ohne sie nachher zu schleifen.
597. Von der Bereitung des Reaumür'schen oder des Glasporzellans.
598. Verfahren den besten Arrack aus Weizen und jedem branntweingebenden Körper zu bereiten.
599. Ueber die Verfertigung der Schuhe ohne Nath.
600. Neue Verbesserung in d. Raffination des Zuckers.
601. Noch einige Bemerkungen über die Bereitung der Chok[illegible]
602. [illegible] Verfahren Flachs ohne [illegible]
603. [illegible]ng in der Kunst Mine[illegible] Pulver, mit dem man augenblicklich Seidschützer Wasser erhält. Bereitung des Selzer- und Carlsbader Wassers.
604. Angabe von neuen Erfindungen in der Hutmacherkunst.
605. Sehr vortheilhafte Bereitungsart der Pottasche aus Kartoffelkraut.
606. Allgemeine Bemerkungen über die Bereitung der Pottasche, und vollständige Tabelle der Menge von Asche und Pottasche, welche die verschiedenen Gewächse geben.
607. Verfahren Leder ohne Lohe, durch Auflösungen von Ruß und brenzliche Flüssigkeiten zu bereiten.
608. Bereitung des oxydirt salzsauren Kalkes, und des überoxydirt salzsauren Kalis.
609. Bereitung der chemischen- und der Phosphor-Feuerzeuge.
610. Von dem Hopfen und seinen Ersatzmitteln.
611. Anleitung um alle Arten Weine künstlich zu bereiten.
612. Bemerkungen über die Buch-, Kupfer- und Steindruckerkunst.
613. Beschreibung und Abbildung der Real'schen oder der Wasserpresse.
614. Bücher, welche über diese Gegenstände von 1815 bis 1817 erschienen sind.

Inhalt des siebzehnten Bandes, von 1819.

615. Vollständige Anleitung zur Bereitung des Bleyzuckers
616. Anleitung um alle Arten Weine künstlich zu bereiten. (Wein aus unreifen Trauben, aus Weinblättern, aus Pflaumen, aus Stärkezucker, aus Kartoffeln, aus Baumsäften.)
617. Verbesserung des Weines bey der Gährung durch Auffangen des kohlensauren Gases, und Bereitung d. Sauerwassers bey Bierbrauereyen.
618. Mittel gefärbte Weine von den ächten zu unterscheiden.
619. Vollständige Anleitung zur Bereitung der Schreibdinte.
620. Ueber den Anbau der Rhabarber in Deutschland.
621. Veredlung des Weins mittelst des Verdunstens seines Wassergehaltes durch thierische Häute.
622. Ueber die Kapern, und die Bereitung derselben von inländischen Pflanzen.
623. Ueber die Bereitung der Essig- und Salzgurken.
624. Ueber die Bereitung des Stärkmehls und die Benutzung der dabey abfallenden Rückstände. (Trocknen des Klebers.)
625. Ueber die Prüfung der Milch durch Milchmesser.

626. Dem Zinn oder verzinnten Blech Perlmutterglanz zu geben, oder Bereitung des Perlmutter- und Atlasbleches.
627. Neue Vorschrift zu künstlichen Steinen, aus welchen man Bildsäulen und Verzierungen machen kann.
628. Verbesserungen in der Kunst zu verzinnen.
629. Geschirre und Blech zu verzinken.
630. Neueste Vorschriften zu den schönsten Glasflüssen oder Emaillen.
631. Vorschriften zur Glasmalerey. (Glas zu vergolden.)
632. Anleitung zur Bereitung des Essigs aus Holz und zur Reinigung desselben.
633. Anweisung zur Bereitung des Catechu.

Verschiedene Vorschläge und Bemerkungen vom Herausgeber.

634. Mittel Anis, Fenchel, Coriander und alle inländischen Gewürze zu verbessern und haltbarer zu machen.
635. Einfache Art, Zwetschgen und andere Früchte zu verbessern.
636. Einige Bemerkungen über Verbesserungen in der Leimsiederey.
637. Vorschläge zur Ersetzung des Leders bey der Fußbekleidung.
638. Vorschlag zu einer neuen Art Lichter zu ziehen.
639. Vorschlag bey Errichtung von Wachsbleichen.
640. Eisenbahnen für Reisende zu Fuß.
641. Ueber die verschiedenartige Benutzung des Staubschwammes, und den Pottaschengehalt desselben.
642. Ueber die arzneylichen Kräfte der Hefe, und die Bereitung künstlicher Manna.
643. Ueber die Mittel, die Wärme in geheizten Zimmern zusammenzuhalten.
644. Verbesserte Einrichtung der Ziegeldächer.
645. Ueber den Pottaschengehalt einiger Gewächse.
646. Ueber die Entbitterung der isländischen Flechte.
647. Ueber die Raffination des Zuckers.
648. Ueber die Aufbewahrung der Körper durch Entziehung des Wassers mittelst wasserbindender Körper.

Inhalt des achtzehnten Bandes, von 1820.

649. Beschreibung und Abbildung der hydraulischen Presse; einfache von Brahma; anders eingerichtete; mit Luft; die Kraft derselben in große Entfernungen zu leiten; Anwendung derselben um Wasser zu heben; Murrays verbesserte.
650. Vorschläge zur Benutzung der hydraulischen Presse, vom Herausgeber.
651. Romershausens Luftpresse.
652. Gedanken über die Veredlung der Schafwolle.
953. Nachschrift. Vom Herausgeber. (Vergleichung der Haare mit den Pflanzen. Ueber das Waschen und Veredeln der Schafwolle.)
654. Wichtige Verbesserung in der Bereitung des Schießpulvers.
655. Metallene Fässer zur bessern Aufbewahrung des Schießpulvers.
656. Die Glühlampe, eine neue einfache Nachtlampe.
657. Neue Entdeckungen in der Kunst Seife zu bereiten.
658. Ueber die Bestandtheile des Weitzens und der Gerste, und die Veränderungen, welche beyde durch Malzen erleiden.
659. Ueber einige neue Verbesserungen im Bierbrauen. (Bemerkungen über das Brauen. Vom Herausgeber. Neue Art Malz zu trocknen und zu rösten. Kochen der Bierwürze mit Wasserdampf. Bier aus Quecken.)
660. Ausführliche Beschreibung der Bierbrauerey nach englischer Art. (Vom Malz machen. Porter zu brauen. Amber-Ale, Londoner Ale, Windsor Ale, Löffelkrautbier, einer Mischung von verschiedenen Arten Bier einerley Geschmack zu geben. Bemerkungen über die Gährung der Würze, über die Zusätze zum Bier.)
661. Beschreibung und Abbildung einer Dampftrockenstube zum Dörren des Malzes und zum trocknen aller andern Körper.
662. Bemerkungen über die beste Einrichtung der Destillations-Apparate für Branntweinbrenner. Vom Herausgeber. (Ueber die Destillirblase. Ueber den Helm und die Leitungsröhre. Ueber das Verdichtungs- oder Kühlungsgefäß.)
663. Ueber die Destillation mit Wasserdampf.
664. Ueber die Destillation in verdünnter Luft, und über Tennants doppelten und Trittons verbesserten Destillationsapparat.
665. Verfahren mit zusammengedrückten Wasserdämpfen zu heitzen und zu destilliren.
666. Beschreibung einiger neuer Kühlgefäße für Branntweinbrenner.
667. Neue Verbesserungen in der Bereitung des Papiers (Allgemeine Bemerkungen. Vom Herausgeber. Sehr starkes Schreibpapier zu

machen. Papier, aus welchem die Schrift nicht herausgebracht werden kann.)
668. Verbesserungen im Straßenbau. (Straßenbau mit Dampfmaschinen, mit Pflügen, Erbauung lebendiger Straßen.)
669. Verfahren das Bittersalz künstlich und ohne besondere Auslagen zu bereiten.
670. Vollständige Darstellung der Kunst Hefe künstlich zu machen, zu vermehren und aufzubewahren.
671. Verbessertes Verfahren Chokolade zu machen.
672. Zeuge und Papier durch Thonseife undurchdringlich gegen Feuchtigkeiten zu machen.

Verschiedene Vorschläge und Bemerkungen vom Herausgeber.

673. Bemerkungen über die Käsgährung und die Mittel den Käse zu verbessern.
674. Bereitung des Käses aus Oelsamen.
675. Vorschlag zur Verbesserung der Darmsaiten.
676. Ueber die Benutzung schwimmender Körper in einigen Gewerben. Beym Abziehen von Bier, Wein ɩc., bey der Gährung, beym Kochen flüchtiger Körper, zur Erhaltung von Flüssigkeiten.)
677. Ueber die Einrichtung des Pflugs für schweren Boden.
678. Angabe verschiedener Mittel das Trocknen der Körper zu beschleunigen.
679. Ueber das Färben des Holzes.
680. Ueber die bey Versendungen am brauchbarste Art Eyer aufzubewahren.
681. Vorschlag zur Reinigung versandeter Flußbetten.
682. Ueber die Verbindungen des Zuckers mit einigen brennbaren Körpern.
683. Ueber die Eigenschaft der Kohle, Flüssigkeiten zu entbittern und zu entsäuern, und über die Benutzung derselben, um Körper aufzubewahren.
684. Entfuseln des Branntweins mit thierischer Kohle.
685. Versuch über den Einfluß verschiedener Körper auf die Wein- und Essiggährung.
686. Mittel, um in warmen Ländern oder bey großer Hitze Bier zu brauen.
687. Ueber Essigbildung aus Zucker und stickstoffhaltigen Körpern.
688. Ueber Essigbildung aus gebranntem Zucker.
689. Ueber Essigbildung b. gehemmter Weingährung.
690. Bildung von Aether durch Gährung.
691. Einige Mittel Butter ohne Einsalzen gut zu erhalten.
692. Ueber den Einfluß der Samen auf die Haltbarkeit der Obstfrüchte.
693. Einige Bemerkungen über das Trocknen des Fleisches.
694. Vorschlag zu einer Knetmaschine für Bäcker.
695. Vorschlag, das Anstreichen mit Pinseln zu ersetzen.
696. Vorschlag einer neuen Backart der Oblaten.
697. Ueber den Hefegehalt einiger Pflanzentheile.
698. Erscheinungen bey Zusatz von Schwefel zu gährenden Flüssigkeiten.
699. Ueber Inschriften und Figuren in künstlichem Stein.
700. Berlinerblau, Verbesserungen in der Bereitung desselben. (Mit salpetersaurem Eisen, aus thierisch m Oel, verbesserte Calcinations- und Füllungsart.)
701. Blau, englisches, für die Wäsche zu bereiten.
702. Bleichen mit Hefe.
703. Bleirauch als Farbe anzuwenden.
704. Bleiweiß, vortheilhafte Art es zu bereiten.
705. Blumen, welke, wieder aufleben zu machen.
706. Borax, neues Verfahren ihn zu reinigen.
707. Glühlampe, neue Beobachtungen über dieselbe.
708. Beschreibung einer auf die Benutzung der Knochen gegründeten Fabrik.
709. Kupferstiche auf Glas, Goldschlägerhäutchen oder geöltes Papier abzudrucken.
710. Leder undurchdringlich zu machen.
711. Leder zu vergolden und zu versilbern.
712. Mennige im Großen zu bereiten.
713. Metallene Gefäße mit Schmelzglas zu überziehen.
714. Papierteig, Zierrathen aus demselben.
715. Perlmutterblech oder Metallmoor, schöneres.
716. Poliren, Mittel dasselbe ohne Menschenhände zu verrichten.
717. Schießpulver, Verstärkung desselben durch Sägspäne oder Mehl.
718. Stahl und Eisen zusammen zu schweißen.
719. Töpfergeschirre, unglasirte, so brauchbar wie Porzellan zu machen.
720. Vitriol, blauer, neue Art ihn zu bereiten.
721. Feuer, indisches, zu bereiten.
722. Wetterglas, chemisches, oder Baroscop.
723. Zucker auf eine neue Art zu läutern.
724. Bücher, welche in den Jahren 1818 und 1819 in den hier einschlagenden Fächern erschienen sind.

II. Addreßbuch der jetzt bestehenden Kaufleute und Fabrikanten in Europa. Zweyte, ganz neu aufgenommene, durchaus sehr vermehrte und erweiterte und durch den Nachtrag bis 1820 fortgesetzte Ausgabe, in drey Bänden oder fünf Abtheilungen, gr. 8. Mit einem Orts-, Länder-, Waaren- und Fabriken-Register.

Dieses jedem Kaufmanne überaus nützliche, ja jedem, der sein Geschäft erweitern will, unentbehrliche Werk, hat schon bey der ersten Auflage allgemeinen Beyfall erhalten, der sich stets vermehrte, seitdem der Nutzen desselben durch die Erfahrung bewährt, und die Vollkommenheit des Buches, so weit sie bey einem solchen Werke möglich ist, anerkannt wurde. — Schon die vier ersten Abtheilungen enthielten über 50,000 Addressen von ungefähr 2000 Städten; jetzt ist die Zahl noch ungleich bedeutender und besonders ist auf Angabe der Fabriken und der Handlungen an den Bezugsorten Rücksicht genommen worden. — Man findet in diesem Werke nicht blos Addressen von allen deutschen Bundesstaaten, sondern auch von England, Süd- und Nordamerika, Dänemark, Schweden, Norwegen, Rußland, der Türkey, von Italien, Frankreich, Holland, Spanien, Portugal und von der Schweiz. Bey jedem Orte ist zugleich eine geographische Beschreibung desselben, eine Angabe der vorzüglichsten Waaren, die er versendet und bey den größern sind auch Münzen, Maße und Gewichte, so wie die Wechselcurse angegeben.

Der sehr billige Preis dieses Werks ist 10 Gulden Corrent oder 6 Thlr. 16 Gr. sächsisch.

III. Neueste Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde, für Kaufleute, Geschäftsmänner und Zeitungsleser; mit einem Verzeichniß der vorzüglichsten Gold- und Silbermünzen, und Angabe ihres Werthes im Zwanzig-Guldenfuß, im Vier und zwanzig-Guldenfuß und im sächsischen Gelde. Mit einem Kupfer, die wirkliche Länge mehrerer Ellen, Schuhe, des Meters, der Arschine und die Grundfläche des Liters darstellend. — Mit einem Anhange von Angaben und Berechnungen, welche im bürgerlichen Leben, im Handel, in Künsten und Wissenschaften von großem Nutzen und Anwendung sind. Als: über die Veränderungen des Menschen-Geschlechts, Verhältniß der Gebornen, Gestorbenen, der Geschlechter, der Ehen, des Alters etc. Die Zeitrechnungen verschiedener Völker, Aeren, Epochen; die eigenthümlichen Gewichte der Körper; die Feuchtigkeiten, welche Gewächse durchs Trocknen verlieren; den Oelgehalt der Gewächse, die Nahrungsfähigkeit derselben; den Mehlgehalt der Getreidearten; Vergleichung der Grade der Temperatur von Reaumur, Fahrenheit u. a.; Sied- und Schmelzgrade der Körper; Höhen der Orte und Berge; Entfernungen der Städte von einander etc. etc. etc. Zweyte sehr vermehrte und verbesserte Ausgabe. 1819. Preis 4 fl. Corr. oder 2 Conventionsthaler, (2 Thlr. 16 Gr. sächsisch.)

Dieses Werk ist die vierte Auflage der früher erschienenen Geld-, Münz- und Gewichtskunde. Es werden in demselben auch alle Berechnungen über diese Gegenstände anzustellen gelehrt, und man findet die neuesten Veränderungen und Angaben im Gewicht-, Maß- und Geldwesen, von Frankreich, Dänemark, Baiern, Baden, Württemberg, der Schweiz, und von allen Ländern in und ausser Europa, so daß man sogleich den Werth jedes Geldes, Maßes, Gewichts, Elle, Meile u. s. w. zu den seinigen finden oder berechnen kann.

Der Hauptzweck war hier, eine genaue Uebersicht zu geben, und den Leser dahin zu führen, daß derselbe alle Berechnungen im Geld- und Münzwesen etc. selbst anzustellen und für jeden Fall allgemeine Regeln zu finden vermag, und dadurch eine gründliche Einsicht in diese für den Handel so wichtigen Gegenstände erlangen kann.

Nachstehendes ist der ganze Inhalt dieses nützlichen Werkes:

Allgemeine Begriffe von den Münzen und dem Münzwesen. Maß, Geld, Münze, Papiergeld, Metallgeld, Rechnungsmünzen. Ueber die Verfertigung der Münzen. Von dem deutschen Münzwesen. Von dem Leipziger Münzfuß, oder Achtzehn-

475. Bücher, welche 1808, 1809 und 1810 erschienen sind.
476. Register über diese zwölf Bände.

Inhalt des dreyzehnten Bandes (2. Auflage).

477. Verfahren der Engländer, leinenen, seidenen und wollenen Zeugen alle Farben zu geben.
478. Verbessertes Verfahren Seife zu bereiten, von Curaudeau in Paris.
479. Seife aus dem, beym Schmelzen des Unschlitts bleibenden, Rückstand zu machen, welches vor kurzem Herr Schlesinger in Wien auf Befehl des Kaisers bekannt gemacht hat.
480. Neue Art, Salpetersäure oder Scheidewasser zu bereiten.
481. Neue Masse zur Bedeckung der Dächer.
482. Kunst, den inländischen Holzarten alle Farben zu geben.
483. Arten, den Weinessig und andere Flüssigkeiten zu entfärben und die rothen Weine zu verbessern.
484. Bereitung des Feuerschwamms oder Zunders.
485. Verfahren den Indigo aus Waid zu bereiten.
486. Neue Art Bleyweiß zu verfertigen.
487. Undurchdringlicher Ueberzug auf Leinwand und auf Eisen, von Herrn Anderson in Portsmouth.
488. Bereitung des vegetabilischen oder spanischen Roths. 489. Bereitung der künstlichen Hefe.
490. Bereitung der Composition zur enkaustischen Malerey.
491. Firnisse zu bereiten und anzuwenden, vom Engländer, Dr. Imison.
492. Anwendung des Kalkes und der Kohle zum Bleichen der Leinwand, des Garns rc. rc. Eine neue sehr interessante Entdeckung.
493. Zubereitung des weißen indischen Feuers.
494. Türkisches Garn zu färben, nach Hausmanns Verbesserung.
495. Beschreibung und Abbildung einer Maschine zum Wasserschöpfen, im Oriente gebräuchlich.
496. Maschine, durch welche die Schuster stehend arbeiten können.
497. Bernsteinfirniß zu bereiten, und das Oel und Salz abzuscheiden.
498. Anwendung des Glaubersalzes zur Glasbereitung.
499. Syrup und Zucker aus Stärke zu bereiten.
500. Verschiedene Arten Leder zu lackiren.
501. Anzeige der Bücher, in den einschlagenden Fächern.

Inhalt des vierzehnten Bandes (2te Auflage).

502. Verfahren, den krystallisirten Grünspan zu bereiten.
503. Künstliche Bereitungsart des krystallisirten Grünspans.
504. Beschreibung der in Grenoble üblichen Bereitung des Grünspans.
505. Neuentdecktes Verfahren, Grünspan ohne Weintrauben zu bereiten, wodurch seine Bereitung in allen Ländern möglich wird.
506. Anleitung zur Bereitung des Berlinerblaues.
507. Bemerkungen über die Kunst, Wein zu bereiten.
508. Neue Art den Wein zu veredeln.
509. Beschreibung des in der Wiener Manufactur gebräuchlichen Verfahrens, Porzellan zu verfertigen, zu malen und zu vergolden.
510. Einfaches, überall anwendbares Mittel, die Milch und das Bier vor dem Sauerwerden zu schützen.
511. Zwey neue Arten, mit großer Ersparniß Flüssigkeiten zu verdunsten, und Eis künstlich zu bilden.
512. Zubereitung der Rinderdärme, zur Aufbewahrung thierischer Lebensmittel.
513. Darstellung der neuesten deutschen und englischen Entdeckungen in der Kunst Branntwein und Weingeist zu bereiten.
514. Reinigung des angebrannten Branntweins.
515. Verfahren, Branntwein aus Kartoffeln zu brennen.
516. Branntwein aus Kartoffeln zu bereiten.
517. Branntwein durch überoxydirt salzsaure Kalien zu entfuseln.
518. Branntwein aus ungemalztem Getreide, nach dem Verfahren d. englischen Branntweinbrenner.
519. Mittel, Unfälle beym Destilliren zu verhüten.
520. Ueber die Aufbewahrung des Branntweins.
521. Neue Verfahrungsarten, starken Weingeist zu bereiten.
522. Bemerkungen über die Beschaffenheit des Weingeistes im Weine, und über die Abscheidung desselben ohne Destillation.
523. Acht verschiedene Vorschriften, grüne Malerfarben zu bereiten.
524. Neues Verfahren, ein schönes Mineralgrün zu bereiten.
525. Vollständige Beschreibung des deutschen, englischen und französischen Verfahrens Bleyschrote zu verfertigen.
526. Bemerkungen über die Verfertigung der Fayance.

527. Neues Verfahren, Seide und Wolle mit Berlinerblau dauerhaft u. schön Indigoblau zu färben.
528. Ueber die Bereitung des blausauren Kali.
529. Anleitung zur Bereitung der Chocolade aus Cacao, isländischem Moose und geröstetem Stärkmehle.
530. Ueber den Borax und über einige Ersatzmittel desselben.
531. Benutzung der Mistasche, als Schmelzmittel der Metalle.
532. Einfaches Verfahren, Luftbetten, Buchdruckerballen u. undurchdringliche Leinwand zu machen.
533. Neue Art, verdorbenes und faules Wasser durch Kohle und durch Einpumpen von Luft trinkbar zu machen.
534. Verfahren, künstliche Steine zum Häuserbau, zu Bildhauerarbeiten und Gefäßen zu verfertigen.
535. Mechanische Vorrichtung, Papierbogen zu machen.
536. Ausführliche Abhandlung, über das Bierbrauen, und Anleitung Braun- und Weißbier, Porter, Ale, Stettiner, Spandauer und andere Biersorten, so wie auch Bier aus Kartoffeln, Runkelrüben und Fichtensprossen zu bereiten.
537. Neue, sehr vortheilhafte Vorrichtung, Bier zu brauen.
538. Bücher, neue, welche über diese Gegenstände in den Jahren 1813, 1814 und 1815 erschienen sind.

Inhalt des funfzehnten Bandes, von 1816.

539. Verbesserungen in der Zuckerraffinerie.
540. Bereitung des Bleyweißes.
541. Oel zu gewinnen und zu verbessern.
542. Oel aus Pflaumenkernen, Sesam, Erdeicheln, Wunderbaum.
543. Oel und Soda und schwarze Farbe aus der Wolfsmilch. 544. Oelertrag einiger Gewächse.
545. Terpentinöl zum Brennen zuzurichten.
546. Verbesserte Art, Oel aus Oelsamen abzuscheiden.
547. Verfahren, Spiegelgläser mit bleyhaltigem Zinn zu belegen.
548. Neue Art, Töpferwaaren durch eine Vorrichtung zu formen.
549. Benutzungsarten des Farrenkrauts.
550. Künstliche Bley- und Zeichenstifte von jeder Farbe zu verfertigen.
551. Verbessertes Verfahren, Zinn in salpetersaurer Salzsäure aufzulösen, oder von der Scharlachcomposition.
552. Weinsteinrahm zu bereiten.
553. Mischungen von Erden und Metallen zu Gefäßen und andern.
554. Wedgwoods-Geschirre, Cameen, künstlichen Marmor, Bronze, Email rc. rc. zu verfertigen.
555. Anweisung, Zeichnungen durchzuzeichnen, und Bereitung eines schön durchsichtigen Papiers.
556. Benutzungsarten des Berberisstrauches.
557. Vorschriften, um Zeuge mit Berberiswurzeln gelb, roth und braun zu färben.
558. Anwendung der Lerchenbaumrinde zum Gerben.
559. Verbesserungen in der Dachdeckerkunst, und das Decken mit Papier.
560. Anleitung zum Kochen und Braten im Wasserdampfe.
561. Die neuesten Erfahrungen in der Kunst, Zucker aus Stärke zu bereiten.
562. Verfahren, die Getreidestärke zu reinigen.
563. Stärkmehl durch Kleber in Zucker zu verwandeln.
564. Ersatzmittel des Ochsenblutes und des Eyweißes bey der Zuckerläuterung.
565. Benutzung des Bohnenstrohes statt des Hanfes.
566. Verfahren den Thran durch Kohle und Vitriol zu reinigen.
567. Ueber das Anstreichen mit Milchfarben.
568. Ueber die Indischen Wand- und Anstreichfarben.
569. Bessere Art Leinwand zu verfertigen.
570. Zeug aus Wolle und Flachs.
571. Zeug, das die Ausdünstung befördert.
572. Schals aus Thier- und Pflanzenwolle.
573. Neue Art, Sammet zu weben.
574. Cannevaß und Segeltuch aus Flachs und Hanf.
575. Art, Flachs zum Spinnen auf Baumwollenspinnmaschinen geschickt zu machen, und alte Zeuge in Flachs umzuändern.
576. Angabe neuer Verbesserungen in der Cattundruckerey.
577. Bereitung der essigsauren Thonerde, als Beizmittel in der Cattundruckerey.
578. Verfahren, türkischrothgefärbtem Cattun allerley Muster zu geben.
579. Erfahrungen über den verbesserten Wollenzeug-Druck.
580. Gelbfärben mit Apfelbaumrinde, Besenginster und Knabenkraut.
581. Ueber die Verwandlung des Fleisches in eine Art Talg oder Fettwachs.
582. Nägel, Messerklingen, Scheeren, Feilen und andere Werkzeuge durch Walzen zu verfertigen. (Mit einem Kupfer.)

583. Verbessertes Verfahren, Seide mit Berlinerblau schöner als mit Indigo zu färben.
584. Wichtige Verbesserung in der Bäckerkunst. Mechanische Vorrichtung den Teig zu kneten.
585. Backofen ohne Ende. (Mit einem Kupfer.)
586. Neuverbessertes Verfahren, das schönste Glas mit Glaubersalz zu bereiten.
587. Verbesserungen an der Dampfmaschine. (Mit einem Kupfer.)

Inhalt des sechzehnten Bandes (2te Aufl.)

588. Neue Verfahrungsarten Platina zum Verarbeiten geschickt zu machen, und Gefäße damit zu überziehen.
589. Ueber die Anwendbarkeit des Zinkes in den Künsten, Gewerben und in der Hauswirthschaft.
590. Bereitung des Zinkweißes, als Stellvertreter des Bleyweißes.
491. Ueber die Veredlung des Roheisens zu geschmeidigem Eisen.
(In dieser Abhandlung wird von einem Augenzeugen und Selbstarbeiter das Verfahren in Luxemburg, Jülich, Salzburg, Baiern, Henneberg, der Grafschaft Mark, in Oberschlesien, in Würtemberg, am Fichtelberg, in Böhmen, in Kärnthen, zu Wallis in England, jedes besonders und vergleichend beschrieben.)
592. Mannigfaltiger Nutzen des Parfümerie-Kirschenbaumes.
593. Verbesserte Bereitungsarten des Leims, der Hausenblase und der Gallerte. Verfahren Leim ohne Kochen zu erhalten.
594. Beschreibung des Neander'schen Milchmessers und Bemerkungen über die Milch.
595. Ueber die Bereitungsart des Glases in Deutschland.
596. Gläser halbdurchsichtig, oder wie mattgeschliffen und gefärbt zu blasen, ohne sie nachher zu schleifen.
597. Von der Bereitung des Reaumür'schen oder des Glasporzellans.
598. Verfahren den besten Arrack aus Weizen und jedem branntweingebenden Körper zu bereiten.
599. Ueber die Verfertigung der Schuhe ohne Nath.
600. Neue Verbesserung in d. Raffination des Zuckers.
601. Noch einige Bemerkungen über die Bereitung der Chokolade.
602. Sehr vortheilhaftes Verfahren Flachs ohne Rösten zu bereiten.
603. Angabe der Verbesserung in der Kunst Mineralwasser zu bereiten. Pulver, mit dem man augenblicklich Seidschützer Wasser erhält. Bereitung des Selzer- und Carlsbader Wassers.
604. Angabe von neuen Erfindungen in der Hutmacherkunst.
605. Sehr vortheilhafte Bereitungsart der Pottasche aus Kartoffelkraut.
606. Allgemeine Bemerkungen über die Bereitung der Pottasche, und vollständige Tabelle der Menge von Asche und Pottasche, welche die verschiedenen Gewächse geben.
607. Verfahren Leder ohne Lohe, durch Auflösungen von Ruß und brenzliche Flüssigkeiten zu bereiten.
608. Bereitung des oxydirt salzsauren Kalkes, und des überoxydirt salzsauren Kalis.
609. Bereitung der chemischen- und der Phosphor-Feuerzeuge.
610. Von dem Hopfen und seinen Ersatzmitteln.
611. Anleitung um alle Arten Weine künstlich zu bereiten.
612. Bemerkungen über die Buch-, Kupfer- und Steindruckerkunst.
613. Beschreibung und Abbildung der Real'schen oder der Wasserpresse.
614. Bücher, welche über diese Gegenstände von 1815 bis 1817 erschienen sind.

Inhalt des siebzehnten Bandes, von 1819.

615. Vollständige Anleitung zur Bereitung des Bleyzuckers
616. Anleitung um alle Arten Weine künstlich zu bereiten. (Wein aus unreifen Trauben, aus Weinblättern, aus Pflaumen, aus Stärkezucker, aus Kartoffeln, aus Baumsäften.)
617. Verbesserung des Weines bey der Gährung durch Auffangen des kohlensauren Gases, und Bereitung d. Sauerwassers bey Bierbrauereyen.
618. Mittel gefärbte Weine von den ächten zu unterscheiden.
619. Vollständige Anleitung zur Bereitung der Schreibdinte.
620. Ueber den Anbau der Rhabarber in Deutschland.
621. Veredlung des Weins mittelst des Verdunstens seines Wassergehaltes durch thierische Häute.
622. Ueber die Kapern, und die Bereitung derselben von inländischen Pflanzen.
623. Ueber die Bereitung der Essig- und Salzgurken.
624. Ueber die Bereitung des Stärkmehls und die Benutzung der dabey abfallenden Rückstände. (Trocknen des Klebers.)
625. Ueber die Prüfung der Milch durch Milchmesser.

626. Dem Zinn oder verzinnten Blech Perlmutterglanz zu geben, oder Bereitung des Perlmutter- und Atlasbleches.
627. Neue Vorschrift zu künstlichen Steinen, aus welchen man Bildsäulen und Verzierungen machen kann.
628. Verbesserungen in der Kunst zu verzinnen.
629. Geschirre und Blech zu verzinken.
630. Neueste Vorschriften zu den schönsten Glasflüssen oder Emaillen.
631. Vorschriften zur Glasmalerey. (Glas zu vergolden.)
632. Anleitung zur Bereitung des Essigs aus Holz und zur Reinigung desselben.
633. Anweisung zur Bereitung des Catechu.

Verschiedene Vorschläge und Bemerkungen vom Herausgeber.

634. Mittel Anis, Fenchel, Coriander und alle inländischen Gewürze zu verbessern und haltbarer zu machen.
635. Einfache Art, Zwetschgen und andere Früchte zu verbessern.
636. Einige Bemerkungen über Verbesserungen in der Leimsiederey.
637. Vorschläge zur Ersetzung des Leders bey der Fußbekleidung.
638. Vorschlag zu einer neuen Art Lichter zu ziehen.
639. Vorschlag bey Errichtung von Wachsbleichen.
640. Eisenbahnen für Reisende zu Fuß.
641. Ueber die verschiedenartige Benutzung des Staubschwammes, und den Pottaschengehalt desselben.
642. Ueber die arzneylichen Kräfte der Hefe, und die Bereitung künstlicher Manna.
643. Ueber die Mittel, die Wärme in geheizten Zimmern zusammenzuhalten.
644. Verbesserte Einrichtung der Ziegeldächer.
645. Ueber den Pottaschengehalt einiger Gewächse.
646. Ueber die Entbitterung der isländischen Flechte.
647. Ueber die Raffination des Zuckers.
648. Ueber die Aufbewahrung der Körper durch Entziehung des Wassers mittelst wasserbindender Körper.

Inhalt des achtzehnten Bandes, von 1820.

649. Beschreibung und Abbildung der hydraulischen Presse; einfache von Brahma; anders eingerichtete; mit Luft; die Kraft derselben in große Entfernungen zu leiten; Anwendung derselben um Wasser zu heben; Murrays verbesserte.
650. Vorschläge zur Benutzung der hydraulischen Presse, vom Herausgeber.
651. Romershausens Luftpresse.
652. Gedanken über die Veredlung der Schafwolle.
953. Nachschrift. Vom Herausgeber. (Vergleichung der Haare mit den Pflanzen. Ueber das Waschen und Veredeln der Schafwolle.)
654. Wichtige Verbesserung in der Bereitung des Schießpulvers.
655. Metallene Fässer zur bessern Aufbewahrung des Schießpulvers.
656. Die Glühlampe, eine neue einfache Nachtlampe.
657. Neue Entdeckungen in der Kunst Seife zu bereiten.
658. Ueber die Bestandtheile des Weitzens und der Gerste, und die Veränderungen, welche beyde durch Malzen erleiden.
659. Ueber einige neue Verbesserungen im Bierbrauen. (Bemerkungen über das Brauen. Vom Herausgeber. Neue Art Malz zu trocknen und zu rösten. Kochen der Bierwürze mit Wasserdampf. Bier aus Quecken.)
660. Ausführliche Beschreibung der Bierbrauerey nach englischer Art. (Vom Malz machen. Porter zu brauen. Amber-Ale, Londoner Ale, Windsor Ale, Löffelkrautbier, einer Mischung von verschiedenen Arten Bier einerley Geschmack zu geben. Bemerkungen über die Gährung der Würze, über die Zusätze zum Bier.)
661. Beschreibung und Abbildung einer Dampftrockenstube zum Dörren des Malzes und zum trocknen aller andern Körper.
662. Bemerkungen über die beste Einrichtung der Destillations-Apparate für Branntweinbrenner. Vom Herausgeber. (Ueber die Destillirblase. Ueber den Helm und die Leitungsröhre. Ueber das Verdichtungs- oder Kühlungsgefäß.)
663. Ueber die Destillation mit Wasserdampf.
664. Ueber die Destillation in verdünnter Luft, und über Tennants doppelten und Trittons verbesserten Destillationsapparat.
665. Verfahren mit zusammengedrückten Wasserdämpfen zu heitzen und zu destilliren.
666. Beschreibung einiger neuer Kühlgefäße für Branntweinbrenner.
667. Neue Verbesserungen in der Bereitung des Papiers (Allgemeine Bemerkungen. Vom Herausgeber. Sehr starkes Schreibpapier zu

machen. Papier, aus welchem die Schrift nicht herausgebracht werden kann.)
668. Verbesserungen im Straßenbau. (Straßenbau mit Dampfmaschinen, mit Pflügen, Erbauung lebendiger Straßen.)
669. Verfahren das Bittersalz künstlich und ohne besondere Auslagen zu bereiten.
670. Vollständige Darstellung der Kunst Hefe künstlich zu machen, zu vermehren und aufzubewahren.
671. Verbessertes Verfahren Chokolade zu machen.
672. Zeuge und Papier durch Thonseife undurchdringlich gegen Feuchtigkeiten zu machen.

Verschiedene Vorschläge und Bemerkungen vom Herausgeber.

673. Bemerkungen über die Käsgährung und die Mittel den Käse zu verbessern.
674. Bereitung des Käses aus Oelsamen.
675. Vorschlag zur Verbesserung der Darmsaiten.
676. Ueber die Benutzung schwimmender Körper in einigen Gewerben. Beym Abziehen von Bier, Wein rc., bey der Gährung, beym Kochen flüchtiger Körper, zur Erhaltung von Flüssigkeiten.)
677. Ueber die Einrichtung des Pflugs für schweren Boden.
678. Angabe verschiedener Mittel das Trocknen der Körper zu beschleunigen.
679. Ueber das Färben des Holzes.
680. Ueber die bey Versendungen am brauchbarste Art Eyer aufzubewahren.
681. Vorschlag zur Reinigung versandeter Flußbetten.
682. Ueber die Verbindungen des Zuckers mit einigen brennbaren Körpern.
683. Ueber die Eigenschaft der Kohle, Flüssigkeiten zu entbittern und zu entsäuern, und über die Benutzung derselben, um Körper aufzubewahren.
684. Entfuseln des Branntweins mit thierischer Kohle.
685. Versuch über den Einfluß verschiedener Körper auf die Wein- und Essiggährung.
686. Mittel, um in warmen Ländern oder bey großer Hitze Bier zu brauen.
687. Ueber Essigbildung aus Zucker und stickstoffhaltigen Körpern.
688. Ueber Essigbildung aus gebranntem Zucker.
689. Ueber Essigbildung b. gehemmter Weingährung.
690. Bildung von Aether durch Gährung.
691. Einige Mittel Butter ohne Einsalzen gut zu erhalten.
692. Ueber den Einfluß der Samen auf die Haltbarkeit der Obstfrüchte.
693. Einige Bemerkungen über das Trocknen des Fleisches.
694. Vorschlag zu einer Knetmaschine für Bäcker.
695. Vorschlag, das Anstreichen mit Pinseln zu ersetzen.
696. Vorschlag einer neuen Backart der Oblaten.
697. Ueber den Hefegehalt einiger Pflanzentheile.
698. Erscheinungen bey Zusatz von Schwefel zu gährenden Flüssigkeiten.
699. Ueber Inschriften und Figuren in künstlichem Stein.
700. Berlinerblau, Verbesserungen in der Bereitung desselben. (Mit salpetersaurem Eisen, aus thierischem Oel, verbesserte Calcinations- und Fällungsart.)
701. Blau, englisches, für die Wäsche zu bereiten.
702. Bleichen mit Hefe.
703. Bleirauch als Farbe anzuwenden.
704. Bleiweiß, vortheilhafte Art es zu bereiten.
705. Blumen, welke, wieder aufleben zu machen.
706. Borax, neues Verfahren ihn zu reinigen.
707. Glühlampe, neue Beobachtungen über dieselbe.
708. Beschreibung einer auf die Benutzung der Knochen gegründeten Fabrik.
709. Kupferstiche auf Glas, Goldschlägerhäutchen oder geöltes Papier abzudrucken.
710. Leder undurchdringlich zu machen.
711. Leder zu vergolden und zu versilbern.
712. Mennige im Großen zu bereiten.
713. Metallene Gefäße mit Schmelzglas zu überziehen.
714. Papierteig, Zierrathen aus demselben.
715. Perlmutterblech oder Metallmoor, schöneres.
716. Poliren, Mittel dasselbe ohne Menschenhände zu verrichten.
717. Schießpulver, Verstärkung desselben durch Sägspäne oder Mehl.
718. Stahl und Eisen zusammen zu schweißen.
719. Töpfergeschirre, unglasirte, so brauchbar wie Porzellan zu machen.
720. Vitriol, blauer, neue Art ihn zu bereiten.
721. Feuer, indisches, zu bereiten.
722. Wetterglas, chemisches, oder Paroscop.
723. Zucker auf eine neue Art zu läutern.
724. Bücher, welche in den Jahren 1818 und 1819 in den hier einschlagenden Fächern erschienen sind.

II. Addreßbuch der jetzt bestehenden Kaufleute und Fabrikanten in Europa. Zweyte, ganz neu aufgenommene, durchaus sehr vermehrte und erweiterte und durch den Nachtrag bis 1820 fortgesetzte Ausgabe, in drey Bänden oder fünf Abtheilungen, gr. 8. Mit einem Orts-, Länder-, Waaren- und Fabriken-Register.

Dieses jedem Kaufmanne überaus nützliche, ja jedem, der sein Geschäft erweitern will, unentbehrliche Werk, hat schon bey der ersten Auflage allgemeinen Beyfall erhalten, der sich stets vermehrte, seitdem der Nutzen desselben durch die Erfahrung bewährt, und die Vollkommenheit des Buches, so weit sie bey einem solchen Werke möglich ist, anerkannt wurde. — Schon die vier ersten Abtheilungen enthielten über 50,000 Addressen von ungefähr 2000 Städten; jetzt ist die Zahl noch ungleich bedeutender und besonders ist auf Angabe der Fabriken und der Handlungen an den Bezugsorten Rücksicht genommen worden. — Man findet in diesem Werke nicht blos Addressen von allen deutschen Bundesstaaten, sondern auch von England, Süd- und Nordamerika, Dänemark, Schweden, Norwegen, Rußland, der Türkey, von Italien, Frankreich, Holland, Spanien, Portugal und von der Schweiz. Bey jedem Orte ist zugleich eine geographische Beschreibung desselben, eine Angabe der vorzüglichsten Waaren, die er versendet und bey den größern sind auch Münzen, Maße und Gewichte, so wie die Wechselcurse angegeben.

Der sehr billige Preis dieses Werks ist 10 Gulden Corrent oder 6 Thlr. 16 Gr. sächsisch.

III. Neueste Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde, für Kaufleute, Geschäftsmänner und Zeitungsleser; mit einem Verzeichniß der vorzüglichsten Gold- und Silbermünzen, und Angabe ihres Werthes im Zwanzig-Guldenfuß, im Vier und zwanzig-Guldenfuß und im sächsischen Gelde. Mit einem Kupfer, die wirkliche Länge mehrerer Ellen, Schuhe, des Meters, der Arschine und die Grundfläche des Liters darstellend. — Mit einem Anhange von Angaben und Berechnungen, welche im bürgerlichen Leben, im Handel, in Künsten und Wissenschaften von großem Nutzen und Anwendung sind. Als: über die Veränderungen des Menschen-Geschlechts, Verhältniß der Gebornen, Gestorbenen, der Geschlechter, der Ehen, des Alters ꝛc. Die Zeitrechnungen verschiedener Völker, Aeren, Epochen; die eigenthümlichen Gewichte der Körper; die Feuchtigkeiten, welche Gewächse durchs Trocknen verlieren; den Oelgehalt der Gewächse, die Nahrungsfähigkeit derselben; den Mehlgehalt der Getreidearten; Vergleichung der Grade der Temperatur von Reaumur, Fahrenheit u. a.; Sied- und Schmelzgrade der Körper; Höhen der Orte und Berge; Entfernungen der Städte von einander ꝛc. ꝛc. ꝛc. Zweyte sehr vermehrte und verbesserte Ausgabe. 1819. Preis 4 fl. Corr. oder 2 Conventionsthaler, (2 Thlr. 16 Gr. sächsisch.)

Dieses Werk ist die vierte Auflage der früher erschienenen Geld-, Münz- und Gewichtskunde. Es werden in demselben auch alle Berechnungen über diese Gegenstände anzustellen gelehrt, und man findet die neuesten Veränderungen und Angaben im Gewicht-, Maß- und Geldwesen, von Frankreich, Dänemark, Baiern, Baden, Württemberg, der Schweiz, und von allen Ländern in und ausser Europa, so daß man sogleich den Werth jedes Geldes, Maßes, Gewichts, Elle, Meile u. s. w. zu den seinigen finden oder berechnen kann.

Der Hauptzweck war hier, eine genaue Uebersicht zu geben, und den Leser dahin zu führen, daß derselbe alle Berechnungen im Geld- und Münzwesen ꝛc. selbst anzustellen und für jeden Fall allgemeine Regeln zu finden vermag, und dadurch eine gründliche Einsicht in diese für den Handel so wichtigen Gegenstände erlangen kann.

Nachstehendes ist der ganze Inhalt dieses nützlichen Werkes:

Allgemeine Begriffe von den Münzen und dem Münzwesen. Maß, Geld, Münze, Papiergeld, Metallgeld, Rechnungsmünzen. Ueber die Verfertigung der Münzen. Von dem deutschen Münzwesen. Von dem Leipziger Münzfuß, oder Achtzehn-

Guldenfuß. Von dem Graumannischen Münzfuß, oder Ein und zwanzig-Guldenfuß. Von dem Zwanzig- und Vier und zwanzig-Guldenfuß. Berechnungen über denselben. Neuestes französisches Münzwesen. Französischer Münzfuß in Gold. Französischer Münzfuß in Silber. Berechnungen über das neue französische Münzwesen. Aelteres französisches Münzwesen. Vergleichung des französischen Gold- und Silber-Münzfußes. Englisches Münzwesen und Berechnungen darüber. Russisches Münzwesen und Berechnungen darüber. Dänisches Münzwesen. Neuestes dänisches Münzwesen, seit 1813. Schwedisches Münzwesen. Niederländisches Münzwesen. Einrichtung und Gebrauch der Münztabellen und zwar für den 24 Guldenfuß, für den 20 Guldenfuß, für das sächsische Geld. Von den Gold- und Silbergewichten. Verzeichniß der vorzüglichsten Silbermünzen, mit Angabe ihres Werthes im 24, im 20 Guldenfuß und im sächsischen Gelde, und ihres Gehalts an Silber in holländisches Assen. Verzeichniß der vorzüglichsten Goldmünzen, und Angabe ihres Werthes im 20, im 24 Guldenfuß und im sächsischen Gelde, ihres Gewichts und Goldgehalts. Von den Münzen der alten Nationen. Vergleichung verschiedener Talente, als Rechnungssummen. Jüdische Münzen und Rechnungssummen. Griechische Münzen und Rechnungssummen. Römische Münzen und Rechnungssummen.

Von den Gewichten. Erläuterungen über die Gewichtsverhältnisse und deren Berechnung. Eintheilung der verschiedenen Gewichte; des cölnischen Silbergewichts; des cölnischen Goldgewichts; des deutschen Gold- und Silber-Markgewichts; des deutschen (Nürnberger) Medicinalgewichts; des neuen französischen Gewichts; des holländischen Münz- und Troygewichts; des alten Amsterdamer Markgewichts; des englischen Troygewichts; der venediger Mark, als Gold- und Silbergewicht; der spanischen Mark, als Silbergewicht. Gewichts-Eintheilung bey Schiffsbefrachtungen. Gewichte verschiedener Länder und Städte, und Angabe ihrer Schwere in holländischen Assen und in baierischen oder wiener Pfunden.

Von den Ellenmaßen verschiedener Länder und Städte. Bestimmung aller Ellenmaße in französischen Linien. Bestimmung aller Ellenmaße durch die brabanter Elle. Bestimmung aller Ellenmaße durch eine Einheit von 100 baierischen Ellen und Angabe allgemeiner Regeln, diese Ellenmaße für die jedes andern Orts, bestimmen zu können. Bestimmung der Länge der Ellen verschiedener Länder und Städte.

Bestimmung der Länge verschiedener Fußmaße. Länge der verschiedenen Fußmaße oder Schuhe. Bestimmung der Länge verschiedener Lachter. Meilenmaße verschiedener Länder und Städte. Von einigen Garnmaßen, und deren Bestimmung durch den pariser Fuß.

Von den Flächen- oder Feldmaßen. Vergleichung einiger Flächen-Maße, welche zur Ausmessung der Felder gebraucht werden. Französische Flächen- und Feldmaße im ganzen Königreich Baiern. Flächen- und Feldmaße im ganzen Großherzogthum Hessen. Flächen und Feldmaße im ganzen Königreich Würtemberg. Baseler und Berner Feldmaße.

Von den Flüssigkeits-Maßen. Vergleichung der Flüssigkeits-Maße, und Bestimmung ihres Inhalts in königl. französischen Cubikzollen.

Getreide-Maße verschiedener Länder und Städte. Getreide-Maße im Herzogthum Baden; im Königreich Baiern; im Königreich Frankreich; im Königreich Würtemberg; in verschiedenen Cantonen und Städten der Schweiz.

Zusammenstellung der Münzen, Maße und Gewichte einiger Städte und Länder. Amsterdam, Königreich Preußen, Großherzogthum Hessen, Hamburg, Mailand, Triest, Venedig, Nordamerika.

Anhang.

I. Angaben und Berechnungen über das Wahrscheinliche im Menschenleben.
II. Alter rc. einiger Thiere.
III. Vergleichung der Fahrenheitischen Thermometer-Grade mit denen von Reaumür, de Lisle und Celsius.
IV. Vergleichung der Grade des Wedgewood'schen Pyrometers mit den Thermometer-Graden.
V. Temperaturen, bey welchen einige feste Körper schmelzen, oder die in technischer Hinsicht merkwürdig sind.
VI. Wärme-Grade, bey welchen mehrere Flüssigkeiten, bey einer Barometer-Höhe von 28 pariser Zollen, sich verflüchtigen.
VII. Verzeichniß der mittlern oder der Durchschnitts-Höhen des Barometers und Thermometers in einigen Orten.

VIII. Verhältniß der eigenthümlichen Gewichte flüssiger und fester Körper.
IX. Angabe der Feuchtigkeit, welche einige größtentheils officinelle Wurzeln, Kräuter, Blumen, Rinden, Früchte und Beere durch das Trocknen verlieren.
X. Oelgehalt einiger Gewächse.
XI. Entfernung einiger Städte von einander.
Schriften über die Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde.

IV. Leuchs, Joh. Mich., vollständige Handelswissenschaft. Zweyte ums Dreyfache vermehrte Auflage, in drey Theilen, gr 8. Auch unter dem Titel: System des Handels 2c. Preis 9 Gulden Corrent (4 Kronenthaler) oder 6 Thaler Sächsisch. Exemplare auf Schreibpapier 5 Conventionsthaler. In 3 Bände gebundene Exemplare einen Gulden mehr.

Man findet in diesem Werke vollständig alle Kenntnisse, welche von einem gebildeten Kaufmanne gefordert werden können; und zwar die Waaren- und die Geldlehre (letztere sehr ausführlich behandelt, wird eine gründliche Einsicht in das Geld- und Münzwesen, die Banknoten, Staatspapiere 2c. gewähren); die Handelslehre (ausser dem allgemeinen davon, werden alle Gattungen von Handlungen und ihre Eigenheiten beschrieben und mit dem Buchhandel geschlossen); die Einkaufs-, Verkaufs- und Zahlungslehre; die Spedition; die Contorwissenschaft (eine vollständige Theorie des Buchhaltens, den Briefwechsel und alle kaufmännischen Aufsätze mit Beyspielen oder Formularen 2c. enthält dieselbe); die Lehre des Wahrscheinlichen im Handel (die Speculationslehre, ausser diesem Werke noch nie behandelt) enthält das Wahrscheinliche des Waaren- und Wechselhandels, der Staatspapiere und Actien, der Assecuranzen der Fabrikunternehmungen. Ferner: die Beförderungsmittel und Anstalten zur Erweiterung und Erhaltung des Handels, und in verschiedenen Abtheilungen, Abschnitten und Capiteln ausführlich: von den Messen und Märkten, Niederlagen, Posten, Mauten, dem Fuhr- und Schiffswesen, von den Banken (Noten-, Giro-, Leihbanken); sehr ausführlich von dem Handels-, Wechsel- und Seerechte. Ferner von dem Mäkler- und Handelsgesellschaftsrechte, vom Handelsgerichte und Processe 2c. Endlich im dritten Theile: die Waarenkunde oder Waarenbeschreibung; die Handelsgeographie; die Handelsgeschichte: die Culturgeschichte und Literatur der Handelswissenschaft. Zum Schlusse wird noch das kaufmännische Leben in drey Perioden abgetheilt, und gehandelt von dem ersten Unterrichte, allgemeinen Erziehung, Bildung des Menschen; von der kaufmännischen Erziehung, Erlernung einer Handlung, und den Dienst-, Ausbildungs- oder Vollendungsjahren; und endlich von Anlegung und Führung einer Handlung.

Angefügt ist ein Verzeichniß der vorzüglichsten zur Bildung eines Kaufmanns und zur Geschäftsführung aller Handlungen und Fabriken erforderlichen Bücher jeder Art.

V. Theorie und Praxis des doppelten, des einfachen und des Nürnberger Buchhaltens. Von Joh. Mich. Leuchs. Zweyte vermehrte Auflage, in 4to. Preis ein Dukaten oder 3 Thaler sächsisch.

Dieses Werk leitet zu einer gründlichen Einsicht in jede Art Buchhalten, und setzt Jeden in den Stand, alles so einzurichten, wie es für sein Geschäft am zweckmäßigsten ist.

Es enthält eine Ableitung der möglichen Arten des Buchhaltens, beschreibt die vorzüglichsten Arten desselben und eine neue unter dem Namen des Nürnberger Buchhaltens. Zehen besonders gebundene Bücher geben eine praktische Anleitung zum Buchhalten. Es sind das Memorial, Journal und Hauptbuch zum italienischen Buchhalten, das Waaren-Einkaufs-, Waaren-Verkaufs-, Waaren-Ein- und Verkaufs-, das Cassa-, das Ueberweisungsbuch zum Nürnberger Buchhalten, ferner das Waaren-Scontrobuch für beyde Buchhaltungen, und das Hauptbuch zum Nürnberger Buchhalten mit der Balance oder Bilanz zu beyden Buchhaltungen.

Der Beyfall, mit dem die erste Auflage aufgenommen wurde, bürgt für den, welchen diese verbesserte erwarten darf.

VI. Lebensbeschreibung merkwürdiger und berühmter Kaufleute, mit einem Kupfer. Preis 1 fl. 15 kr. Corrent oder 20 Groschen sächsisch.

Eine Lebensbeschreibung berühmter Kaufleute ist an sich eine schwierige Unternehmung, da über die Lebensumstände derselben gewöhnlich nicht viel bekannt wird. Es kann indessen nicht leicht ein Werk geben, das, besonders für junge Leute, eine nützlichere Lectüre abgäbe, da es belehrend ist, zu erfahren, durch welche Mittel sich Andere emporschwangen, Reichthum und Ansehen erwarben, und nichts mehr als dieß zu Fleiß und Thätigkeit anspornt.

VII. Vollständige Naturgeschichte der Ackerschnecke, nebst Anleitung zur Anwendung sicherer und erprobter Mittel zur Verhütung der starken Vermehrung und zur Vertilgung derselben. Eine von der Königl. Societät der Wissenschaften zu Göttingen 1819 gekrönte Preisschrift. Nebst einem Anhange, enthaltend eine Darstellung der Mittel zur Vertilgung aller schädlichen Thiere, (als der Ameisen, Erdflöhe, Fliegen, Flöhe, Grillen, Hamster, Hasen, May- und anderer Käfer, Kornwürmer, Läuse, Mäuse, Maulwürfe, Maulwurfsgrillen, Motten, Ratten, Raupen, Regenwürmer, Schaben, Sperlinge, Wanzen.) Von Joh. Carl Leuchs. 8. Preis 21 Groschen oder 1¼ Gulden Corrent.

VIII. Vollständige Anleitung zur Mästung der Thiere; oder Theorie der Viehmästung, mit Anwendung auf Mästung des eßbaren vierfüßigen Haushaltungsviehes, des Geflügels, der Fische, Krebse, Frösche, Schildkröten, Austern und Schnecken (Eine von der Königl. Societät der Wissenschaften zu Göttingen gekrönte, und jetzt um das Vierfache vermehrte Preisschrift). Von Johann Carl Leuchs, kl. 8. Preis 1 fl. Corr. oder 16 Gr. sächs. Velinppr. 1 fl. 15 kr. Corrent oder 20 Groschen sächsisch.

Die Vorzüglichkeit dieses Werkes ist schon durch den ihr von der Societät der Wissenschaften zu Göttingen ertheilten Preis anerkannt; auch ist es überall mit Beyfall aufgenommen worden.

IX. Leuchs, Joh. Carl, die Lehre der Aufbewahrung und Erhaltung aller Körper, oder vollständige Anleitung zur Aufbewahrung der festen und flüssigen Nahrungsmittel, aller Handelswaaren und anderer Gegenstände, so wie zum Einsalzen, Räuchern, Einkochen, Einsäuern, Einzuckern, Räuchern, Einbalsamiren, Trocknen; nebst einer Beschreibung der Aufbewahrungsorte und Geräthe, gr. 8. 1820. Preis 3 Gulden Corr. oder 2 Thlr. Sächsisch.

Dieses Werk ist nicht nur das Einzige, das wir über diesen, für Jedermann so wichtigen Gegenstand besitzen, sondern auch mit größter Gründlichkeit bearbeitet, und enthält nicht nur alle bekannten Erfahrungen, sondern auch eine Menge neue Beobachtungen, Versuche und Vorschläge, so daß es keine Haushaltung giebt, die nicht Nutzen davon ziehen könnte. Es ist in einen wissenschaftlichen und in einen angewandten Theil getheilt. Der wissenschaftliche Theil enthält: Vorläufige Bestimmungen über den Begriff von organischen und unorganischen Körpern und über die Zersetzung; eine vollständige Abhandlung über die Gährungen, worunter gerechnet werden die Veränderungen der Pflanzen- und Thierkörper durchs Liegen und durchs Altern, die zuckerzerstörende und zuckerbildende Gährung, die Wein- und Essiggährung, die Ammoniak- und die Säurebildenden Gährungen, die Fäulniß, die Verwesung und die Vermoderung. Ferner: die Betrachtung der vorzüglichsten Grundkräfte, welche zur Zersetzung mitwirken (Feuchtigkeit, Wärme, Luft, Licht, Electricität, Lebenskraft, (im Eye ꝛc., Keimkraft, Nervenkraft); die Betrachtung der vorzüglichsten organischen Körper in Hinsicht ihrer Haltbarkeit, die der vorzüglichsten Körper, welche die Gährung hemmen, und eine wissenschaftliche Darstellung aller Mittel, durch welche man Körper aufbewahren kann.

Der angewandte Theil enthält im ersten Abschnitt die Beschreibung der vorzüglichsten Arbeiten, durch welche Körper aufbewahrt werden, z. B. das Einsalzen, Räuchern, Einkochen, Einsäuern, Einzuckern, Trocknen, Dörren, Einbalsamiren, Apperts Aufbewahrungsart ꝛc. — Ferner im zweyten Abschnitt eine Anleitung zur Aufbewahrung einzelner Körper, (Bier, Branntwein, Brot, Backwerk, Bäume und Pfropfreiser, Blumen, Butter, Citronen, Eyer, Essig, Fleisch, Fleischbrühe, Fische, Früchte, Geflügel, Gemüße, Getreide, Gewürze, Gallerte, Häute, Holz, Hefe, Hopfen, Kaffe, Käse, Milch, Most, Nüsse, Oel, Papier, Reis, Samen, Säfte, Schwämme, Schnecken, Tabak, Thee, Wasser, Wein, Wurzelgewächse, Zwiebeln ꝛc.), die hier alle nach der Folge der Namen aufgeführt werden — und im dritten Abschnitte Bemerkungen über die Aufbewahrungsorte und Geräthe (Kammern, Gewölbe, Keller über und unter der Erde, Eiskeller, Fässer, Kisten, Gläser, Därme, Blasen, Pfropfe, wärmeabhaltende Kisten ꝛc.)

X. **Handbuch für Fabrikanten, Künstler, Handwerker und Oekonomen;** oder die neuesten und nützlichsten Erfindungen, Entdeckungen ꝛc. von Joh. Carl Leuchs, gr. 8. Erster bis sechster Band, mit Kupf. (Die beyden ersten Bände sind 1819 und 1820 in zweyter Auflage erschienen). Preis aller Bände zusammen 10 fl. Corrent oder 12 fl. Reichsmünze.

Dieses Werk ist die neue Folge des Neuesten und Nützlichsten, der Fabrikwissenschaft ꝛc. (s. S. 1.) und enthält den 13ten bis 18ten Band desselben.

XI. **Vollständiges, wissenschaftlich bearbeitetes Rechenbuch für die höhern Stände, besonders für den Handelsstand.** Mit einem Facturen- und Calculationsbuche, und mit vier Tafeln, die Waarenpreise, die Wechselcurse, die Gewichtsverhältnisse und die Münzen aller Länder enthaltend. In zwey Theilen. Von Johann Michael Leuchs.

Von diesem Werke ist so eben der erste Theil fertig geworden, und wird in kurzem den Herren Pränumeranten zukommen.

Er ist 32 Bogen stark, in Quartformat auf Schreibpapier, mit drey Tafeln in groß Folio, und kostet $1\frac{1}{2}$ Kronenthaler. Der zweyte, an dem bereits gedruckt wird, erscheint noch in diesem Jahre.

Die Pränumeration zu einen Ducaten für beyde Theile ist noch bis Ende September offen. Wer vier Ducaten oder 22 Gulden franco einsendet, erhält fünf Exemplare.

XII. **Tafel, die Gewichtsverhältnisse der vorzüglichsten Länder und Städte enthaltend.** Preis 8 Groschen oder 36 Kreuzer.

Nach den neuesten Veränderungen, aus den besten Französischen, Italienischen, Englischen und Deutschen Angaben, auf das Richtigste berechnet, erhält hier der Handelsstand die Gewichtsverhältnisse, so bequem zur Uebersicht gebracht, daß man ohne Berechnung sogleich siehet, wie viel 100 des einen im andern, und umgekehrt, beträgt.

XIII. **Allgemeine Handlungs-Zeitung.**

Diese Zeitschrift, welche seit 27 Jahren (1794 — 1820) bestehet, enthält alle Waarenpreise und ihre Veränderungen von den vorzüglichsten Handelsplätzen sowohl von Deutschland als auch von Frankreich, Italien, England, Schweden, Dänemark ꝛc., die Geld- und Wechselcurse, Frachten, Waaren-Verkäufe und dergleichen. Es werden darin alle den Handel betreffende Verordnungen und Vorfälle, alle Zoll-, Maut- und Postverordnungen, Rechtsfälle, und ihre Entscheidungen, Gutachten, Handelsberichte aus allen Ländern, Banquerotte, Firmen-Veränderungen und die Addressen neuentstandener Handlungen mitgetheilt.

Außerdem enthält sie noch eine Menge für den Kaufmann sehr wichtiger Bemerkungen; verschafft ihm einen Ueberblick des ganzen Handels; macht ihn aufmerksam wie etwas zu gewinnen sey, und durch die darin vorkommenden Waaren- und Frachtpreise zeigt sie ihm an, woher er die benöthigten Waaren am billigsten beziehen kann.

Durch ausgebreitete Correspondenz und die damit verbundene Handlung, welche sowohl Geschäfte mit Material-, Farb-, Spezerey- und Manufactur-Waaren ꝛc. als mit andern Artikeln macht, auch die Spedition über den hiesigen Platz besorgt, erhält die Handlungs-Zeitung noch größere Wichtigkeit.

Der Preiscurant unserer Handlung wird zu Anfang jedes Monats mit der Handlungs-Zeitung ausgegeben.

Auch enthält dieselbe alle neuen Erfindungen und Entdeckungen, welche auf Fabriken ꝛc. Beziehung haben.

Man kann die Handlungs-Zeitung in jedem Postamte oder in jeder Postamts-Zeitungs-Expedition bestellen, und erhält sie dann wöchentlich fünfmal Franco.

Die Königl. Baierische Ober-Postamts-Zeitungs-Expedition in Nürnberg hat die Hauptspedition, und liefert posttäglich dieselbe an alle Postämter zu 12 Gulden rhein., oder 6 Thlr. 16 Gr. sächsisch jährlich; auswärts kostet sie mehr.

Bekanntmachungen, Advertissemente, als Waaren-Anerbietungen, Dienstgesuche und dergleichen, werden gegen portofreye Einsendung von 4½ Kreuzer oder 1 Groschen Sächsisch für die Zeile abgedruckt; Rechtsfälle und Gutachten darüber, Handelsberichte, Erfindungen u. s. w. aber werden unentgeldlich aufgenommen.

Jeder Kaufmann und Fabrikant von einiger Einsicht, wird die Nützlichkeit und den Werth dieser einzigen Zeitschrift für sein Fach erkennen. Man kann sie zu jeder Zeit von seinem nächsten Postamte bestellen, und auch die frühern Jahrgänge um den halben Preis erhalten.

Nürnberg, im August 1820.

Contor der Königl. privilegirten allgemeinen Handlungs-Zeitung.

BSB MÜNCHEN

ebener Städte,

Amsterdam.	London.	Paris. (ganz Frankreich.
Schiffspfund = 3 Zentner = 20 fund = 37 1/2 Stein = 300 ℔. ℔. Amsterdamer = 88 1/8 ℔. berger und Triester, = 105 1/2 ℔. furter, = 105 3/4 Leipziger, = Bremer, = 102 ℔. Hamburger = /4 Londoner, = 49 2/5 Kilogramme. Pfund Vlámisch (L. vl.) =	1 Zentner = 112 ℔. (Avoir du poids.); 100 ℔. Londoner = 81 ℔. Nürnberger, oder Baierisches oder Triester, = 97 ℔. Frankfurter Leichtgewicht, = 97 1/4 ℔. Leipziger. = 91 ℔. Bremer, = 93 3/8 ℔. Hamburger, = 92 ℔. Amsterdamer = 45 1/3 Kilogramme.	1 Quintal (Zentner) = 100 K logramme (Pfunde.) 100 Kil gramme sind eben so schwer als 178 1/ ℔ Nürnberger und Triester, 213 3/4 ℔ Frankfurter Leichtgewicht, 214 ℔ Leip ziger, 200 1/2 ℔. Bremer, 206 1/2 ℔ Hamburger, 202 1/2 ℔ Amsterdamer
an 12 — 14 St. ℔.	Annatto (1 — 1 1/2 ß.) ℔.	Rocou 1 Fr. 40 — 50 Cent. 1/2 Kil.
bruine 15 — 17 ₰ ℔.	Pepper 6 3/8 — 6 3/4 d. ℔.	Poivre 1 Fr. 35 — 50 Cent.
ent fl. 53. Z.	Pimento 9 — 9 5/8 d. ℔.	Piment 1 Fr. 30 Cent. — 1 Fr. 65 Cent. 1/2 Kil.
zilver 26 — 28 St. ℔.	Quiksilver.	Argent vif. 2 Fr. 90 — 3 Fr. 1/2 Kilogramm.
an fl. 21 ℔.	Saffron, French.	Saffran du Gâtinais 34 — 36 Fr. 1/2 Kilogramm.
11 — 76 St. ℔.	Tea 1 — 8 ß. ℔.	Thé 3 — 7 Fr. 1/2 Kil.
nten fl. 39. Z.	Currants.	Raisins de Corinthe.
el 40 — 180 St. ℔.	Cinnamon 7 — 9 S. ℔.	Cannelle de Ceylan 20 — 21 Fr. 1/2 Kil.
er, Melis, 13 — 18 ₰ ℔.	Sugar 42 — 60 S. Z.	Sucre en pains 1 Fr. 15 — 45 Cent. 1/2 Kil.

urse meh

Triest 1 Gulden (Curr.) 6

rg 1 Gulden Current. 6
20 Guldenfuß.)
d 1 Lira Corrente. 18

g 1 Lira Italiana 2

1 Pezza (da otto Rea- 1
Stück von 8 Realen.)
1 Lira fuori Banco. 1

Livres Current. 161

1 Pf
1 Th
1 St
1 Cöl

Petersburg.

100 Kopeken. 13 (Silber=)
feines Silber.
in Silber sind für das Ja
im Werth zu 360 Rubel in
upfer gesetzt worden; Ein S
en in Kupfer oder Papier.

zu erhalten in:
g 9, 1/32 Schilling (Lü-
Banco.
am 10 Stüber.
10, 3/16 Pence. (Pfen-
Sterling.
5, 1/2 Centimen.

Pfu
ha
Amst
Ham
Lond
Wien
Pari
Augs
Fran
Leip
Peter

Stockholm. (Got

r Species = 48 Schillinge
Rundstücke. (Öre, Pfennige.)
hs=) Species=Thaler enthalten

Papiergeld, veränder

zu erhalten in — zahlt
1 Pfund Sterling. 12
g 1 Thaler Banco. 139

a l
e dar

Um der
drei Ste
re, in
nd Hun
an also
dieß 9 G
der 15t

=	34
=	78

Lira und

Die alt
die Lira
Scudo d'
Reichsthal
rente i
Die Lira

die Lira
anc. D
g.) des Fr
ra zu 100
welche glei

Die Lira g
en Theil die
der alte
önigsberger
Der Pat
ch s thal
5. Das

udo von
ken Nro.
rhältniß,

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Leuchs, Johann Michael

Vollständiges, wissenschaftlich bearbeitetes Rechenbuch für die höhern Stä nde, besonders für den Handelsstand mit einem Facturen- und Calculationsbuche, und mit vier Tafeln, die Waarenpreise, die Wechselcurse, die Gewichtsverhältnisse, und die Münzen aller Länder enthaltend ; in Bd.: 1 (1821)

Nürnberg 1821

Merc. 413 o-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10292485-1